Examen de Traitement du Signal (TDS)

Novembre 2007

Enseignants : **J.L. Dion – I. Tawfiq - G. Hiet** **Note :** **/20**
Classe : **3ème année**
Durée : **2h00**

Aucun document autorisé
Calculatrice ESTACA autorisée

Nom de l'étudiant : Prénom :

NE PAS DEGRAPHER LE SUJET

Le barème est donné à titre indicatif
Pour chaque question à choix multiples, sauf mention contraire : réponse juste et complète 1 point, incomplète ½ point, fausse ou absence de réponse 0 point.

Notation :

- $*$: produit de convolution
- $.$: multiplication « scalaire »
- $\delta(t)$: impulsion de Dirac
- $\coprod_{Te}(t)$: peigne de Dirac
- $\prod_{\tau}(t)$: signal « porte » d'amplitude 1 et de largeur τ

Question de cours (QCM) : 5 pt

1 – Soit le signal porte $x(t) = A.\prod_T(t)$, centré sur l'origine, d'amplitude A et de durée T. L'autocorrélation de x est :

a) Un sinus cardinal
b) Une fonction triangle
c) Impaire et maximale en $\tau = 0$
d) Majorée par $A^2.T$
e) aucune des réponses précédentes ne convient

2 – Le spectre d'un signal réel continu périodique calculé à partir de la Transformée de Fourier généralisée est :

a) périodique
b) discret
c) de module pair
d) de module et de phase pairs
e) aucune des réponses précédentes ne convient

3 – On considère une opération de quantification linéaire centrée sur une plage de 0 à 10V sur 8 bits. On suppose que l'erreur suit une loi uniforme. Soit $E_{err} = \sigma_{err}^2$ l'énergie du bruit de quantification et *Rsb* le rapport signal à bruit :

a) $E_{err} = 127.10^{-6}\ V^2$
b) $E_{err} = 39.10^{-3}\ V^2$
c) Rsb augmente de 6 dB lorsque la résolution augmente d'un bit
d) Rsb diminue de 6 dB lorsque la résolution augmente d'un bit
e) aucune des réponses précédentes ne convient

4 – Pour respecter le théorème de Shannon lors de l'échantillonnage d'un signal x(t) à une fréquence d'échantillonnage f_e il faut:

a) choisir f_e inférieure à la fréquence maximale du spectre du signal échantillonné
b) vérifier que la fréquence maximale du spectre du signal échantillonné soit inférieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage
c) filtrer au préalable le signal échantillonné par un filtre passe-bas numérique
d) utiliser un filtre anti-repliement
e) aucune des réponses précédentes ne convient

5 – Le signal $x(t)=A.\sin(2.\pi.f_o.t)$, $A>0$, $f_0 > 0$ possède :

a) une énergie totale infinie
b) une énergie totale finie
c) une puissance totale nulle
d) un spectre s'annulant en f=0 (ou n=0)
e) aucune des réponses précédentes ne convient

Exercice 1 : 5 pts

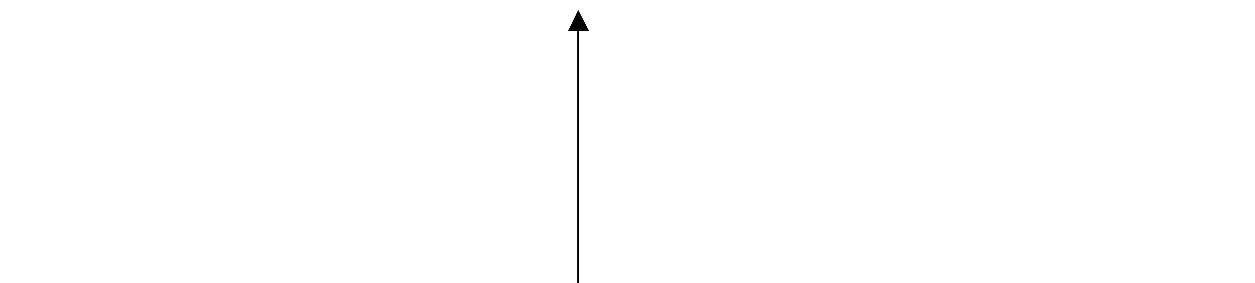
Soit les signaux suivants :

$$x(t) = e^{-a.t}.\varepsilon(t), a > 0$$
$$y(t) = \cos(2.\pi.f_0.t) \quad \text{avec } \varepsilon(t) \text{ échelon de Heaviside}$$
$$z(t) = y(t).x(t)$$

Question 1 : En prenant a = 1 et fo = 1Hz, tracer l'allure de x, y et z sur le même graphique

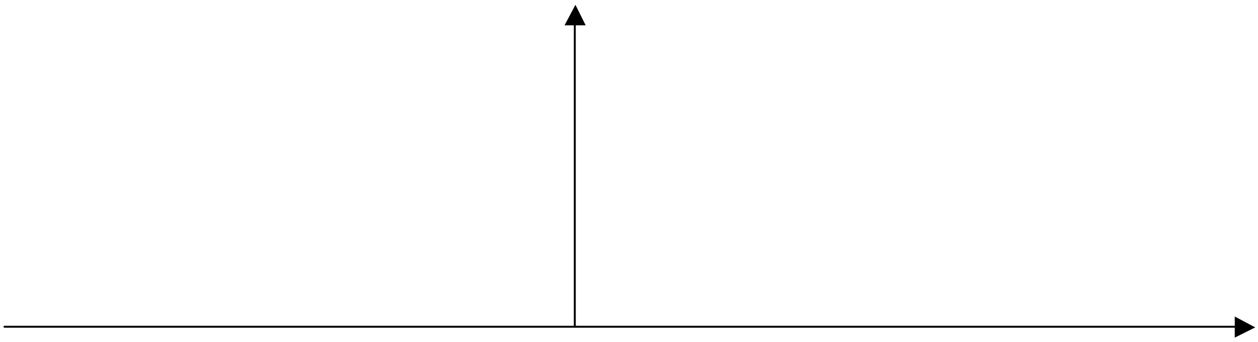
Question 2 : Déterminer Y(f), la transformée de Fourier de y(t) et tracer l'allure du spectre de y (en module)

Y(f)=

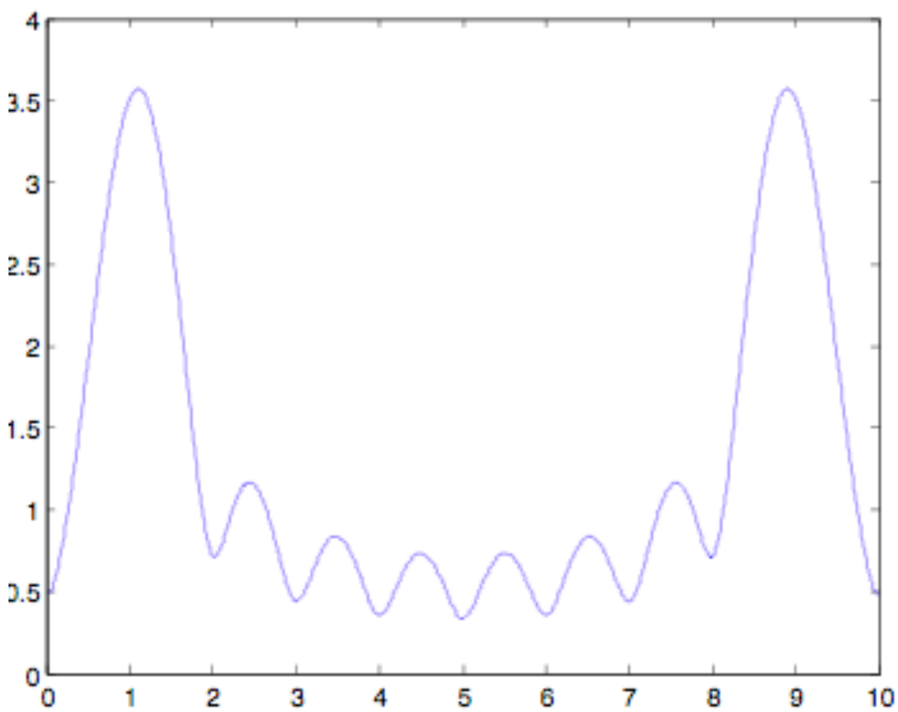


Question 3 : Déterminer Z(f), la transformée de Fourier de z(t) et tracer l'allure du spectre de z (en module) en supposant $f_0 >> a$

Z(f)=



Question 4 : On numérise le signal z(t) (f_0 = 1Hz) pendant τ = 1s à une fréquence d'échantillonnage f_e=10Hz. On note $z_{oe}(t)$ le modèle du signal échantillonné pendant τ. Expliquer l'allure du spectre de z_{oe}



-

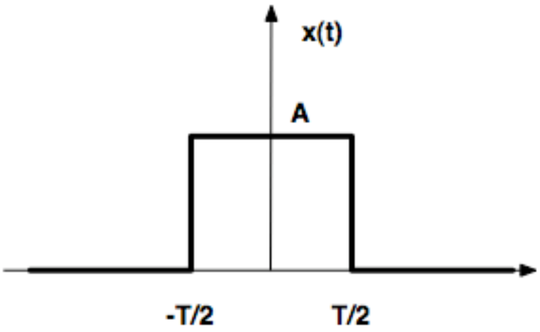
-

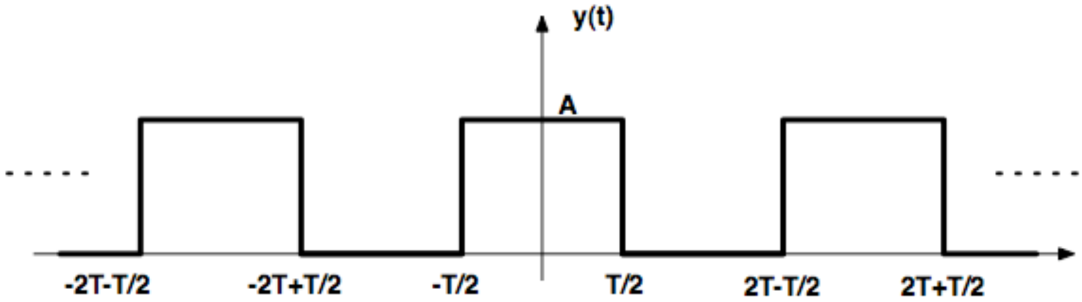
Question 5 : On décide de déterminer numériquement le spectre de z_{oe} en calculant la $Z_{oe}[k]$, TFD du signal numérisé. Donner l'expression de $Z_{oe}[k]$ en fonction de $Z_{oe}(f)$, de τ et de f_e. Tracer $Z_{oe}[k]$ sur le graphique précédent.

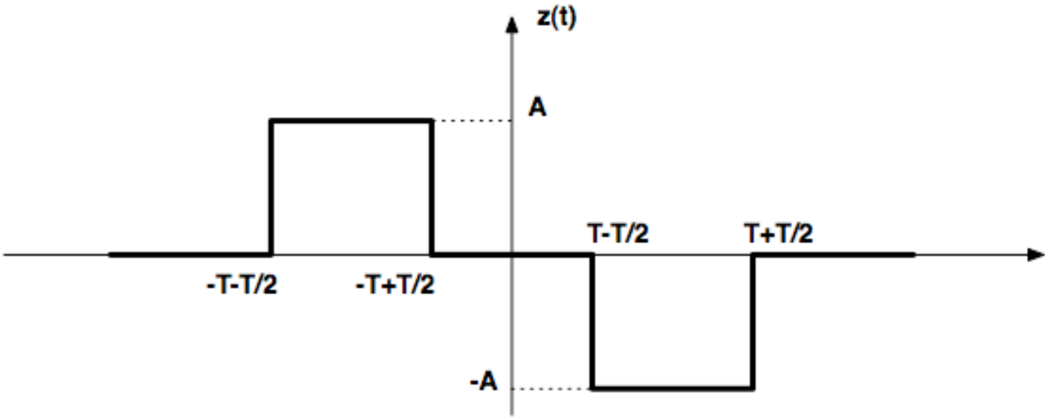
$Z_{oe}[k] =$

Exercice 2 : 10 pts

Soit les signaux suivants (y(t) est périodique de période 2T) :





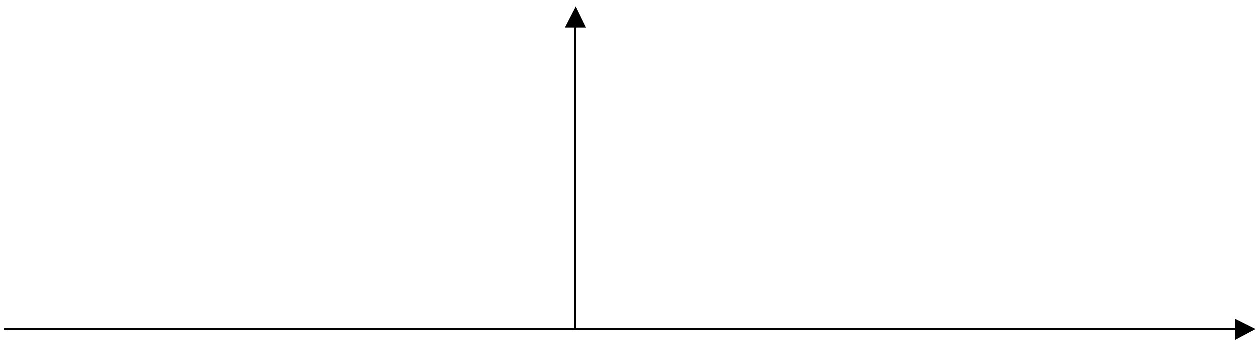


Question 1 : Déterminer la puissance totale et l'énergie totale des signaux x(t) et y(t).

Question 2 : Déterminer X(f) la transformée de Fourier de x(t)

X(f)=

Question 3 : Tracer le spectre en module de x.

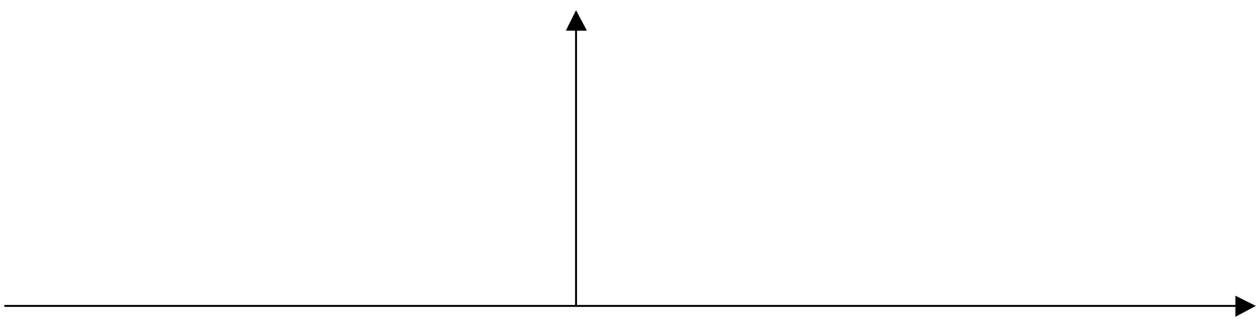


Question 4 : Déterminer Y(f) à partir de X(f)

Y(f)=

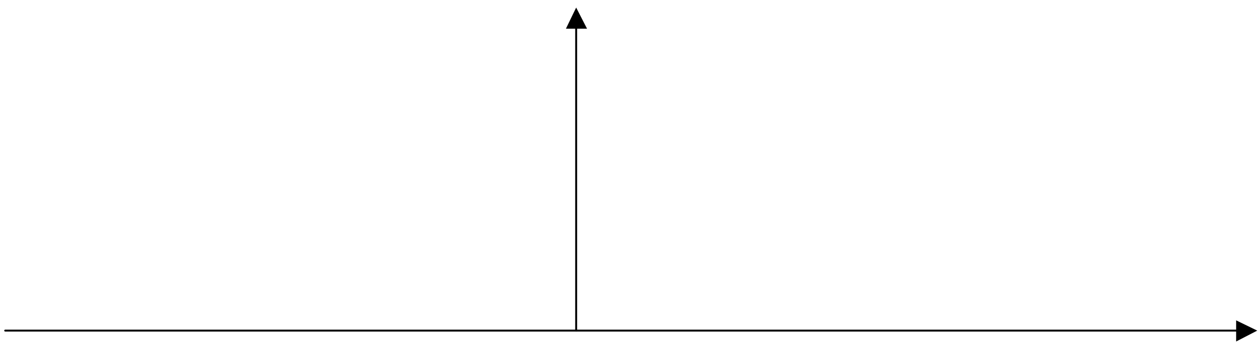
Question 5 : Développer y(t) en série de Fourier à coefficients complexes. Comparer avec les résultats de la question 4.

Question 6 : Tracer le spectre en module de y. Faire apparaître l'allure du spectre de x et les valeurs des coefficients du développement en séries.



Question 7 : Déterminer Z(f) et tracer le spectre en module de z.

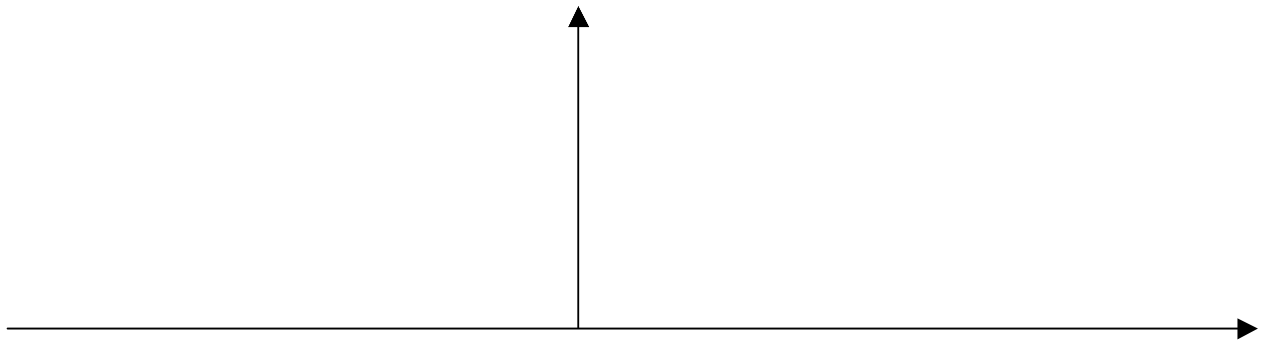
Z(f)=



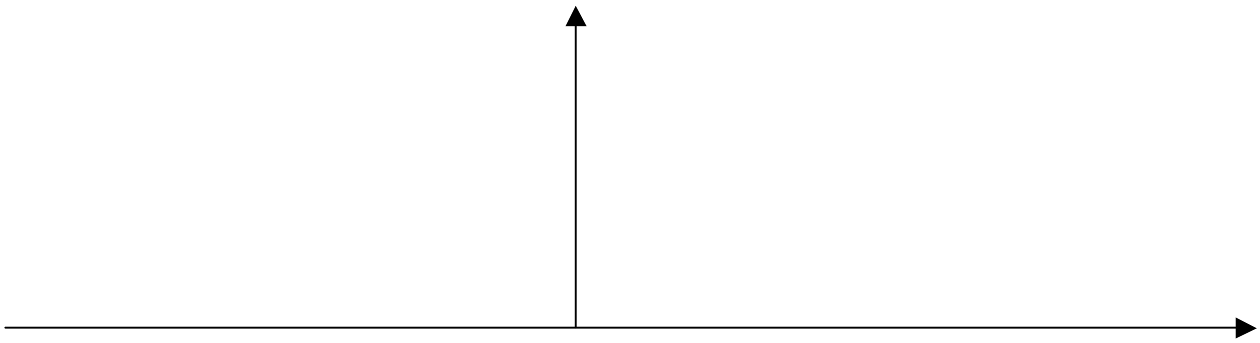
Question 8 : Soit le signal s(t) = cos(2.π.f_0.t). x(t). Tracer l'allure de s(t) pour f_0=4/T. Quel phénomène « physique » est modélisé par la multiplication par x(t) ?

Question 9 : Déterminer S(f) et tracer le spectre en module de s.

S(f)=



Question 10 : On échantillonne s à la fréquence d'échantillonnage f_e. On suppose l'échantillonnage idéal. Donner l'allure du spectre du signal échantillonné. Commentez.



Développements complémentaires ….