

امتحان قصير المدى للسداسي الاول في مقياس الرياضيات I

الاسم واللقب..... الفوج.....	العلامة:
---------------------------------	----------

السؤال الأول (06 ن): أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل (يرجى التأكد من الإجابة في ورقة الوسخ قبل استعمال ورقة الإجابة)

1. $P(A)$ مجموعة أجزاء المجموعة $A = \{1,2,3\}$ إذن: $\{1\} \subset P(A)$

2. R علاقة ضد تناظرية في مجموعة A إذا كان: $\forall x, y \in A : xRy \Rightarrow xRy$

3. f تابع مستمر عند x_0 إذا كان: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = x_0$

4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e$

السؤال الثاني (04 ن): ليكن التطبيق $f(x) = \frac{ax+b}{cx-a}$ المعرف من $IR - \left\{\frac{a}{c}\right\}$ نحو $IR - \left\{\frac{a}{c}\right\}$ حيث $c \neq 0$ و $a^2 + bc \neq 0$.
- عين $f \circ f$.

السؤال الثالث (06 ن): أثبت أن العلاقة R المعرفة على IR هي علاقة تكافؤ، حيث :
 $\forall x, y \in IR : xRy \Leftrightarrow (x^3 + 2)(y^2 + 1) = (y^3 + 2)(x^2 + 1)$

السؤال الرابع (04 ن): P و Q قضيتين كيفيتين أثبت أن القضية $(\bar{P} \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$ صحيحة.

امتحان قصير المدى للسداسي الاول في مقياس الرياضيات I

الاسم واللقب.....	العلامة:
الفوج.....	

السؤال الأول (06 ن): أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل (يرجى التأكد من الإجابة في ورقة الـ نسخ قبل استعمال ورقة الإجابة)

1. $P(A)$ مجموعة أجزاء المجموعة $A = \{1, 2, 3\}$ إذن $\{1\} \subset P(A)$ $\{1, 2\} \in P(A)$

2. R علاقة ضد تناظرية في مجموعة A إذا كان: $\forall x, y \in A : xRy \Rightarrow x \neq y$ $\forall x, y \in A : xRy \Rightarrow x = y$

$\forall x, y \in A : (xRy \wedge yRx) \Rightarrow (x = y)$

3. f تابع مستمر عند x_0 إذا كان: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = x_0$

4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n = e^a$

السؤال الثاني (04 ن): ليكن التطبيق $f(x) = \frac{ax+b}{cx-a}$ المعرف من $IR - \left\{\frac{a}{c}\right\}$ نحو $IR - \left\{\frac{a}{c}\right\}$ حيث $c \neq 0$ و $a^2 + bc \neq 0$.
- عين $f \circ f$.

$$f \circ f(x) = f(f(x)) \leftarrow (1)$$

$$= \frac{a \frac{ax+b}{cx-a} + b}{c \frac{ax+b}{cx-a} - a} \leftarrow (1)$$

$$= \frac{a^2x + ab + bcx + ba}{cx - a} = \frac{a^2x + bcx}{a^2 + cb}$$

$$= (a^2 + bc)x = x \quad (2)$$

السؤال الثالث (06 ن): أثبت أن العلاقة R المعرفة على IR هي علاقة تكافؤ، حيث :

$$\forall x, y \in IR: xRy \Leftrightarrow (x^3 + 2)(y^2 + 1) = (y^3 + 2)(x^2 + 1)$$

1) $\forall x \in IR: xRx$

لأن $\forall x \in IR: (x^3 + 2)(x^2 + 1) = (x^3 + 2)(x^2 + 1)$

أي R انعكاسية

2) $\forall x, y \in IR: xRy \Rightarrow yRx$ تناظرية

$\forall x, y \in IR: xRy \Rightarrow (x^3 + 2)(y^2 + 1) = (y^3 + 2)(x^2 + 1)$

$\Rightarrow (y^3 + 2)(x^2 + 1) = (x^3 + 2)(y^2 + 1)$

أي yRx (لأن المساواة علاقة تناظرية)

$\Rightarrow yRx$

ومن R تناظرية

3) $\forall x, y, z \in IR: (xRy \wedge yRz) \Rightarrow (xRz)$ متعدي

$\forall x, y, z \in IR: (xRy \wedge yRz) \Rightarrow (x^3 + 2)(y^2 + 1) = (y^3 + 2)(x^2 + 1)$

$(y^3 + 2)(z^2 + 1) = (z^3 + 2)(y^2 + 1)$

$\frac{x^3 + 2}{x^2 + 1} = \frac{y^3 + 2}{y^2 + 1}$

$\frac{y^3 + 2}{y^2 + 1} = \frac{z^3 + 2}{z^2 + 1}$

$\frac{x^3 + 2}{x^2 + 1} = \frac{z^3 + 2}{z^2 + 1}$

$\Rightarrow (x^3 + 2)(z^2 + 1) = (z^3 + 2)(x^2 + 1)$

$\Rightarrow xRz$ ومن R متعدي وبالنسبة لعلاقة تكافؤ

السؤال الرابع (04 ن): P و Q قضيتين كيفيتين أثبت أن القضية $(P \wedge Q) \Rightarrow (\bar{P} \vee Q)$ صحيحة. (استعمل الجدول التالي)

P	Q	$\bar{P}$	$P \wedge Q$	$\bar{P} \vee Q$	$(P \wedge Q) \Rightarrow (\bar{P} \vee Q)$
1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1

- تمرين ① (4 نقطة) :
- (1) حسب الجداء السلمي بين $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j}$ و $\vec{B} = y\vec{i} - x\vec{j}$. أجبني؟
- (2) " الشعاعي بين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ "

تمرين ② (3 نقطة) :

- توصف حركة بالمعادلة: $x = t^2 - 2$ و $y = t$.
- (1) أجد السرعة $\vec{v}$ والتسارع $\vec{a}$ ومعادلة المسار وطبيعته.
- (2) " التسارعات المماسية a_t والناظمية a_n ثم نصف قطرها R "

تمرين ③ (4 نقطة) :

- أعط عبارة المسافة المقطوعة خلال الثانية n لجسم في حالة سقوط حر بدلالة n والجاذبية g .
- بالتعريف

16/10/17

حل امتحان قصير المدى

تمرين 1 (4 نقاط)

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = xy - xy = 0 \quad (1)$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & 0 \\ y & -x & 0 \end{vmatrix} = -(x^2 + y^2) \vec{k} \quad (2)$$

تمرين 2 (13 نقطة)

$$x^2 + y^2 = 2 \quad (1)$$

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} = 2t \vec{i} + \vec{j} \Rightarrow \sigma = \frac{dV}{dt} = 2 \vec{i} \quad (1)$$

$$V = \sqrt{1 + 4t^2} \Rightarrow \sigma = \frac{dV}{dt} = \frac{4t}{\sqrt{1 + 4t^2}} \Rightarrow \sigma = \frac{2}{\sqrt{1 + 4t^2}} \quad (2)$$

$$Q = \frac{V^2}{\sigma_N} = \frac{(1 + 4t^2)^{3/2}}{2} \quad (1)$$

تمرين 3 (4 نقاط)

$$x_{n-1} = \frac{1}{2} g (n-1)^2$$

$$x_n = \frac{1}{2} g n^2$$

$$x_n - x_{n-1} = g \left(n - \frac{1}{2} \right)$$

بعد مرور الثانية (n-1) المسافة المقطوعة هي
 " " " (n) " " "
 المسافة المقطوعة خلال الثانية n تكون

التمرين الأول: 10 نقاط

أ. يتهاافت الثوريوم Th حسب هذا التفاعل: $^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{208}_{82}\text{Pb} + x\alpha + y\beta^- + \Delta E_N$

- احسب عدد الجسيمات α و β^- الناتجة عن هذا التفاعل.
- إذا كانت $N/N_0=1/4$ حيث N_0 و N عدد الانوية الابتدائية و النهائية من Th, احسب $\lambda(j^{-1})$ و $T(j)$ بعد مرور 48,2 jours .
- إذا كانت الكتلة الابتدائية لعنصر Th هي $m_0=64\text{g}$, احسب الكتلة الناتجة من Pb بعد مرور زمن قدره 5T (T هو الدور)
- احسب زمن تهافت 80% من Th بوحدة (jours).
- ب. ما هو حجم H_2SO_4 (95% بالوزن $d=1,84$) اللازم لتحضير 1 لتر من H_2SO_4 (38% بالوزن $d=1,30$). حيث d هي الكثافة. يعطى: S=32, H=1, O=16

التمرين الثاني: 7 نقاط

- في تجربة طومسون يصل إلكترون ذو السرعة v الى النقطة (O) عندها يكون خاضعا لمجال كهربائي شدته $\vec{E}$ الناتج عن مكثفة مستوية طول صفيحتها L ليرسم مساراً في المستوي (oxy). (الشكل)
- اوجد معادلة هذا المسار $y=f(x)$ بدلالة $e/m, v, E$.
 - احسب الانحراف y_0 عند خروج الإلكترون من المكثفة.
- يعطى: $v=5.10^7\text{m.s}^{-1}$, $E=15.10^3\text{v/m}$, $e/m=1,76.10^{11}\text{c.kg}^{-1}$, $L=9\text{cm}$
- احسب زاوية الانحراف α التي يصنعها المماس الذي ينشأ من مركز المكثفة مع المحور ox
 - نضع شاشة تبعد عن مركز المكثفة بـ $D=1,5\text{m}$, احسب y_0 الانحراف على الشاشة.
 - نطبق في النقطة (O) قوة مغناطيسية $\vec{F}_m$ مساوية و معاكسة للقوة الكهربائية $\vec{F}_e$ الناتجة عن المكثفة السابقة.
- مثل شعاعي هاتين القوتين عند النقطة (O) ثم احسب $\vec{B}$ شدة المجال المغناطيسي حتى يأخذ الإلكترون مساره الأفقي (دون إنحراف).

$$\begin{cases} N_0 = 100 \\ N = 20 \end{cases} \leftarrow \text{نصفًا 80\%} \quad (0,5)$$

$$t = -\frac{1}{0,0287} \ln \frac{20}{100} = 56,077 \text{ s} \quad (0,5)$$

المحلول الأول $\rho = d_{H_2O} = 1,34 \cdot 18 \text{ g/ml}$
 $\Rightarrow \rho = 1,84 \text{ g/ml} \quad (0,5)$
 $m = \rho V = 1,84 \cdot 1000 = 1840 \text{ g}$
 وزن هذا المحلول في المزيج

100 g (علو) $\rightarrow 95 \text{ g}$ (صف) $(0,5)$
 $1840 \text{ g} \rightarrow m_1 \Rightarrow m_1 = 1748 \text{ g}$
 إذن $M = \frac{m_1}{M \cdot V} = \frac{1748}{98,1} = 17,83 \frac{\text{mol}}{\text{l}} \quad (0,5)$

المحلول الثاني $\rho = 1,30 \text{ g/ml}$
 $m = \rho V = 1,30 \cdot 1000 = 1300 \text{ g} \quad (0,5)$
 وزن هذا المحلول في المزيج

100 g (علو) $\rightarrow 38 \text{ g}$ (صف) $(0,5)$
 $1300 \text{ g} \rightarrow m_2 \Rightarrow m_2 = 494 \text{ g}$
 إذن $M = \frac{m_2}{M \cdot V} = \frac{494}{98,1} = 5,04 \frac{\text{mol}}{\text{l}} \quad (0,5)$

إذن $M_1 V_1 = M_2 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{M_2 V_2}{M_1}$
 المحلول الثاني $\leftarrow$ (0,5)

$$V_1 = \frac{5,04 \cdot 1 \text{ l}}{17,83} = 0,282 \text{ l}$$

$\Rightarrow V_1 = 282 \text{ ml} \quad (0,5)$

$$\begin{cases} 232 = 208 + 4x \\ 90 = 82 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ (A)} \\ y = 4 \text{ (B)} \end{cases} \quad (0,5)$$
 حساب T, λ

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{4} \Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow -\lambda t = -\ln 4 \Rightarrow \lambda = \frac{2 \ln 2}{t}$$

$$\lambda = \frac{2 \ln 2}{48,2} = 0,0287 \text{ s}^{-1} \quad (0,5)$$

$$T = \frac{\ln 2}{0,0287} = 24,1 \text{ s} \quad (0,5)$$

Pb في $m = m_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow \frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t}$

$$\Leftrightarrow \frac{m}{m_0} = e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot 5T} \quad (0,5)$$

$$\Leftrightarrow \frac{m}{m_0} = e^{-5 \ln 2} \Leftrightarrow \ln \frac{m}{m_0} = -5 \ln 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1}{32} \Rightarrow m = \frac{m_0}{32} \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow m = \frac{64}{32} = 2 \text{ g (كتلة Th المتبقية)} \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow \frac{n}{n_0} = \frac{n_0 - n}{n_0} \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow m_{Pb} = M_{Pb} \left(\frac{m_0 - m}{M_{Th}} \right) = 55,68 \text{ g}$$

• Th في 80% زمن

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{N}{N_0} \quad (0,5)$$