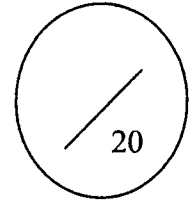


.....: الرقم الفوج: الإسم: اللقب

Rattrapage du module énergie et environnement



Répondez aux questions suivantes

A- Quelles est l'origine du pétrole qui vient du sous-sol (02 pts)

.....

B- Es ce que énergie nucléaire est propre ou polluante (01 pts)

.....

C- Quelles sont les deux types d'énergies lumineuses issues du soleil (02 pts)

.....

D- Quels sont les critères de choix de sélection d'un système de stockage (03 pts)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

E- Citez cinq unités de mesure de l'énergie, utilisées dans le monde, sans citez les multiples de la même unité (05 pts).

.....

F- Quelles sont les causes de la pollution du sol (04 pts).

.....

.....

.....

G- Quelles sont les trois étapes principales de prétraitement des eaux usées (03 pts).

.....

.....

Solution de rattrapage du module énergie et environnement

Répondez aux questions suivantes

A- Quelles est l'origine du pétrole qui vient du sous-sol (02 pts)

Il provient des : restes d'animaux(01 pts) - de végétaux morts(01 pts)

B- Es ce que énergie nucléaire est propre ou polluante (01 pts)

Elle est propre(01 pts)

C- Quelles sont les deux types d'énergies lumineuses issues du soleil (02 pts)

Solaire photovoltaïque(01 pts) - solaire thermique(01 pts)

D- Quels sont les critères de choix de sélection d'un système de stockage (03 pts)

Quantité et nature d'énergie disponible(0,5 pts) ; Puissances disponibles(0,5 pts) ; Densité de stockage en énergie et puissance, qui conditionne le volume et le poids du système(0,5 pts) ; Coût et maintenance qui sont liés à la maturité de la technologie (0,5 pts) ; Nombre de cycles et profondeur de décharge(0,5 pts) ; Sécurité. (0,5 pts)

E- Citez cinq unités de mesure de l'énergie sans citez les multiples de la même unité (05 pts).

Wh (01 pts) - J (01 pts) – Tep(01 pts) – Cal(01 pts) - Btu(01 pts)

F- Quelles sont les causes de la pollution du sol (04 pts).

Les installations industrielles(01 pts) - L'épandage des produits phytosanitaires(01 pts) - Les actions des collectivités territoriales(01 pts) – Des événements géographiquement éloignés(01 pts)

G- Quelles sont les trois étapes principales de prétraitement des eaux usées (03 pts).

Dégrillage et tamisage(01 pts) – Dessablage(01 pts) – Dégraissage(01 pts)

Contrôle de rattrapage d'électronique fondamentale I

Exercice 1 (8pts):

Soit le circuit suivant en régime continu.
Calculer l'intensité du courant dans la branche AB en appliquant :

- 1) Le théorème de superposition.
- 2) Le théorème de Millman.

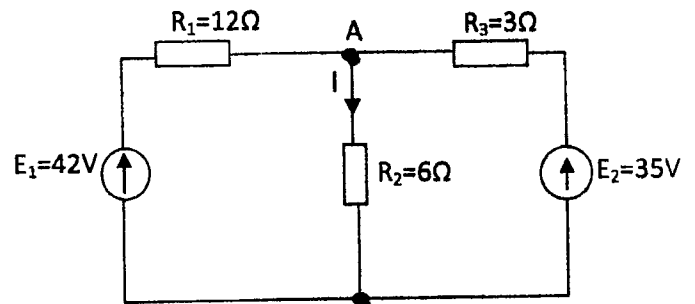


Figure 1

Exercice 2 (6pts) :

Soit le quadripôle de la figure 2 :

- 1- Trouver la matrice impédance du quadripôle Q.
- 2- Trouver la matrice admittance du quadripôle Q.
- 3- Trouver la matrice de transfert du quadripôle Q.

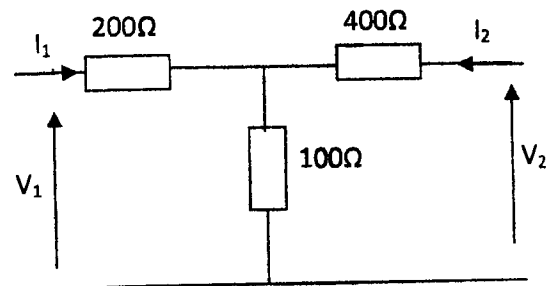


Figure 2

Exercice 3 (6pts) :

1- Trouver la fonction de transfert $H(j\omega)$ du circuit de la figure 3 et mettez-la sous la forme :

$$H(j\omega) = H(j\omega) = k \cdot \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

préciser k , ω_0 .

- 2- Tracer le diagramme de Bode dans le cas où :
 $R = 10k\Omega$, $C = 20\mu F$.

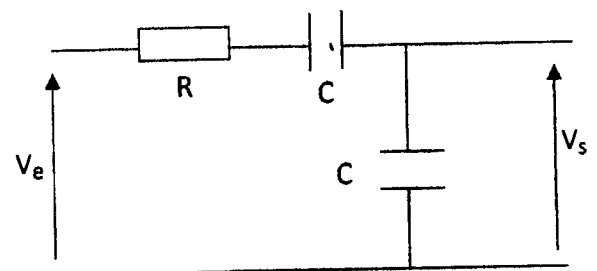


Figure 3

6/20/17

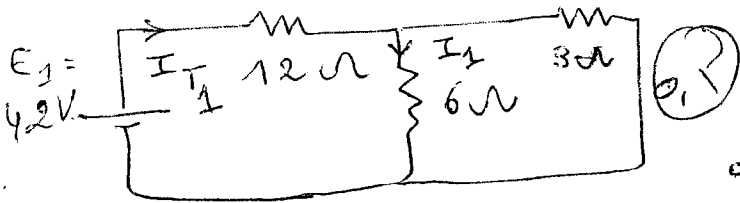
Corrigé type du contrôle de math page

électronique fond I

Exercice N°1 ; (8 pts).

1°) théorème de superposition :

* $E_1 \neq 0$ et $E_2 = 0$:



$$R_{eq1} = 12 + 6 // 3 \quad (0,5)$$

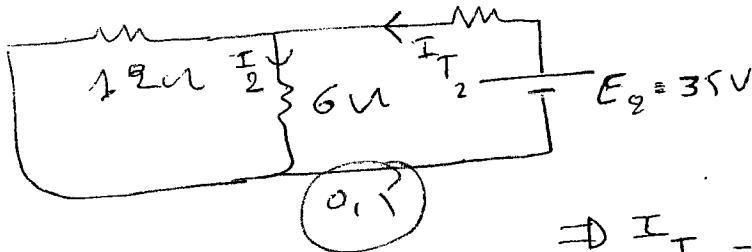
$$= 12 + \frac{3 \cdot 6}{3+6} = 14 \Omega$$

$$\Rightarrow I_{T1} = \frac{42}{R_{eq1}} = \frac{42}{14} = 3 \text{ A} \quad (0,5)$$

le diviseur de courant

$$\Rightarrow I_1 = \frac{3 \cdot I_{T1}}{3+6} = 1 \text{ A} \quad (1)$$

* $E_1 = 0$ et $E_2 \neq 0$



$$R_{eq2} = 6 // 12 + 3$$

$$R_{eq2} = \frac{6 \times 12}{6+12} + 3 = 7 \Omega \quad (0,5)$$

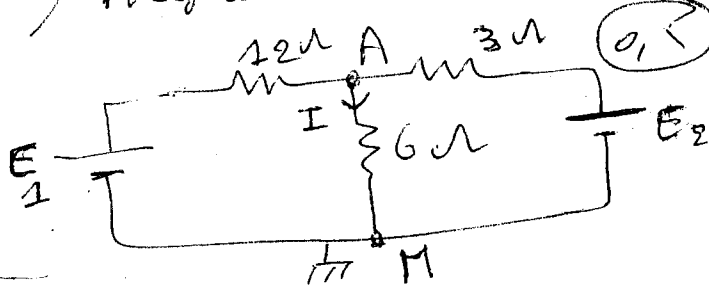
$$\Rightarrow I_{T2} = \frac{E_2}{R_{eq2}} = \frac{3}{7} = 0,43 \text{ A} \quad (0,5)$$

le diviseur de courant ;

$$\Rightarrow I_2 = \frac{12 \times 0,43}{12+6} = 0,33 \text{ A} \quad (1)$$

donc le courant total : $I = I_1 + I_2 = 1,33 \text{ A}$ (0,5)

2°) Théorème de Millman :



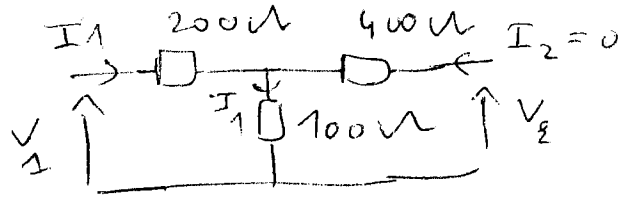
$$V_A = \frac{\frac{E_1}{12} + \frac{V_M}{6} + \frac{E_2}{3}}{\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}} \quad (4)$$

$$V_M = 0 \text{ V}$$

donc : $V_A = 26 \text{ V}$ (0,5)

$I = 1,33 \text{ A}$ (0,5)

exercice N° 2 : (6 pts)



$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = ?$

$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0}$

donc : $V_1 - (200 + 100) \cdot I_1 = 0$

$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = 300 \Omega$

$V_2 = 100 I_1 \Rightarrow Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = 100 \Omega$

$Z_{12} = Z_{21} = 100 \Omega$

$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0}$

$\Rightarrow V_2 - (400 + 100) I_2 = 0$

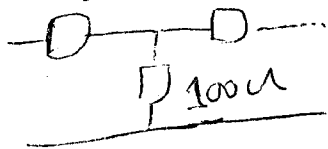
$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} = 500 \Omega$

donc : $[Z] = \begin{pmatrix} 300 & 100 \\ 100 & 500 \end{pmatrix}$ (2)

$Y = [Z]^{-1} = \frac{1}{\det[Z]} \begin{pmatrix} 500 & -100 \\ -100 & 300 \end{pmatrix}$
 $= \frac{1}{300 \cdot 500 - 100^2} \begin{pmatrix} 500 & -100 \\ -100 & 300 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 3,5 \cdot 10^{-3} & -0,71 \cdot 10^{-3} \\ -0,71 \cdot 10^{-3} & 2,1 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}$ (2pts)

30/ [T] : $[T]_{eq} = [T_3] \cdot [T_2] \cdot [T_1]$



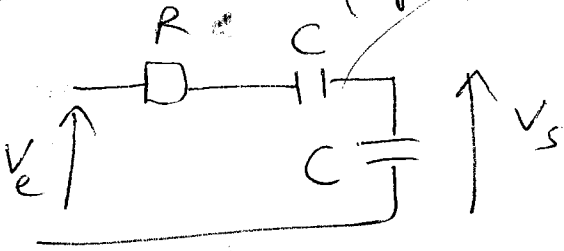
$= \frac{\text{---} \text{---} \text{---}}{[T_1]} + \frac{\text{---} \text{---} \text{---}}{[T_2]} + \frac{\text{---} \text{---} \text{---}}{[T_3]}$

$T_1 : \begin{cases} I_1 = -I_2 \\ V_1 - 200 I_2 - V_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_2 = V_1 - 200 I_1 \\ I_2 = -I_1 \end{cases}$

$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 200 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ; T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 400 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 400 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{100} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 200 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1400 \\ \frac{1}{100} & 3 \end{pmatrix}$$

Exercice $N=3$: (6pt) :



$H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$; on utilise le diviseur de tension

$$V_s = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C} V_e}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{j\omega \left(\frac{jRC\omega + 2}{j\omega C} \right)} = \frac{1}{2 + jRC\omega}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + j\frac{RC}{2}\omega} = K \cdot \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

avec : $K = \frac{1}{2}$; $\omega_0 = 2/RC$ rd/s. (1)

* le gain en dB :

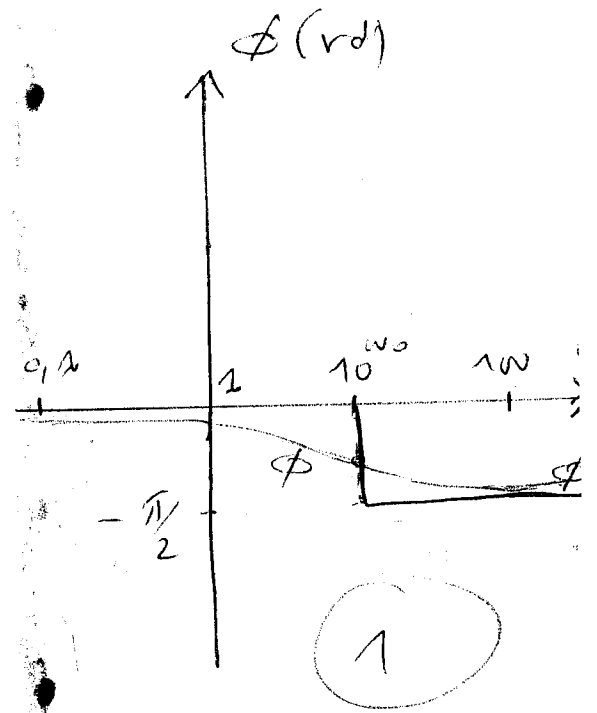
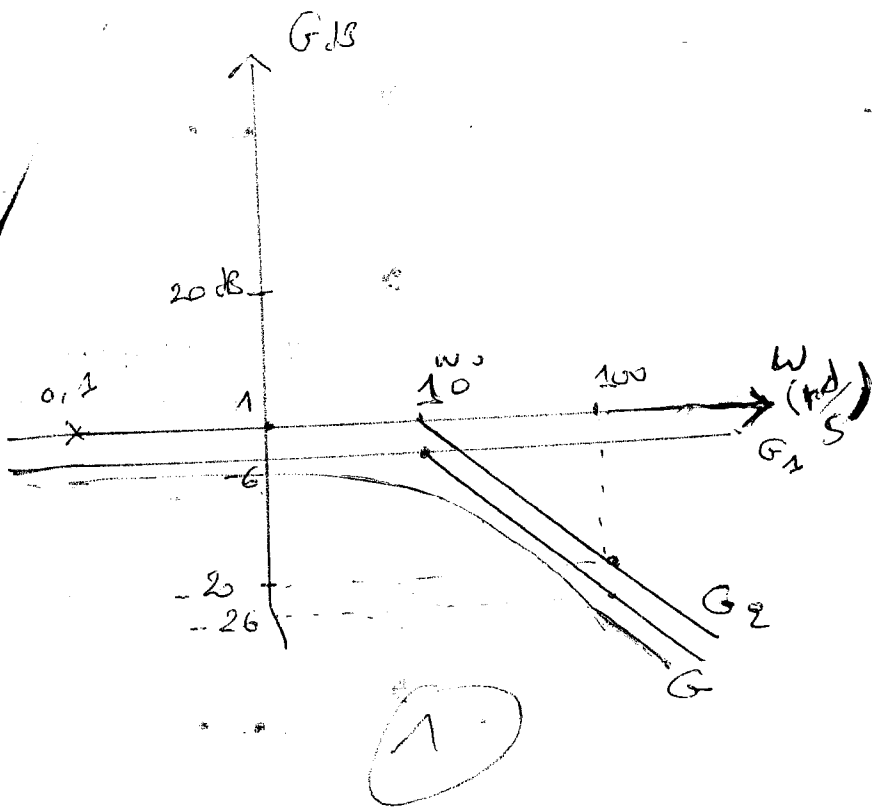
$$G_{dB} = 20 \log K - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = G_1 + G_2 \text{ (0,5)}$$

$$\phi = 0 - \arctan \frac{\omega}{\omega_0} = \phi_1 + \phi_2 \text{ (0,5)}$$

Les asymptotes : G_2, ϕ_2 :

$$\omega \ll \omega_0 \begin{cases} G_2 \text{ dB} = 0 \text{ dB} ; \omega \gg \omega_0 \begin{cases} G_2 = -20 \log \frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow \text{droite de pente } -20 \text{ dB} \\ \phi_2 = \frac{\pi}{2} \text{ rd.} \end{cases} \end{cases}$$

$$\omega_0 = \omega \text{ rd/s} ; 20 \log K = -G_{dB}$$



السنة الجامعية 2016/2017

المدة : ساعة و نصف

جامعة الإخوة منتوري - قسنطينة -

كلية العلوم و التكنولوجيا

السنة الثانية ST

الامتحان الاستدراكي في مقياس رياضيات 3

التمرين الأول (5 نقاط)

حل المعادلة التفاضلية التالية باستعمال السلاسل الصحيحة

$$\begin{cases} xy'' + 2y' - xy = 1 \\ y(0) = -1 \quad y'(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

التمرين الثاني (9 نقاط)

1- أحسب التكاملات المضاعفة التالية

1) $\iint_D (xy + 1) dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2; x + y - 1 \leq 0\}$

2) $\iint_D e^{x^2 + y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2; x^2 + y^2 \leq 4\}$

2- أدرس تقارب التكامل المعمم التالي

$$\int_2^{+\infty} \frac{5}{x^2 \sqrt{x^4 + 5}} dx$$

التمرين الثالث (6 نقاط)

لتكن سلسلة التوابيع المعرفة بـ $\sum_{n \geq 0} e^{-nx}$

1- أدرس التقارب البسيط للسلسلة السابقة على R

2- أحسب المجموع الجزئي $S_n(x)$ ثم استنتج المجموع $S(x)$

3- أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sum_{n \geq 0} e^{-nx}$

التصريح الأول (5 نقاط)

$$\begin{cases} xy'' + 2y' - xy = 1 & \dots (1) \\ y(0) = -1 \quad y'(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

حل المعادلة التفاضلية يكون على الشكل

$$y(x) = \sum_{n \geq 0} a_n x^n$$

$$y'(x) = \sum_{n \geq 1} n a_n x^{n-1}$$

$$y''(x) = \sum_{n \geq 2} n(n-1) a_n x^{n-2}$$

نعوض عبارات y , y' و y'' في المعادلة (1) فنجد

$$x \sum_{n \geq 2} n(n-1) a_n x^{n-2} + 2 \sum_{n \geq 1} n a_n x^{n-1} - x \sum_{n \geq 0} a_n x^n = 1 \quad (0.5)$$

$$\Leftrightarrow \sum_{n \geq 2} n(n-1) a_n x^{n-1} + 2 \sum_{n \geq 1} n a_n x^{n-1} - \sum_{n \geq 0} a_n x^{n+1} - 1 = 0 \quad (0.5)$$

$$\Leftrightarrow \sum_{n \geq 2} n(n-1) a_n x^{n-1} + 2 \sum_{n \geq 1} n a_n x^{n-1} - \sum_{n \geq 2} a_{n-2} x^{n-1} - 1 = 0 \quad (0.5)$$

(نوجد الأيسر)
(نوجد اليمين)

$$\Leftrightarrow \sum_{n \geq 2} n(n-1) a_n x^{n-1} + 2a_1 + 2 \sum_{n \geq 2} n a_n x^{n-1} - \sum_{n \geq 2} a_{n-2} x^{n-1} - 1 = 0 \quad (0.5)$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{2a_1 - 1}_{=0} + \sum_{n \geq 2} (n(n-1)a_n + 2na_n - a_{n-2}) x^{n-1} = 0 \quad (0.5)$$

$$\Leftrightarrow n(n+1)a_n - a_{n-2} = 0 \quad (0.5)$$

$$\Leftrightarrow a_n = \frac{a_{n-2}}{n(n+1)} \quad (0.5)$$

$$a_0 = -1, \quad a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_2 = \frac{a_0}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{2 \cdot 3}$$

$$a_3 = \frac{a_1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4}$$

$$a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$$

(1)

سریب الشانی (وقایف)

1) $\iint_D (xy+1) dx dy$

$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}_+^2 \mid x+y-1 \leq 0\}$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left(\int_0^{1-x} (xy+1) dx \right) dy &= \int_0^1 \left(\frac{xy^2}{2} + y \right) \Big|_0^{1-x} dy \\ &= \int_0^1 \left(\frac{x}{2} (1-x)^2 + 1-x \right) dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 (x^4 + x^3 - 2x^2) dx + \int_0^1 (1-x) dx \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} - \frac{2}{3} x^3 \Big|_0^1 \right) + \left[x - \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 \right] \\ &= \frac{13}{24} \quad \dots \quad (1) \end{aligned}$$

2) $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$ $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}_+^2 \mid x^2+y^2 \leq 4\}$

نحوه التكامر باستعمال الإحداثيات القطبية

$x = \rho \cos \theta + x_0$ $(x_0, y_0) = 0$ بحيث
 $y = \rho \sin \theta + y_0$

$\iint_D f(x,y) dx dy = \iint_{D'} g(\rho, \theta) |\det(J)| d\rho d\theta$ ولدينا

$D' = \{(\rho, \theta) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq \rho \leq 2, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\}$ بحيث (1)

$g(\rho, \theta) = e^{\rho^2} = e^{\rho^2 \cos^2 \theta + \rho^2 \sin^2 \theta}$

$\det(J) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \rho} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial \rho} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\rho \sin \theta \\ \sin \theta & \rho \cos \theta \end{vmatrix} = \rho$ (0.75)

$\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 \rho e^{\rho^2} d\rho d\theta$ (0.15)

تدريب الثاني (9 نقاط)

1) $\iint_D (xy+1) dx dy$

$D = \{ (x,y) \in \mathbb{R}_+^2 \mid x+y-1 \leq 0 \}$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left(\int_0^{1-x} (xy+1) dx \right) dy &= \int_0^1 \left(\frac{xy^2}{2} + y \right)_0^{1-x} dy \\ &= \int_0^1 \left(\frac{x}{2} (1-x)^2 + 1-x \right) dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 (x^4 + x^3 - 2x^2) dx + \int_0^1 (1-x) dx \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^3 \Big|_0^1 \right) + \left[x - \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 \right] \\ &= \frac{13}{24} \quad \dots \quad (1) \end{aligned}$$

2) $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$ $D = \{ (x,y) \in \mathbb{R}_+^2 \mid x^2+y^2 \leq 4 \}$

نحسب التكامل باستعمال الإحداثيات القطبية

$x = \rho \cos \theta + x_0$ $(x_0, y_0) = 0$ $y = \rho \sin \theta + y_0$

$\iint_D f(x,y) dx dy = \iint_{D'} g(\rho, \theta) |\det(J)| d\rho d\theta$ ولدينا

$D' = \{ (\rho, \theta) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq \rho \leq 2, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \}$ بحيث (1)

$g(\rho, \theta) = e^{\rho^2} = e^{\rho^2 \cos^2 \theta + \rho^2 \sin^2 \theta}$

$\det(J) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \rho} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial \rho} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\rho \sin \theta \\ \sin \theta & \rho \cos \theta \end{vmatrix} = \rho$ (0.75)

$\iint e^{x^2+y^2} dx dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 \rho e^{\rho^2} d\rho d\theta$ (0.15)

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \cdot 2 \int_0^2 \frac{1}{2} \rho e^{\rho^2} d\rho \quad (0.15)$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[\frac{1}{2} e^{\rho^2} \right]_0^2 = \frac{\pi}{4} (e^4 - 1) \quad (0.15)$$

3) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{5}{x^2 \sqrt{x^4 + 5}} dx$ دراسة تقارب التكامل

$(0.15) \dots f \in \text{Loc}([x_1 + \infty[)$

f ذات قيم موجبة على $[x_1 + \infty[$ نطبق معيار ريمان في حوار

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^q f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^q \frac{5}{x^2 \sqrt{x^4 + 5}} = 5 \quad (0.175)$

$q > 1$ و $f \neq 0$ حسب ريمان التكامل متقارب (0.15)

التحريث الثالث (نقاط)

دراسة التقارب البسيط لـ $\sum_{n \geq 0} e^{-nx}$ على \mathbb{R}

(0.175) $\left. \begin{array}{l} +x = 0 \\ +x < 0 \\ +x > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-nx} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1 \Rightarrow \sum_{n \geq 0} e^{-nx} \text{ متباين} \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-nx} = +\infty \Rightarrow \sum_{n \geq 0} e^{-nx} \text{ متباين} \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-nx} = 0 \text{ لا يمكن الحكم} \end{array}$

سلسلة هندسية موجبة لها $\sum_{n \geq 0} \left(\frac{1}{e^x}\right)^n = \sum_{n \geq 0} e^{-nx}$

$(0.175) \dots$ مقاربة $q = \frac{1}{e^x} < 1$

ومن $\sum_{n \geq 0} e^{-nx}$ مقاربة ببساطة على $[x_1 + \infty[$ (0.15)

عدد الحدود

$$\sum_{k=0}^n f(k) = S_n(x) = \text{الحد الأول} \times \frac{1 - (\text{الأساس})}{1 - \text{الأساس}} = \frac{1 - e^{-(n+1)x}}{1 - e^{-x}} \quad (0.1)$$

$$h \cdot \sum_{n \geq 0} e^{-nx}$$

سلسلة النهاية

تحقق من شروط الاستمرار حد بحد

تابع متدرج \mathbb{R} او بالنسبة على \mathbb{R}_*^+ $f_n(x) = e^{-nx}$ $x \mapsto$ +
تدرس التقارب النقطي الذي يستلزم التقارب المنتظم

$$\forall x > 0 \quad |e^{-nx}| = e^{-nx} \leq e^{-na} \quad (0,75) \quad a > 0$$

حد عام لسلسلة هندسية موجبة ومتقاربة

ومن حسب الشرطين السابقين السلسلة
متسمة على \mathbb{R}_*^+ ولدنيا

$$(0,75) \quad h \cdot \sum_{n \geq 0} e^{-nx} = \sum_{n \geq 0} h \cdot e^{-nx} = \sum_{n \geq 0} 0 = 0$$

Correction métrologie

Question 1 :(5 pts)

- Que signifie le terme : «Intervalle de confiance»?

Réponse : En statistiques, et en particulier dans la théorie des sondages, lorsqu'on cherche à estimer la valeur d'un paramètre, on parle d'intervalle ou niveau de confiance lorsque l'on donne un intervalle qui contient, avec un certain degré de confiance, la valeur à estimer. Le niveau de confiance est en principe exprimé sous la forme d'une probabilité.

Question 2 :(3 pts)

- Quelles sont les utilités de la métrologie ?

Réponse :

- Maîtriser les processus de fabrication (0,5 pt)
- Vérifier et évaluer la conformité des produits aux spécifications techniques et réglementaires (0,5 pt)
- Contrôler la qualité des produits (0,5 pt)
- Vérifier l'exactitude des résultats analytiques (0,5 pt)
- Assurer la loyauté des échanges commerciaux et la protection des intérêts du consommateur (0,5 pt)
- Assurer la protection de la santé et de la sécurité des citoyens (0,5 pt)
- Assurer la préservation et la protection de l'environnement

Question 3 :(2 pts)

- Quelles sont les causes d'erreurs ?

- Réponse :

- le système de mesure n'est jamais parfait puisqu'il est en général plus ou moins sensible à l'environnement (température, pression, humidité...), il n'est pas fidèle et même les étalons servant à l'étalonnage de l'instrumentation ne sont qu'une matérialisation imparfaite de la définition de l'unité qu'ils sont chargés représenter,
- la mauvaise définition de la grandeur est elle-même une source d'erreur

Question 4 : (5 pts)

a) Préciser le nombre des grandeurs fondamentales du système international d'unité SI?

Le nombre des grandeurs fondamentales du système international d'unité « SI » est égal à sept (07).

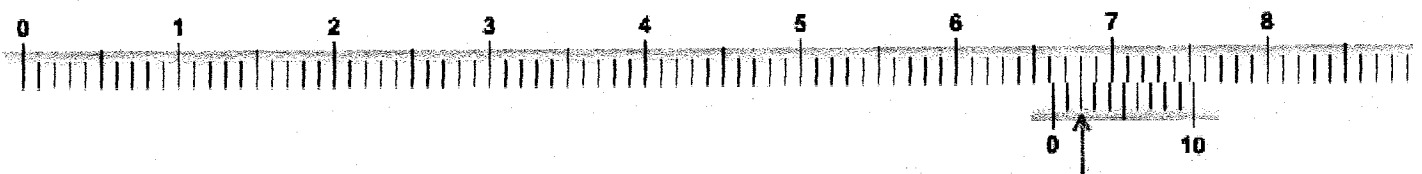
b) Citez trois grandeurs fondamentales et donnez leurs symboles d'unité.

On peut choisir trois grandeurs et leurs symboles d'unité parmi les sept du tableau ci-dessous.

Grandeur	Nom	Symbole
Longueur	mètre	m
Masse	kilogramme	kg
Temps	seconde	s
Courant électrique	ampère	A
Température thermodynamique	kelvin	K
Quantité de matière	mole	mol
Intensité lumineuse	candela	cd

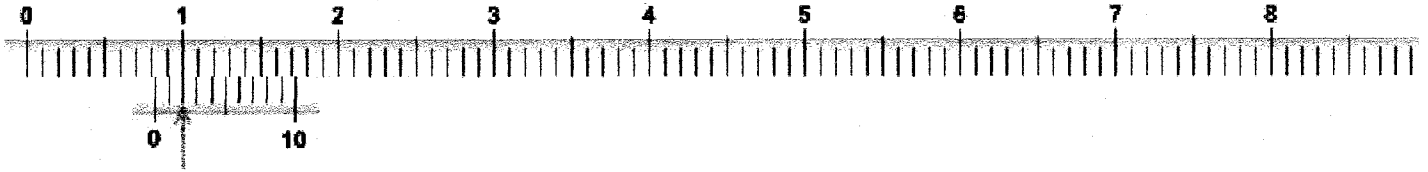
Question 4: (5pts)

- Donner dans chaque cas, la nature de l'appareil, sa précision et la valeur lue ?



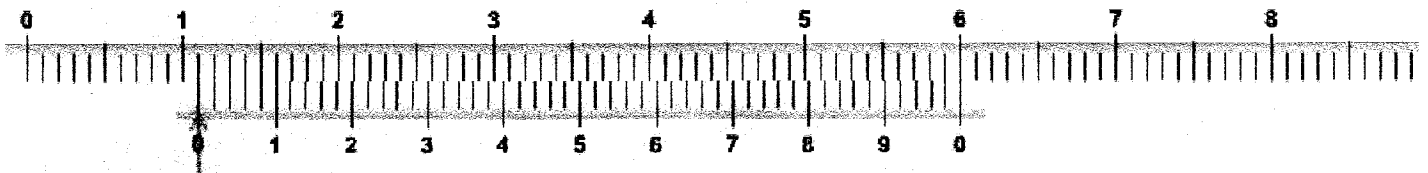
(a)

Pied à coulisse avec vernier au 1/10, précision 0.1, Lecture (mm) :
66.2mm



(b)

Pied à coulisse avec vernier au 1/10, précision 0.1, Lecture (mm) :
8.20mm



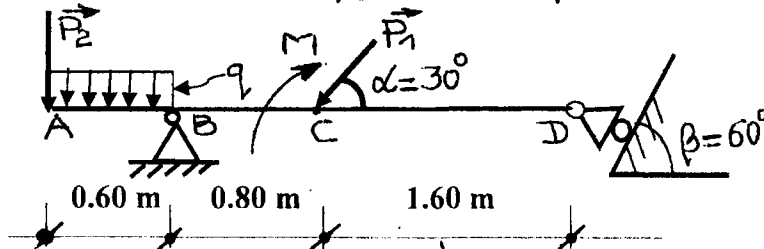
(c)

Pied à coulisse avec vernier au 1/50, précision 0.02, Lecture (mm) :
11 mm

تمرين رقم 1: 6 نقاط

لتكن رافدة ABCD (Poutre) مهملة الكتلة تخضع للقوتين \vec{P}_1 و \vec{P}_2 وعزم \vec{M} وكذلك حمل موزع بانتظام q على الجزء AB من الرافدة (شكل 1). احسب ردود الأفعال المسندين B و D مع العلم أن: $P_2=80 \text{ KN}$ ، $P_1=120 \text{ KN}$

$AB=0.60 \text{ m}$ ، $BC=0.80 \text{ m}$ ، $CD=1.60 \text{ m}$ ، $q=5 \text{ KN/m}$ ، $M=60 \text{ KN.m}$ ، $\alpha=30^\circ$ ، $\beta=60^\circ$



الشكل 1

رقم 2 الحركة المركبة: 7 نقاط

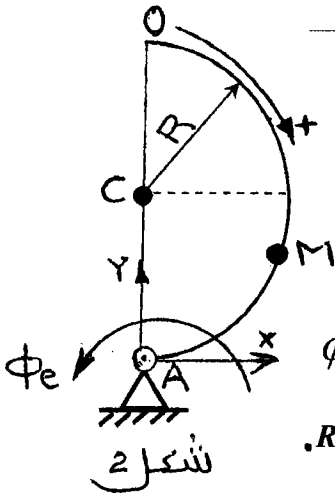
لتكن لدينا كرية صغيرة M تتحرك على محيط نصف قرص نصف قطرها R

وفقا للمعادلة (أنظر الشكل 2): $\overline{OM} = 10 \pi t^2 \text{ (cm)}$

في نفس الوقت القرص، يقوم بحركة دورانية في المستوي XY بالنسبة للمحور Az

(AZ عمودي على المستوي XY) وفقا للمعادلة (أنظر الشكل 2): $\varphi_e = t^2 - t, \text{ (rd)}$

عين السرعة المطلقة والتسارع المطلق للكرية M في اللحظة الزمنية $t = 1 \text{ s}$ علما أن $R=20 \text{ cm}$.



الشكل 2

التمرين رقم 3 الطاقة الحركية: 8 نقاط

جملة ميكانيك مركبة من أربعة اجسام 1-2-3-4 و .

• جسم (1) وزنه P ينزلق على مستوى مائل بزاوية α مع المستوي الأفقي .

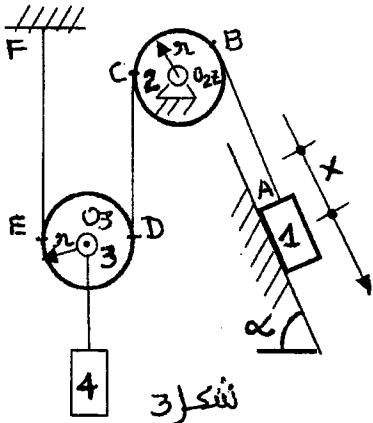
• بكرة ثابتة (2) وزنها Q ونصف قطريها r تدور حول محور ثابت O_2Z عمودي على مستوي الشكل رقم 3 .

• بكرة متحركة (3) وزنها Q ونصف قطرها r .

• جسم (4) وزنه W معلق بمحور البكرة المتحركة بواسطة خيط .

الأجسام الأربعة متصلة ببعضها البعض بخيوط عديمة الإمتطاط و مهملة الكتلة .

الخيط EF المثبت في السقف و الخيط CD متوازيين .

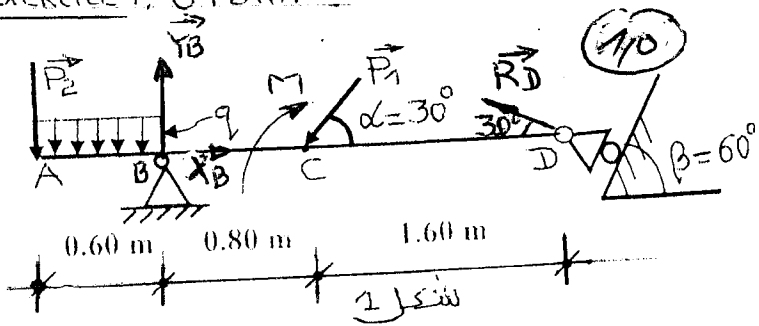


الشكل 3

بتطبيق نظرية الطاقة الحركية، عين سرعة و تسارع الجسم 1 بافتراض الجملة الميكانيكية تبدأ حركتها

انطلاقا من وضعية السكون و البكرتين تعتبر أقراص متجانسة مع العلم أن الخيط AB متوازي مع المسوي المائل .

EXERCICE 1: 6 Points

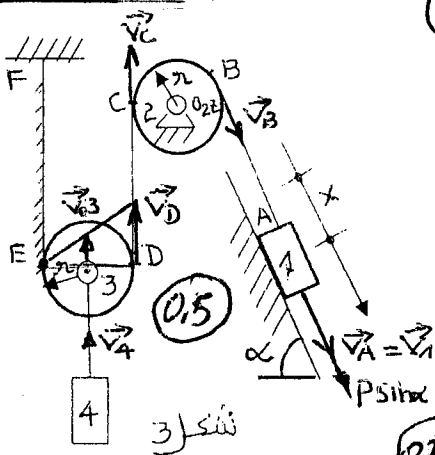


CHARGE REPARTIE

$Q = q \cdot l = 5 \times 0,6 = 3 \text{ kN}$

$\sum F_{KX} = 0 \quad X_B - P_1 \cos 30^\circ - R_D \cos 30^\circ = 0 \quad (1) \quad (1,0)$
 $\sum F_{KY} = 0 \quad -P_2 - Q + Y_B - P_1 \sin 30^\circ + R_D \sin 30^\circ = 0 \quad (2) \quad (1,0) \quad (1,5)$
 $\sum M_B(\vec{F}_K) = 0 \quad P_2 \times 0,60 - M - P_1 \sin 30^\circ \times 0,80 + R_D \sin 30^\circ \times 2,4 + Q \times 0,30 = 0 \quad (3)$
 $(3) \Rightarrow R_D = 49,25 \text{ kN} \quad (1) \Rightarrow X_B = 146,57 \text{ kN} \quad (2) \Rightarrow Y_B = 118,75 \text{ kN}$

EXERCICE 3: 7 Points



الطاقة الحركية للنظام $T - T_0 = \sum \Delta K^c + \sum \Delta K^h$
 $v_0 = 0, T_0 = 0 \Rightarrow T = \sum \Delta K^e \quad (0,25)$

$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$

$T_1 = \frac{1}{2} P v_1^2 = \frac{1}{2} P \dot{x}^2$

$T_2 = \frac{1}{2} I_{O_{2E}} \omega_2^2$

$v_1 = v_A = \dot{x}$

$\omega_2 = \frac{v_B}{r} = \frac{v_A}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$

$I_{O_{2E}} = \frac{1}{2} \frac{Q}{g} r^2$

$T_3 = \frac{1}{2} I_{O_3} \omega_3^2 + \frac{1}{2} \frac{Q}{g} v_3^2$

$T_4 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(\frac{\dot{x}}{2}\right)^2 = \frac{W \dot{x}^2}{8g}$

$T = \frac{1}{2g} \left(P + \frac{7}{8} Q + \frac{W}{4} \right) \dot{x}^2$

الجسم 1: انتقال

الجسم 2: دوران

الجسم 3: حركة مستوية

الجسم 4: حركة انتقالية

E: CENTRE INSTANTANÉ DES VITESSES $\Rightarrow \omega_3 = \frac{v_D}{ED} = \frac{v_3}{r_3} \Rightarrow \omega_3 = \frac{\dot{x}}{2r} = \frac{v_3}{r} \quad (0,25)$

$\Rightarrow T_3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \frac{Q}{g} r^2 \left(\frac{\dot{x}}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{Q}{g} \left(\frac{\dot{x}r}{2r}\right)^2 = \frac{3Q\dot{x}^2}{16g} \quad (0,25)$

$T_4 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(\frac{\dot{x}}{2}\right)^2 = \frac{W \dot{x}^2}{8g} \quad (0,75)$

$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = \frac{1}{2g} \left(P + \frac{7}{8} Q + \frac{W}{4} \right) \dot{x}^2 \quad (0,25)$

الاعمال عند ما يتأصل الجسم 1 بمساحة x الجسمين 3 و 4 ينتقلان ب $\frac{1}{2}$

$A(P) = P \sin \alpha \times x \quad (0,75)$

$A(Q) = -Q \times \frac{x}{2} \quad (0,75)$

$A(W) = -W \times \frac{x}{2} \quad (0,75)$

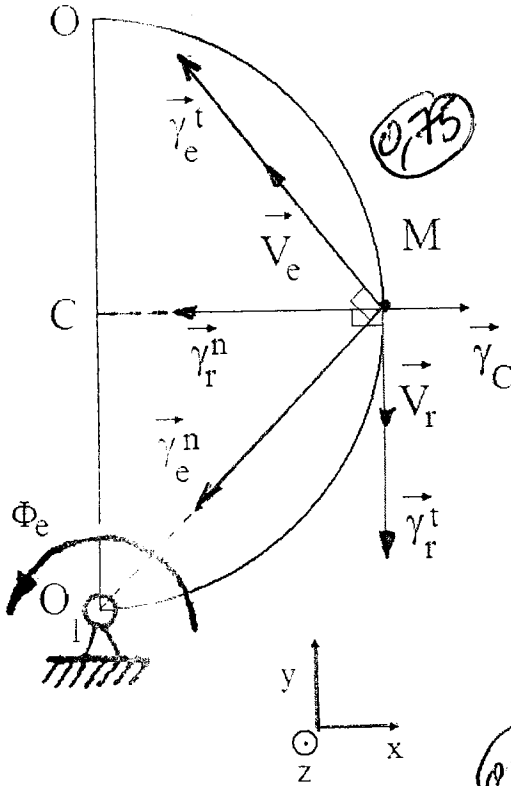
$\Rightarrow \sum A_{K^e} = \left[P \sin \alpha - \frac{Q+W}{2} \right] x \quad (0,25)$

$\sum A_{K^e} = T \Rightarrow \frac{1}{2} \left(P + \frac{7}{8} Q + \frac{W}{4} \right) \dot{x}^2 = \left[P \sin \alpha - \frac{Q+W}{2} \right] x$

$\Rightarrow \dot{x} = \sqrt{\frac{2 \left[P \sin \alpha - \frac{Q+W}{2} \right] x}{P + \frac{7}{8} Q + \frac{W}{4}}} \quad (0,25)$

التمرين الثاني:

نقوم أولاً بتحديد وضعية النقطة M في اللحظة $t = 1\text{ s}$ ، يساوي القوس \widehat{OM} في هذه اللحظة
 $\alpha = \frac{\widehat{OM}}{R} = \frac{10\pi}{20} = \frac{\pi}{2}$ ومنه الزاوية α المسوحة أثناء الحركة تساوي $\alpha = \frac{\pi}{2}$ أي 90°



أن النقطة M تكون في الوضعية المبينة على الشكل.
 تعطى السرعة المطلقة للنقطة M بدلالة السرعة النسبية والسرعة المكتسبة بالعلاقة:

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e \quad (0.75)$$

حيث تعطى السرعة النسبية بـ:

$$V_r = \frac{d}{dt}(OM) = \frac{d}{dt}(10\pi t^2) = 20\pi t \text{ cm/s} \quad (0.75)$$

في اللحظة $t = 1\text{ s}$ تكون السرعة النسبية مساوية

$$V_r = 20\pi = 62.83 \text{ cm/s} \quad (0.25)$$

وتكون مماسية للدائرة التي مركزها C .

أما السرعة المكتسبة فتساوي:

$$V_e = \omega_e O_1 M \quad (0.25)$$

حيث السرعة الزاوية المكتسبة تساوي

$$\omega_e = \frac{d\phi_e}{dt} = 2t - 1 \quad (0.25)$$

في اللحظة $t = 1\text{ s}$ تكون السرعة الزاوية المكتسبة

$$\omega_e = 2 \times 1 - 1 = 1 \text{ rad/s} \text{ تساوي} \quad (0.25)$$

و

$$O_1 M = \sqrt{O_1 C^2 + CM^2} = R\sqrt{2} = 20\sqrt{2} \approx 28.28 \text{ cm} \quad (0.25)$$

ومنه قيمة السرعة المكتسبة في اللحظة $t = 1\text{ s}$ تساوي:

$$V_e = 20\sqrt{2} = 28.28 \text{ cm/s} \quad (0.25)$$

وتكون عمودية على $O_1 M$ وفي نفس اتجاه ω_e ، لاحظ الشكل.

الزاوية المحصورة بين سرعتين النسبية والمكتسبة تساوي $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ ، ومنه قيمة السرعة المطلقة في اللحظة $t = 1\text{ s}$ تساوي:

$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2 + 2V_r V_e \cos 135^\circ} = 47.27 \text{ cm/s} \quad (0.25)$$

نقوم الآن بحساب التسارع المطلق.
 لدينا:

$$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r + \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c \quad (0.25)$$

بما أن الحركة النسبية عبارة عن حركة دورانية فإن التسارع النسبي له مركبتين: مركبة مماسية و مركبة ناظرية

$$\vec{\gamma}_r = \vec{\gamma}_r^t + \vec{\gamma}_r^n$$

حيث:

$$\gamma_r^t = \frac{dV_r}{dt} = \frac{d(20\pi t)}{dt} = 20\pi = 62.83 \text{ cm/s}^2 \quad (0.25) + (0.25)$$

$$\gamma_r^n = \frac{V_r^2}{R} = \frac{(20\pi)^2}{20} = 20\pi^2 = 197.39 \text{ cm/s}^2 \quad (0.25) + (0.25)$$

بالمثل فإن حركة الجر عبارة كذلك على حركة دورانية و منه يعطى التسارع المكتسب بدلالة كتيبه المماسية و النازمية بالعبارة:

$$\vec{\gamma}_e = \vec{\gamma}'_e + \vec{\gamma}''_e$$

حيث:

$$\gamma'_e = \varepsilon_e O_1 M$$

لكن

$$\varepsilon_e = \frac{d\omega_e}{dt} = 2 \text{ rd/s}^2$$

و منه

$$\gamma'_e = 40\sqrt{2} = 56.57 \text{ cm/s}^2$$

$$\gamma''_e = \omega_e^2 O_1 M = 20\sqrt{2} = 28.28 \text{ cm/s}^2$$

أما تسارع Coriolis فيعطى بـ:

$$\vec{\gamma}_c = 2\vec{\omega}_e \wedge \vec{V}_r$$

بما أن $\vec{\omega}_e$ عمودية على \vec{V}_r فإن:

$$\gamma_c = 2\omega_e V_r = 40\pi = 125.66 \text{ cm/s}^2$$

و نتحصل على اتجاه $\vec{\gamma}_c$ باستعمال قاعدة اليد اليمنى أو قاعدة جوكوفسكي لدينا

$$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}'_r + \vec{\gamma}''_r + \vec{\gamma}'_e + \vec{\gamma}''_e + \vec{\gamma}_c$$

بإسقاط هذه العلاقة على المحاور نجد:

$$\gamma_a^x = \gamma_c - \gamma_r'' - \gamma_e' \cos 45^\circ - \gamma_e'' \sin 45^\circ = -131.73$$

$$\gamma_a^y = -\gamma_r' + \gamma_e' \sin 45^\circ - \gamma_e'' \cos 45^\circ = 82.83$$

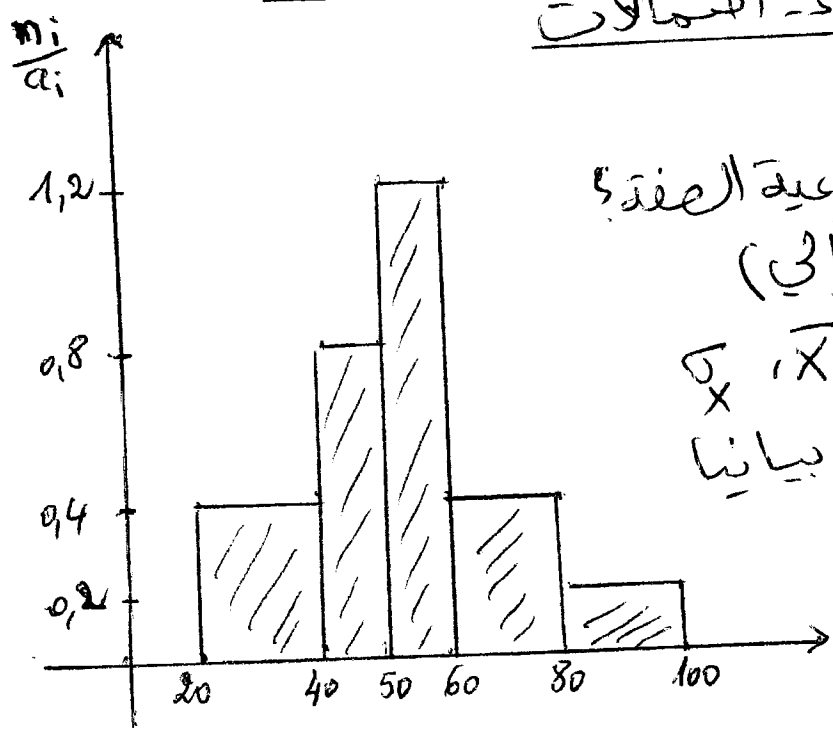
و منه التسارع المطلق يساوي:

$$\gamma_a = \sqrt{(\gamma_a^x)^2 + (\gamma_a^y)^2} = 155.61 \text{ cm/s}^2$$

LMD, S12
04/04/2017
1^h 30

قسم التكنولوجيا

استدراك: اعضاء - احتمالات



تمرين 1:

- 1- ماذا يمثل هذا المخطط؟ ما نوعية الصفة؟
- 2- عين الصفا التمهلي (المثنوي)
- 3- احسب $Q_1, M, Q_3, I_q, \bar{X}, \sigma_x$
- 4- ارسم المنحنى التراكمي وعين بيانها Q_1, M, Q_3
- 5- اوجد خواصل النقط التي ترتيبها: 0, 0.12, 0.5
- 6- احسب النسبة المئوية للأفراد داخل المجال $[M, \bar{X} + \sigma_x], [\bar{X} - \sigma_x, \bar{X} + \sigma_x]$

$[M, \bar{X} + \sigma_x], [\bar{X} - \sigma_x, \bar{X} + \sigma_x]$

تمرين 2:

يحتوي كيس على 16 قطعة معدنية متماثلة، 6 تزن كل واحدة منها 10 غ، و 10 تزن كل واحدة منها 12 غ. تسحب عشوائيا وفي آن واحد قطعتين من الكيس.

- احسب احتمال الحصول على قطعتين من نفس الوزن.
- ما هو احتمال كون وزن واحدة منهما 10 غ علما أن لهما نفس الوزن؟
- عند سحب القطعتين نقوم بوزنهما. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب مجموع أوزان القطعتين المسحوبتين.
- عين قيم X ، ثم قاتون احتمالها.
- عين الدالة التوزيعية ومثلها بيانها
- احسب $E(X), \sigma(X), P(|X-20| \leq 2)$

تصحيح استدراك إحصاء و احتمالات

تمرين 01:

1- يمثل المخطط التفاضلي (النسيجي) لصفة كمية مستمرة.

	n_i/a_i	a_i	n_i	f_i	F_i	C_i	$f_i C_i$	$f_i C_i^2$
20	0.4	20	8	0.2	0	30	6	180
40	0.8	10	8	0.2	0,2	45	9	405
50	1.2	10	12	0.3	0,4	55	16.5	907.5
60	0.4	20	8	0.2	0,7	70	14	980
80	0.2	20	4	0.1	0,9	90	9	810
100			N=40	1	1		54.5	3282.5

-2

الصف النمطي هو [50.60]

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^5 f_i C_i = 54.5$$

$$\text{Var}(X) = \sum_{i=1}^5 f_i C_i^2 - \bar{X}^2 = 3282.5 - (54.5)^2 = 312.25$$

$$\sigma(X) = 17.67$$

$$F(Q_1) = 0.25 \rightarrow Q_1 \in [40. 50[$$

$$Q_1 = 40 + 10 \frac{0.25 - 0.2}{0.2} = 42.5$$

$$F(M) = 0.5 \rightarrow M \in [50. 60[$$

$$M = 50 + 10 \frac{0.5 - 0.4}{0.2} = 53.33$$

$$F(Q_3) = 0.75 \rightarrow Q_3 \in [60, 80[$$

$$Q_3 = 60 + 20 \frac{0.75 - 0.7}{0.2} = 65$$

$$I_Q = Q_3 - Q_1 = 17,5$$

$$a) \quad y = 0 \rightarrow x \in [-\infty, 20[$$

$$b) \quad y = 0.12 \rightarrow x \in [20, 40[$$

$$x = 20 + 20 \frac{0.12 - 0}{0.2} = 32$$

$$c) \quad y = -0.5 \rightarrow x \in \emptyset$$

-0.5 اي لا توجد اي نقطة ترتيبها

$$[M, \bar{X} + \sigma_X [= [53.33, 72.17[$$

$$F(72.17) - F(M) = ? -0.5$$

$$72.17 \in [60, 80[\rightarrow \frac{72.17 - 60}{80 - 60} = \frac{F(72.17) - F(60)}{F(80) - F(60)}$$

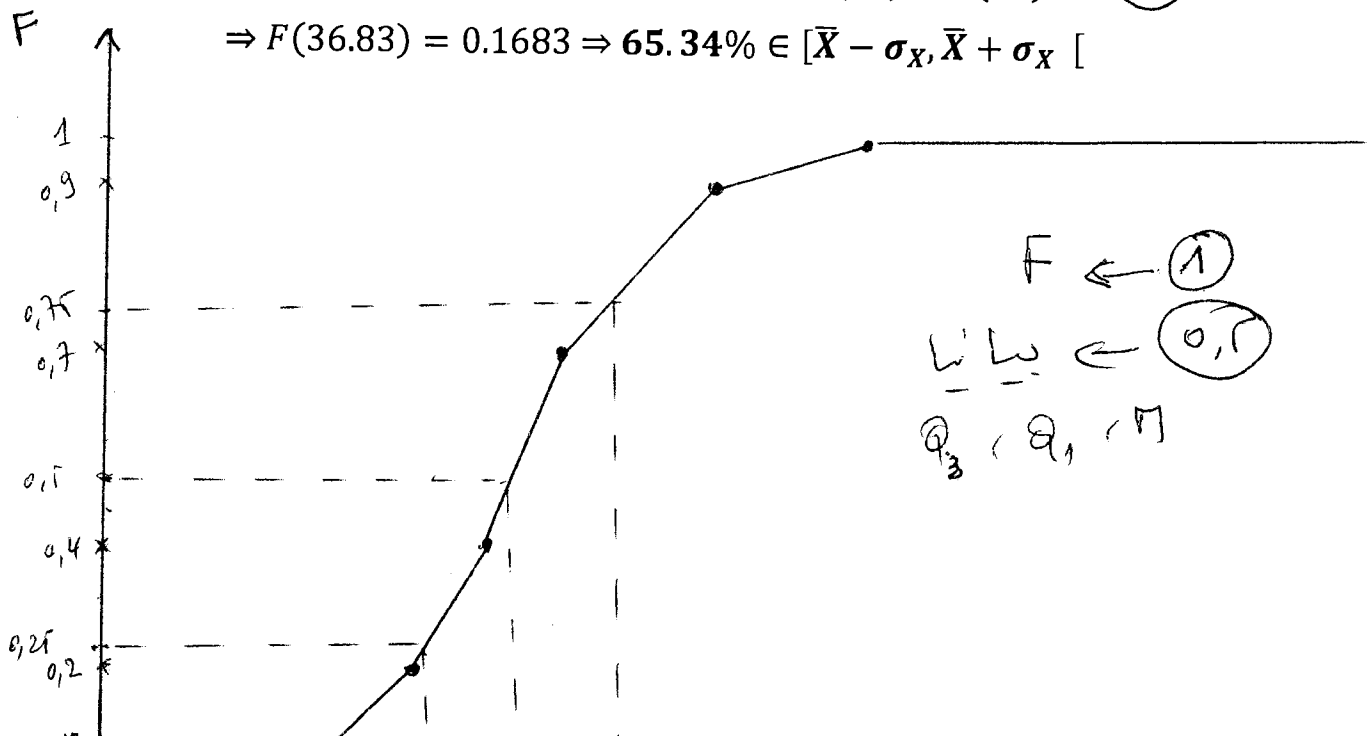
$$\Rightarrow F(72.17) = 0.8217 \Rightarrow 32.17\% \in [M, \bar{X} + \sigma_X [$$

$$[\bar{X} - \sigma_X, \bar{X} + \sigma_X [= [36.83, 72.17[$$

$$F(72.17) - F(36.83) = 0.8217 - ?$$

$$36.83 \in [20, 40[\rightarrow \frac{36.83 - 20}{40 - 20} = \frac{F(36.83) - F(20)}{F(40) - F(20)}$$

$$\Rightarrow F(36.83) = 0.1683 \Rightarrow 65.34\% \in [\bar{X} - \sigma_X, \bar{X} + \sigma_X [$$



82

تمرين 02:

0,2

$$\text{Card}(\Omega) = C_{16}^2$$

ليكن الحدث: A "الحصول على قطعتين من نفس الوزن"

$$P(A) = \frac{C_6^2 + C_{10}^2}{C_{16}^2} = \frac{15 + 45}{120} = 0.5$$

1

ليكن الحدث: B "وزن واحدة منهما هو 10 غ"

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{C_6^2 / C_{16}^2}{0.5} = 0.006$$

1

$$X: \Omega \rightarrow X(\Omega)$$

$$(a, b) \rightarrow X(a, b) = a + b$$

$$X(\Omega) = \{20, 22, 24\}$$

0,75

0,2

$$P(X = 20) = \frac{C_6^2}{C_{16}^2} = \frac{15}{120} = 0,125$$

0,2

$$P(X = 22) = \frac{C_6^1 C_{10}^1}{C_{16}^2} = \frac{60}{120} = 0,5$$

0,2

$$P(X = 24) = \frac{C_{10}^2}{C_{16}^2} = \frac{45}{120} = 0,375$$

X	20	22	24	Σ
P_i	$15/120$	$60/120$	$45/120$	1
$x_i P_i$	$300/120$	$1320/120$	$1080/120$	$2700/120$
$x_i^2 P_i$	$6000/120$	$29040/120$	$25920/120$	$60960/120$

$$F: \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$$

$$x \rightarrow F(x) = P(X \leq x) = \sum_{i=1/x_i \leq x}^3 P_i$$

$$x < 20; \quad F(x) = 0$$

$$20 \leq x < 22; \quad F(x) = \frac{15}{120}$$

$$22 \leq x < 24; \quad F(x) = \frac{75}{120}$$

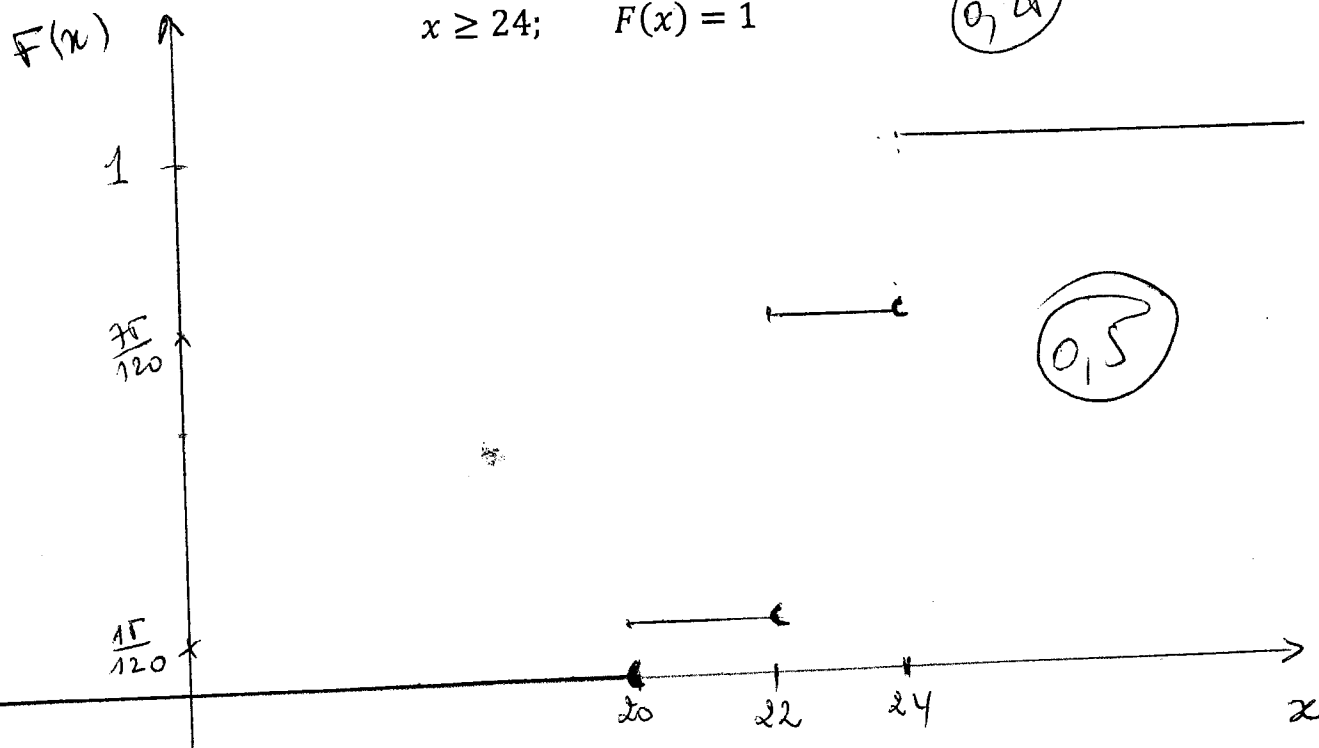
$$x \geq 24; \quad F(x) = 1$$

0,25

0,25

0,25

0,25



الدالة التوزيعية

$$E(X) = \sum_{i=1}^3 x_i P_i = 22.5$$

0,5

0,5

0,25

$$Var(X) = E(X^2) - E^2(X) = 508 - (22.5)^2 = 1.75 \rightarrow \sigma(X) = 1.32$$

$$P(|X - 20| \leq 2) = P(-2 \leq X - 20 \leq 2)$$

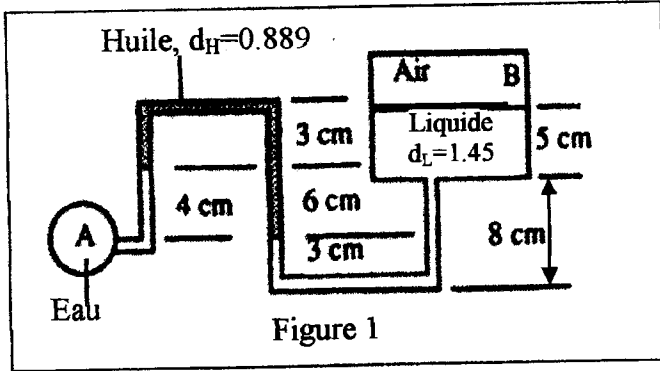
1

$$P(18 \leq X \leq 22) = P(X = 20) + P(X = 22) = \frac{75}{120} = 0.625$$

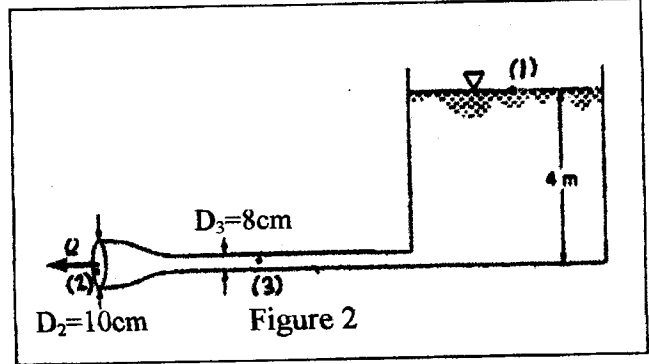
Contrôle de rattrapage de MDF

(Durée 1H30mn)

Exercice 1 : La pression au point A est 172.4kpa. Quelle est la pression de l'air dans la chambre fermée B? (d: représente la densité. Recopier la figure1)



التمرين 1: الضغط في النقطة A هو 172.4 kPa ما هي قيمة ضغط الهواء الموجود داخل الغرفة المغلقة B (d تمثل الكثافة اعد رسم الشكل 1)



Exercice 2 : De l'eau s'écoule d'un grand réservoir vers l'atmosphère à travers une conduite cylindrique comme montré sur la figure 2.

التمرين 2: الماء يسيل من خزان كبير نحو الجو عبر انبوب اسطواني كما موضح في الشكل 2. لو فرضنا ان المائع مثالي احسب

Si on considère que le fluide est parfait, calculer:

- 1- le débit volumique de l'eau Q.
- 2- la pression effective au point 3.

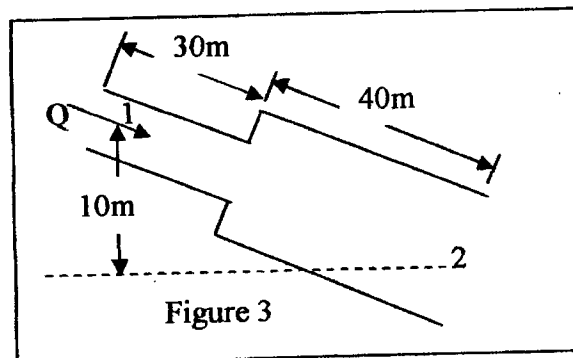
Exercice 3: De l'eau de viscosité 10^{-3} Pa.s circule dans deux conduites. L'une a une section rectangulaire ($20\text{cm} \times 10\text{cm}$), une longueur de 30m et une rugosité de 0.02mm. L'autre a une section carrée de coté 20cm et une longueur de 40m. Son coefficient de frottement $\lambda_2 = \lambda_1$. (Figure 3). Calculer la perte de charge totale le long de ces conduites et la différence de pression entre 1 et 2 pour les deux cas suivants:

التمرين 3: ماء ذو لزوجة 10^{-3} Pa.s يسيل داخل انبوبين احدهما ذو مقطع مستطيل ($20\text{cm} \times 10\text{cm}$) طوله 30 m و خشونته 0.02 mm . الاخر ذو مقطع مربع ضلعه 20 cm و طوله 40m . و معامل احتكاكه $\lambda_2 = \lambda_1$ (الشكل 3). احسب ضياع الحمولة الكلي طول هذين الانبوبين و الفرق في الضغط بين 1 و 2 في الحالتين التاليتين

- 1- Le débit $Q = 0.2 \text{ l/s}$.
- 2- Le débit $Q = 20 \text{ l/s}$.

- 1- التدفق الحجمي للماء Q
- 2- الضغط الفعال في النقطة 3

- 1- التدفق $Q = 0.2 \text{ l/s}$
- 2- التدفق $Q = 20 \text{ l/s}$



Rattrapage de MDF

Exercice 1 (3 pts)

- La pression de l'air dans la chambre fermée est la pression au point B

En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre A-1, 1-2 et 2-B on trouve

$$p_A - p_1 = \rho_E g (z_1 - z_A) = \rho_E g (0.04m) \quad (0,25)$$

$$p_1 - p_2 = \rho_H g (z_2 - z_1) = \rho_H g (-0.06m) \quad (0,25)$$

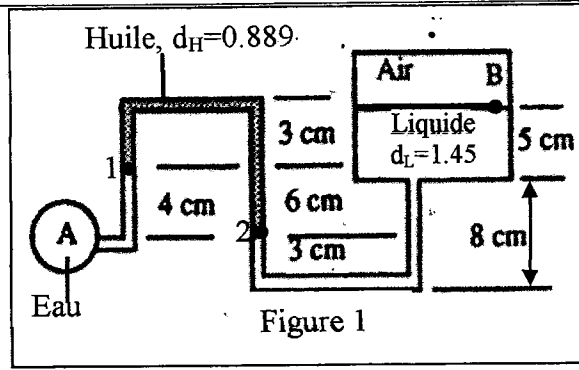
$$p_2 - p_B = \rho_L g (z_B - z_2) = \rho_L g (0.05m + 0.08m - 0.03m) \quad (0,5)$$

Par sommation des deux équations précédentes on trouve

$$p_A - p_B = \rho_E g (0.04) + \rho_H g (-0.06m) + \rho_L g (0.1m) \quad (0,5)$$

$$p_B = p_A - 1000 \times 9.81 \times (0.04) - 889 \times 9.81 \times (0.06) + 1450 \times 9.81 \times (0.1) \quad (0,25)$$

$$p_B = 172400 - 1291.58 = 171108.42 \text{ Pa} \quad (0,5)$$



Exercice 2 : (6 pts)

1- Calculer le débit volumique Q

$$Q = U_2 \times \frac{\pi D_2^2}{4} l \quad (0,25)$$

On applique l'équation de Bernoulli entre 1 et 2 pour un fluide parfait on trouve

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 \quad (0,5)$$

On a $U_1 = 0$ (grand réservoir) (0,5)

$p_1 = p_2 = p_{atm}$ (0,5)
 $z_1 - z_2 = 4m$ (0,25)

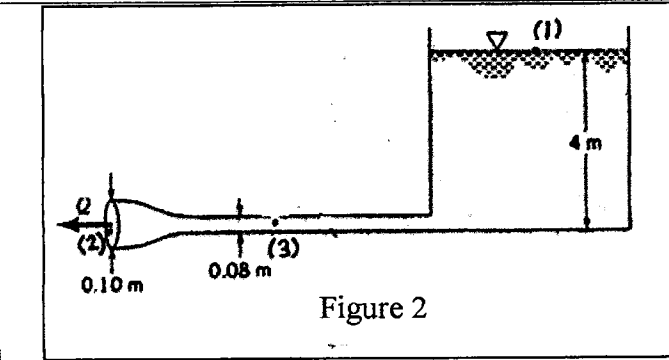
Donc on trouve $U_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 4}$ (0,25)
 $U_2 = 8.86 \text{ m/s}$ (0,5)

$$Q = 8.86 \times \frac{\pi 0.1^2}{4} = 0.0696 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad (0,25)$$

2- la pression effective au point 3

On applique l'équation de Bernoulli entre 2 et 3 (ou 1 et 3) on trouve

$$\frac{U_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 = \frac{U_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\rho g} + z_3 \quad (0,25)$$



$p_2 = p_{atm}$

$z_2 = z_3$ (0,25)

$$p_3 - p_{atm} = p_{3eff} = \rho \frac{U_2^2 - U_3^2}{2} \quad (0,25)$$

De l'équation de continuité on a

$$Q = U_2 \times \frac{\pi D_2^2}{4} = U_3 \times \frac{\pi D_3^2}{4} \quad (0,5)$$

Donc $U_3 = U_2 \times \frac{D_2^2}{D_3^2} = 8.86 \times \frac{0.1^2}{0.08^2} = 13.84 \text{ m/s}$ (0,25)

$$p_{3eff} = 1000 \frac{8.86^2 - 13.84^2}{2} \quad (0,5)$$

$$p_{3eff} = -56.52 \times 10^3 \text{ Pa}$$

Exercice 3: 11 pts

1- Le débit Q = 0.2 l/s.

a- Calculer la perte de charge totale le long des conduites

$$\Delta H_{total} = \Delta H_{L1} + \Delta H_{L2} \quad (0,25)$$

$$\Delta H_{L1} = \lambda_1 \frac{u_1^2 L_1}{2g D_{H1}} \quad (0,25) \quad \Delta H_{L2} = \lambda_2 \frac{u_2^2 L_2}{2g D_{H2}} \quad (0,25)$$

$$u_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.2 \times 10^{-3}}{0.2 \times 0.1} = 0.01 \text{ m/s} \rightarrow (0,25)$$

$$D_{H1} = 4 \frac{A_1}{P_{er1}} = 4 \frac{0.2 \times 0.1}{2(0.2 + 0.1)} = 0.133 \text{ m} \rightarrow (0,25)$$

λ_1 dépend du régime de l'écoulement on calcule Re_1

$$Re_1 = \rho \frac{u_1 D_{H1}}{\mu} = 1000 \frac{0.01 \times 0.133}{10^{-3}} = 1330 < 2300$$

l'écoulement est laminaire donc $\lambda_1 = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1330} \quad (0,5)$

$$\lambda_1 = 0.0481 \quad (0,25)$$

$$\Delta H_{L1} = 0.0481 \frac{0.01^2}{2 \times 9.81} \frac{30}{0.133} = 5.53 \times 10^{-5} \text{ m} \quad (0,25)$$

$$u_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.2 \times 10^{-3}}{0.2^2} = 0.005 \text{ m/s} \quad (0,25)$$

$$D_{H2} = 4 \frac{A_2}{P_{er2}} = 4 \frac{0.2^2}{4(0.2)} = 0.2 \text{ m} \rightarrow (0,25)$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 = 0.0481$$

$$\Delta H_{L2} = 0.0481 \frac{0.005^2}{2 \times 9.81} \frac{40}{0.2} = 1.22 \times 10^{-5} \text{ m} \quad (0,25)$$

$$\Delta H_{total} = (5.53 + 1.22) \times 10^{-5} \text{ m} = 6.75 \times 10^{-5} \text{ m} \quad (0,25)$$

b- La différence de pression entre 1 et 2

On applique l'équation de Bernoulli entre 1 et 2 pour un fluide réel on trouve

$$\frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \Delta H_{total} \quad (0,5)$$

$$z_1 - z_2 = 10 \text{ m} \quad (0,25)$$

$$p_1 - p_2 = \rho g \left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + z_2 - z_1 + \Delta H_{total} \right) \quad (0,25)$$

$$p_1 - p_2 = 1000 \times 9.81 \times \left(\frac{0.005^2 - 0.01^2}{2 \times 9.81} - 10 \right) + 7.06 \times 10^{-5}$$

$$\approx -98.1 \text{ kPa} \quad (0,25)$$

2- Le débit Q = 20 l/s

a- Calculer la perte de charge totale

$$u_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{20 \times 10^{-3}}{0.2 \times 0.1} = 1 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

$$Re_1 = \rho \frac{u_1 D_{H1}}{\mu} = 1000 \frac{1 \times 0.133}{10^{-3}} = 133000 > 2300 \quad (0,25)$$

L'écoulement est turbulent on calcule λ_1 de la formule de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} = -2 \log_{10} \left[\frac{\varepsilon}{3.71 D_{H1}} + \frac{2.51}{Re_1 \sqrt{\lambda_1}} \right] \quad (0,5)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} = -2 \log_{10} \left[\frac{0.02 \times 10^{-3}}{3.71 \times 0.133} + \frac{2.51}{133000 \sqrt{\lambda_1}} \right]$$

On pose $x = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}}$

$$x = -2 \log_{10} (4 \times 10^{-5} + 1.88 \times 10^{-5} x)$$

$$x = 10 - 2 \log_{10} (4 + 1.88x)$$

$$x_0 = 0, x_1 = 8.796, x_2 = 7.375,$$

$$x_3 = 7.496, x_4 = 7.458, x_5 = 7.485$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{7.485^2} = 0.0178$$

$$\Delta H_{L1} = 0.0178 \frac{1^2}{2 \times 9.81} \frac{30}{0.133} = 0.205 \text{ m} \quad (0,25)$$

$$\Delta H_{L2} = \lambda_2 \frac{u_2^2 L_2}{2g D_{H2}}$$

$$u_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{20 \times 10^{-3}}{0.2^2} = 0.5 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 = 0.0178 \quad \Delta H_{L2} = 0.0178 \frac{0.5^2}{2 \times 9.81} \frac{40}{0.2} = 0.045 \text{ m} \quad (0,25)$$

$$\Delta H_{total} = 0.205 \text{ m} + 0.045 \text{ m} = 0.25 \text{ m} \quad (0,25)$$

b- La différence de pression

$$p_1 - p_2 = \rho g \left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + z_2 - z_1 + \Delta H_{total} \right)$$

$$p_1 - p_2 = 1000 \times 9.81 \times \left(\frac{0.5^2 - 1^2}{2 \times 9.81} - 10 \right) + 0.25 \quad (0,5)$$

$$= -96.02 \text{ kPa}$$