Chapitre 4. Rayonnement des antennes élémentaires

Antennes et Lignes de transmissions

Dr. Mounir AMIR

2020/2021
V 2

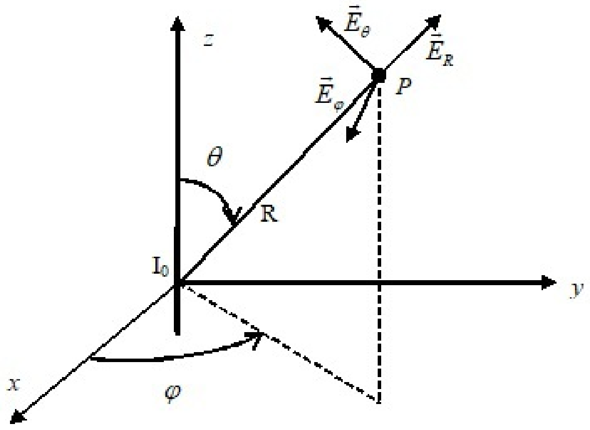
Table des matières

I

Rayonnement du doublet électrique (Calcul du champ électromagnétique, Surface caractéristique, Puissance rayonnée, Hauteur équivalente, Résistance de rayonnement).

1. Rayonnement du doublet électrique

Un doublet électrique est un conducteur de longueur (dl) beaucoup plus petite que la longueur d'onde λ. parcourue par un courant I, ce courant est supposes sinusoïdale tel que: $I = I_0 e^{iwt}$



2. Calcule du champ électromagnétique:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad (1)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{r} rot\vec{A} \qquad (2)$$

avec :

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint \frac{I\left(t - \frac{R}{C}\right)}{R} d\eta$$

$\vec{I}$ est un scalaire et constant suivant z

$$\rightarrow \vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{I\,(t - R/C)}{R} dz = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I(t - R/c)}{R} dl$$

$$\rightarrow \vec{A} = \frac{\mu dl}{4\pi R} I e^{-i\omega \frac{R}{C}}$$

On a également $div\vec{A} + \varepsilon\mu \frac{\partial V}{\partial t} = 0$ (le potentiel suit le courant donc) $V = V_0 e^{iwt}$

$$\Rightarrow div\vec{A} + i\omega\varepsilon\mu V = 0 \Rightarrow V = \frac{-1}{i\omega\varepsilon\mu} div\vec{A}$$

A est suivant $\overrightarrow{oz}$

$$\Rightarrow div\vec{A} = \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial A}{\partial R} \times \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial A}{\partial R} \cos\theta$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{I}{i\omega} dl \cos\theta \left[\frac{1}{R^2} + i\frac{\omega}{RC}\right] e^{-i\omega \frac{R}{C}}$$

En coordonnées sphériques, les composantes du gradient V selon R,θ et φ s'écrivent :

$$\frac{\partial V}{\partial R}, \frac{1}{R}\frac{\partial V}{\partial \theta}, \frac{1}{R\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}$$

$$\vec{A} \begin{cases} A_r = A\cos\theta \\ A_\theta = A\sin\theta \\ A\varphi = 0 \end{cases}$$

2.1. les composantes de rot(A)

$$rot\vec{A} = \frac{1}{R^2 \sin\theta} \begin{vmatrix} \vec{e}_R & \mathrm{R}\,\vec{e}_\theta & R\sin\theta\vec{e}_\varphi \\ \frac{\partial}{\partial R} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ A_R & RA_\theta & R\sin\theta A_\varphi \end{vmatrix}$$

On va obtenir

$$\left(rot\vec{A}\right)_R = \frac{1}{R\sin\theta}\left[\frac{\partial A_\varphi \sin\theta}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right] \qquad (1)$$
$$\left(rot\vec{A}\right)_\theta = \frac{1}{R}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_R}{\partial\varphi} - \frac{\partial\left(A_\varphi.R\right)}{\partial R}\right] \qquad (2)$$
$$\left(rot\vec{A}\right)_\varphi = \frac{1}{R}\left[\frac{\partial R.A_\theta}{\partial R} - \frac{\partial A_R}{\partial\theta}\right] \qquad (3)$$

Après calcul on aura:

et

3. Champ électromagnétique au voisinage du doublet (R<<λ)

Les composantes du champs électrique et magnétique dans le cas d'un champ proche sont :

$$E_R = \frac{Idl}{2\pi\varepsilon i\omega R^3}\cos\theta \qquad (1)$$
$$E_\theta = \frac{Idl}{4\pi\varepsilon i\omega R^3}\sin\theta \qquad (2)$$
$$E_\varphi = 0 \qquad (3)$$

$$H_R = 0 \qquad (1)$$
$$H_\theta = 0 \qquad (2)$$
$$H_\varphi = \frac{Idl}{4\pi R^2}\sin\theta \qquad (3)$$

4. Champ électromagnétique loin du doublet (R>>λ)

on peur considéré que $\frac{1}{R^2} = \frac{1}{R^3} = 0$ alors:

Les composantes du champs électrique et magnétique dans le cas d'un Champ lointaine sont :

$$E_R = 0 \qquad (1)$$
$$E_\theta = i\frac{Idl}{2\varepsilon C\lambda R}\sin\theta \qquad (2)$$
$$E_\varphi = 0 \qquad (3)$$

$$H_R = 0 \qquad (1)$$
$$H_\theta = 0 \qquad (2)$$
$$H_\varphi = i\frac{Idl}{2\lambda R}\sin\theta \qquad (3)$$

Donc:

$$\vec{E} = E_\theta\vec{e}_\theta \qquad (1)$$
$$\vec{H} = H_\varphi\vec{e}_\varphi \qquad (2)$$

$\Rightarrow \vec{E} \perp \vec{H}$

$\vec{E}$ *et* $\vec{H}$ sont perpendiculaire à $\vec{e}_R$

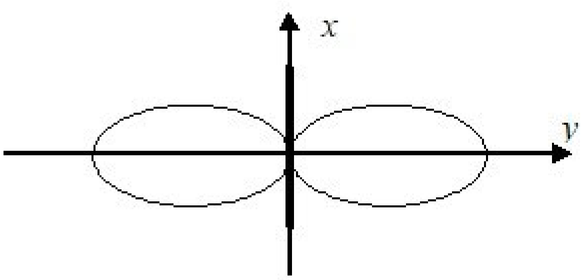
C'est la caractéristique d'une onde plane.

5. surface caractéristique du doublet ou diagramme de rayonnement

$$F(\theta) = \frac{|E|}{|E_{\max}|} \text{ ou } F(\theta) = \frac{|H|}{|H_{\max}|} \qquad (1)$$

$$F(\theta) = \frac{|E_\theta|}{|E_{\theta\max}|_{\theta=\frac{\pi}{2}}} = \sin\theta \qquad (2)$$

$F(\theta) = \sin\theta$ représente la surface caractéristique du doublet ou diagramme de rayonnement.



6. Puissance rayonnée

La puissance rayonnée est définie par :

$$|P| = \left|\vec{E} \wedge \vec{H}^*\right| = |E_\theta| \,.\, \left|H_\varphi\right| \qquad (1)$$

$$|P| = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{I^2 dl^2 \sin^2\theta}{2R^2\lambda^2} \qquad (2)$$

$$|P|_{tot} = \int |E \wedge H^*| \, 2\pi R^2 \sin\theta d\theta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{I^2 dl^2}{2R^2\lambda^2} \underbrace{\int_0^\pi \sin^3\theta d\theta}_{\frac{4}{3}} .2\pi R^2$$

A la fin, on obtient :

$$|P|_{tot} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{8\pi}{6} \frac{I^2 dl^2}{\lambda^2} = P_R$$

7. Hauteur équivalente du doublet

$dl << \lambda \Rightarrow L = dl$

8. Résistance de rayonnement

$$P_R = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{8\pi}{6} \frac{I^2 dl^2}{\lambda^2} = R_R I^2 \qquad (1)$$

$$R_R = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{8\pi}{6} \frac{dl^2}{\lambda^2} \qquad (2)$$