

### TP 03 : Convolution des signaux numériques

**Note** : Chaque groupe doit rédiger un compte rendu. Pour se faire, chaque groupe doit copier toutes les figures dans un document word. De plus, un compte rendu doit contenir tous les programmes, le calcul analytique, les commentaires, les démonstrations, les résultats, ainsi que les conclusions. Les comptes rendus doivent être dressés à l'enseignant lors de la prochaine séance de TP.

#### A. Produit de convolution normal.

Le produit de convolution est la base de tout le traitement linéaire des signaux. Son expression pour des signaux numériques est :

$$y(n) = x(n) * g(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m) g(n-m)$$

Considérant un signal  $x(n)$  de longueur  $N$  et un signal  $g(n)$  de longueur  $M$ .

1. Proposer une routine Matlab qui met en œuvre la convolution discrète ;  
Pour faire le reversement temporel, utiliser la commande **fliplr**.
2. Utiliser cette routine pour le calcul du produit de convolution des deux signaux  $x(n)$  et  $g(n)$  donnés par :

$$x(n) = \begin{cases} 1 & \text{pour } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad N=10$$

$$g(n) = \begin{cases} 0,7^n & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad M=2N$$

3. Vérifier que la longueur du signal  $y(n) = x(n) * g(n)$  est de «  $M+N-1$  » ;
4. Proposer une routine Matlab pour le calcul de la convolution linéaire en utilisant la **fft**.
5. Calculer analytiquement la convolution discrète des séquences suivantes :

$$f(n) = \begin{cases} \exp(0.1n) & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad N=3$$

$$h(n) = \begin{cases} \exp(-0.1n) & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad M=2N$$

6. Répéter la partie A pour les deux séquences  $f(n)$  et  $h(n)$ .

## B. Produit de convolution circulaire

Le produit de convolution circulaire de deux suites de longueur  $N$  est donné par :

$$y(m) = x(n) \otimes g(n) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)g(\langle m - n \rangle_N); \quad 0 \leq m \leq N - 1$$

1. Proposer une routine Matlab pour calculer la convolution circulaire  $y(n)$  des deux suites  $x(n)$ ,  $g(n)$  données par.

$$- \quad x(n) = \begin{cases} 1 & \text{pour } 0 \leq n \leq M - 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$g(n) = \begin{cases} 0,7^n & 0 \leq n \leq M - 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad M=N=10$$

2. Proposer une routine Matlab pour le calcul de la convolution circulaire des suites précédentes en utilisant la **fft**.
3. Vérifier que la longueur du signal résultant  $y(n)$  est  $N$ .
4. Calculer analytiquement la convolution circulaire des séquences suivantes :

$$f(n) = \begin{cases} \exp(0.1n) & 0 \leq n \leq M - 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad N=3$$

$$h(n) = \begin{cases} \exp(-0.1n) & 0 \leq n \leq M - 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad M=N$$

6. Répéter la partie B pour les deux séquences  $f(n)$  et  $h(n)$ .

```

% Programme 01 - Convolution linéaire

clear all
close all
clc
n=0:20;
x=ones(1,10);
g=0.7.^n;
% 1- Calcul de la convolution linéaire par la méthode simple
gg=fliplr(g);
rg=length(g);
rx=length(x);
g1=[gg zeros(1,rx)];
x1=[zeros(1,rg) x];
for k=0:rg+rx-1;
    h=[zeros(1,k+1) g1(1:end-k-1)];
    y(k+1)=sum(h.*x1);
    figure (1)
    subplot 211
    stem(h,'ro')
    hold on
    stem(x1,'k*')
    hold off
    subplot 212
    stem(y)
    pause
end
figure (2)
stem(y,'bo-')
% 1- Calcul de la convolution linéaire par la méthode de la FFT
% Etape 1
% Ajouter des zéros à x et des zéros à y de façon à avoir
% deux nouvelles séquences de mêmes durées
g1=[g zeros(1,rx)];
x1=[x zeros(1,rg)];
% Calculer la DFT de chaque séquence
fx1=fft(x1);
fg1=fft(g1);
% Calculer le produit des deux DFTs
fx1g1=fx1.*fg1;
% Calculer le réel de la FFT inverse de fx1g1
y1=real(ifft(fx1g1));
% Représenter sur la figure 2 le résultat
figure (3)
hold on
stem(y1,'rs')

```

```

%Programme 02 - Convolution circulaire
clear all
close all
clc
n=0:9;
x=ones(1,10);
g=0.7.^n;
% 1- Calcul de la convolution Circulaire
% Dans la convolution circulaire, il faut que
% les deux séquences, x et y, soient de même taille
gg=fliplr(g);
for k=0:length(x); % Ici nous pouvons utiliser length(x) ou length(g)
    if k==0;
        h=gg;
        y(k+1)=sum(x.*gg);
    else
        h=[gg(end-(k-1):end) gg(1:end-k)];
        y(k)=sum(x.*h);
    end
    figure (1)
    subplot 211
    stem(h,'ro')
    hold on
    stem(x,'k*')
    hold off
    subplot 212
    stem(y)
    pause
end
figure (2)
stem(y,'ko-')
% 1- Calcul de la convolution circulaire par
% la méthode de la FFT
% Ici, nous n'ajoutons pas des zéros dans les deux séquences
% 1- Calculer directement la DFT de chaque séquence
fx=fft(x);
fg=fft(g);
% Calculer le produit des deux DFTs
fxg=fx.*fg;
% Calculer le réel de la FFT inverse de fxg
y1=real(ifft(fxg));
% représenter sur la figure 2 le résultat
figure (3)
hold on
stem(y1,'rs:')

```