جامعة الإخوة منتوري قسنطينة — جانفي 2017

قسم علوم التكنولوجيا — المدة : 1 سا و 30 د

LMD , ST2

امتحان مقياس إحصاء و إحتمالات

تمرين 01: (8)

لمعرفة العلاقة بين درجة الحرارة وعدد نبضات أجنحة الجراد ، لدينا الجدول التالي:

X_i	15	17	20	21	23	24	27	28	30	32	34
Y_i	13.5	14.1	14.5	14.4	16.3	15.5	17.1	17.8	18.2	20.2	20.1

1-مثل سحابة النقط ماذا تلاحظ؟

2-احسب معامل الارتباط الخطي.

3-عين معادلة مستقيم تسوية y بدلالة x. وارسمه مع سحابة النقط.

4-إذا زادت درجة الحرارة ب 3 درجات، كم يزيد عدد النبضات.

(يؤخذ رقمان بعد الفاصلة)

تمرين 02: (الأسئلة مستقلة عن بعضها البعض) (2,5)

1- باستعمال معادلتي مستقيمي التسوية، برهن أن : $\rho^2 = ac$

2- ما هو عدد ارقام الهاتف الممكن تشكيلها من 10 ارقام و التي تبدأ بالأرقام التالية 055.

3- نرمي نردين **متشابهين**، ما هو عدد الحالات الممكنة؟

تمرين 03 : (9,5)

نرمي قطعة نقدية متجانسة 4 مرات، و ليكن المتغير العشوائي X هو عدد مرات ظهور الوجه (face).

1- عين قانون احتمال X.

2- اوجد الدالة التوزيعية F.

3- احسب $E(X)$، $\sigma(X)$، $E(X^3+3)$، $P(X^2-7X+10=0)$، $P(X^2-4X+3\leq 0)$

جانفي 2017

المدة : 1 سا و 30 د

جامعة قسنطينة 01

قسم علوم التكنولوجيا

LMD , ST2

تصحيح امتحان إحصاء و إحتمالات

تمرين 01: (8)

(1,5)

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	x_iy_i	
15	13.5	225	182.25	202.5	
17	14.1	289	198.81	239.7	
20	14.5	400	210.25	290	
21	14.4	441	207.36	302.4	
23	16.3	529	265.69	374.9	
24	15.5	576	240.25	372	
27	17.1	729	292.41	461.7	
28	17.8	784	316.84	498.4	
30	18.2	900	331.24	546	
32	20.2	1024	408.04	646.4	
34	20.1	1156	404.01	683.4	
271	181.7	7053	3057.15	4617.4	$\sum_{i=1}^{11}$

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{11} X_i = \frac{271}{11} = 24.64$$ (0,5)

$$\bar{Y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{11} Y_i = \frac{181.7}{11} = 16.52$$ (0,5)

$$Var(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{11} X_i^2 - \bar{X}^2 = \frac{7053}{11} - (24.64)^2 = 34.05$$ (0,5)

$$\sigma(X) = 5.83$$ (0,25)

$$Var(Y) = \frac{1}{}\sum^{11} Y_i^2 - \bar{Y}^2 = \frac{3057.15}{} - (16.52)^2 = 5.01$$ (0,5)

$$\sigma(Y) = 2.24$$ 0,25

$$COV(X,Y) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{11} X_i \ Y_i - \bar{X}\,\bar{Y} = \frac{4617.471}{11} - (24.64)(16.52) = 12.71$$ 0,5

2-

$$\rho(X,Y) = \frac{COV(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{12.71}{(5.83)(2.24)} = 0.97$$ 0,5

3- مستقيم تسوية Y بدلالة X

$$Y = aX + b$$

$$a = \frac{COV(X,Y)}{VAR(X)} = \frac{12.71}{34.05} = 0.37$$

$$b = \bar{Y} - a\bar{X} = 16.52 - (0.37)(24.64) = 7.3$$ 1

$$Y = 0.37X + 7.3$$

4-

$$x = X + 3; \quad y = 0.37(X + 3) + 7.3$$

$$= (0.37X + 7.3) + (0.37)(3) = Y + 1.11$$ 1

$$y = Y + 1.11$$

تمرين 02: (2,5)

$$Y = aX + b, \ \ a = \frac{COV(X,Y)}{VAR(X)}, \qquad b = \bar{Y} - a\bar{X}$$

$$X = cY + d, \ \ c = \frac{COV(X,Y)}{VAR(Y)}, \qquad d = \bar{X} - c\bar{Y}$$

$$\rho = \frac{COV(X,Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)} \Rightarrow \rho^2 = \frac{COV^2\ (X,Y)}{VAR(X)VAR(Y)} = ac$$ 1

2-عدد أرقام الهاتف الممكن تشكيلها

$$10^7$$ 0,75

$$\text{Card}(\Omega) = 21$$ 0,75

$$\Omega = \{11,22,33,44,55,66,12,13,14,15,16,23,24,25,26,34,35,36,45,46,56\}$$

تمرين 03 : (9,5)

$$\text{Card}(\Omega) = 2^4 = 16$$ 0,5

1 $$\Omega = \left\{\begin{matrix} PPPP, PPPF, PPFP, PPFF, PFPP, PFPF, PFFP, PFFF, \\ FPPP, FPPF, FPFP, FPFF, FFPP, FFPF, FFFP, FFFF \end{matrix}\right\}$$

$$X(\Omega) = \{0,1,2,3,4\}$$ 1,25

1- قانون إحتمال X

$$P(X=0) = P(\{PPPP\}) = \frac{1}{16}$$ 0,5

$$P(X=1) = P(\{PPPF, PPFP, PFPP, FPPP\}) = \frac{4}{16}$$ 0,5

$$P(X=2) = P(\{PPFF, PFPF, PFFP, FPPF, FPFP, FFPP\}) = \frac{6}{16}$$ 0,5

$$P(X=3) = P(\{PFFF, FPFF, FFPF, FFFP\}) = \frac{4}{16}$$ 0,5

$$P(X=4) = P(\{FFFF\}) = \frac{1}{16}$$ 0,5

x_i	0	1	2	3	4	$\sum_{i=1}^{5}$
P_i	$1/16$	$4/16$	$6/16$	$4/16$	$1/16$	1
x_iP_i	0	$4/16$	$12/16$	$12/16$	$4/16$	2
$x_i^2P_i$	0	$4/16$	$24/16$	$36/16$	$16/16$	$80/16$

2-الدالة التوزيعية F.

$$F: \mathbb{R} \to [0,1]$$

$$x \rightarrow F(x) = P(X \leq x) = \sum_{i=1/x_i \leq x}^{5} P_i$$

$$x < 0;\ F(x) = 0$$ 0,25

$$0 \leq x < 1;\ F(x) = \frac{1}{16}$$ 0,25

$$1 \leq x < 2;\ F(x) = \frac{5}{16}$$ 0,25

$$2 \leq x < 3;\ F(x) = \frac{11}{16}$$ 0,25

$$3 \leq x < 4;\ F(x) = \frac{15}{16}$$ 0,25

$$x \geq 4;\ F(x) = 1$$ 0,25

$$E(X) = \sum_{i=1}^{5} \text{xi Pi} = 2$$ 0,5

$$VAR(X) = E(X^2) - E^2(X)$$

$$= \frac{80}{16} - 4 = 1 \Rightarrow \sigma(X) = 1$$ 0,5 0,25

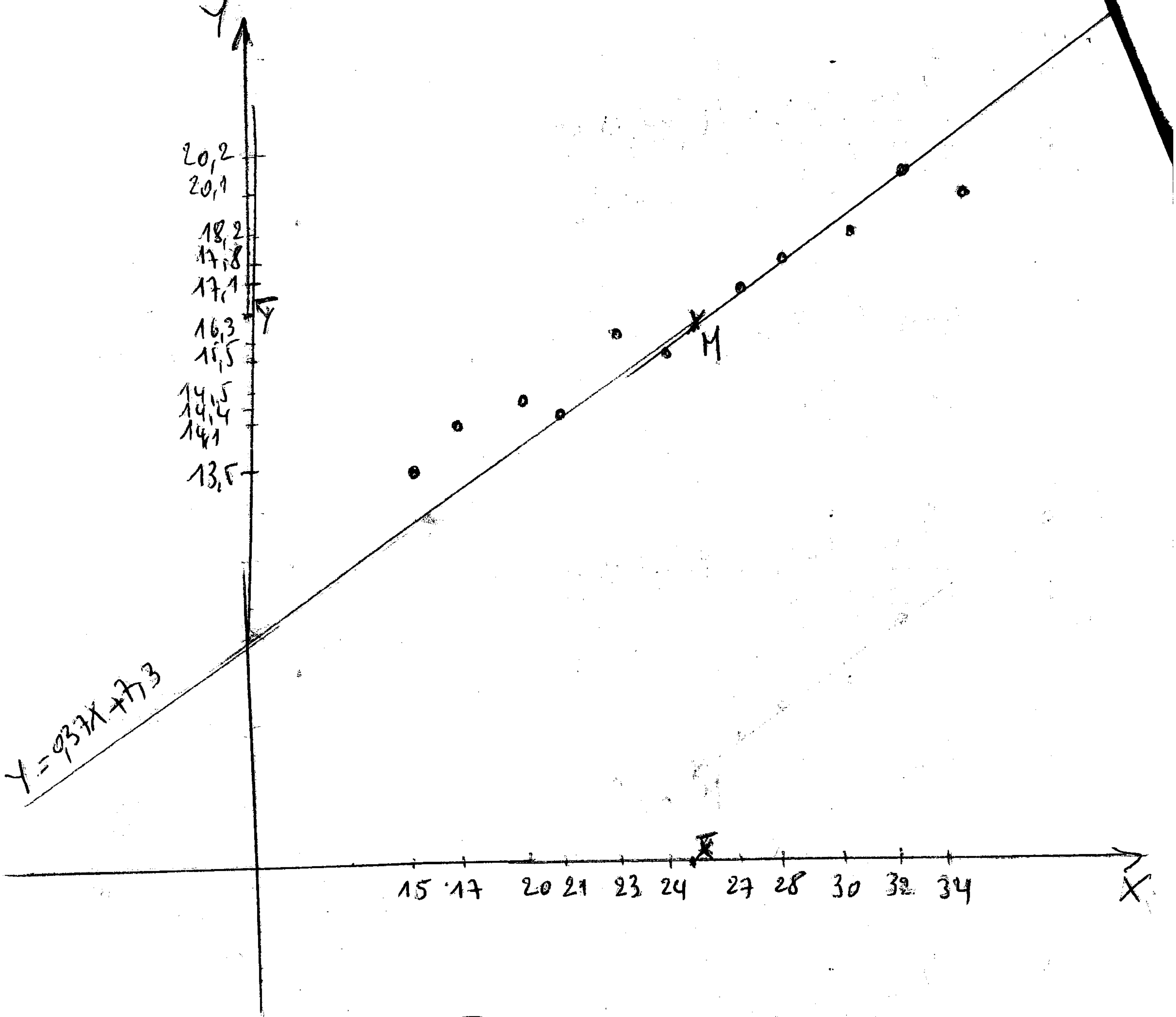
$$E(X^3 + 3) = E(X^3) + 3 = \sum_{i=1}^{5} x_i^3 \text{Pi} + 3 = 17$$ 0,5

$$P(X^2 - 7X + 10 = 0) = P\big((X-2)(X-5) = 0\big)$$

$$= P(X = 2) + P(X = 5) = P(X = 2) = \frac{6}{16}$$ 0,5

$$P(X^2 - 4X + 3 \leq 0) = P\big((X-1)(X-3) \leq 0\big)$$

$$P(1 \leq X < 3 \leq) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = \frac{14}{16}$$ 0,5



* سحابة النقط ← 0,5

* مستقيم التسوية ← 0,5

نلاحظ أنه يوجد ارتباط خطي قوي بين X و Y ← 0,25
لأن النقاط تقريبا على نفس الاستقامة

جامعة الإخوة منتوري قسنطينة السنة الدراسية 2016-2017

قسم علوم وتكنلوجيا

إمتحان مقياس فيزياء 3 ، المدة : ساعة ونصف

التمرين الأول:

ما طبيعة حاصل تراكب الحركتين و منحاه بدون حساب في الحالات التالية؟ :

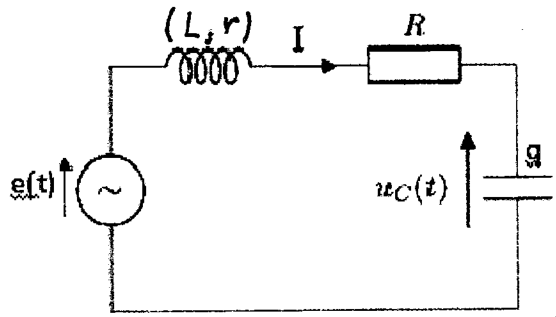
$$x_1(t) = 3\sin t\ ;\ x_2(t) = 4\cos t$$

$$x_1(t) = 3\sin 11t\ ;\ x_2(t) = 3\sin 9t$$

$$x(t) = 3\sin 2t\ ;\ y(t) = 5\sin 2t$$

التمرين الثاني:

دارة كهربائية RLC متسلسلة مغذاة بجهد جيبي $e(t) = E\sin\omega_e t$ تتكون من مكثفة سعتها $C = 0,2\ \mu F$ ، مقاومة $R = 10\Omega$ ووشيعة ذاتيتها $L = 5mH$ ومقاومتها الداخلية $r = 5\Omega$.



1) بين أن التيار I يخضع للمعادلة التفاضلية التالية :

$$\ddot{I} + 2\lambda\dot{I} + \omega_0^2 I = B\ \omega_e\cos\omega_e t$$

2) جد شكل الحل العام .

3) جد عبارتي ثوابت الحل الدائم ثم مثل بيانيا سعته بدلالة نبض التحريض ω_e.

التمرين الثالث:

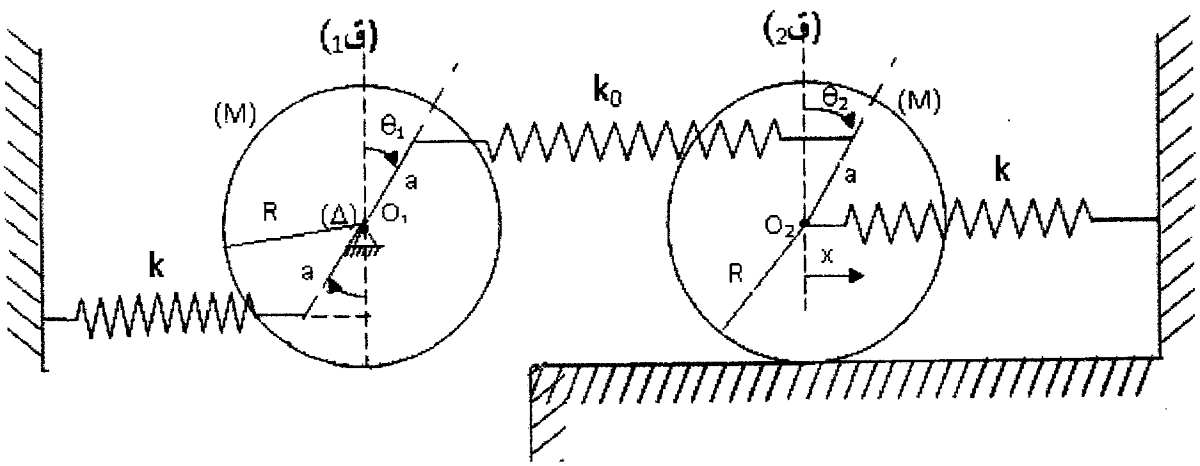
نظام اهتزازي متزاوج مكون من قرصين متماثلين (ق$_1$) و (ق$_2$) ، الأول بإمكانه الدوران حول محور ثابت (Δ) والثاني التدحرج بدون انزلاق.

1) جد الطاقة الحركية للنظام و الطاقة الكامنة ثم استنتج اللاغرانجي. (عزم عطالة القرص $J = \frac{1}{2}MR^2$)

2) باستعمال معادلات لاغرانج بين ان المعادلات التفاضلية للنظام التي تصف حركة الاهتزازات الصغيرة تكتب على الشكل التالي:

$$\ddot{\theta}_1 + \omega_1^2\theta_1 = a_1\theta_2$$
$$\ddot{\theta}_2 + \omega_2^2\theta_2 = a_2\theta_1$$

3) أوجد عبارتي الأنباض الذاتية بدلالة $a_1, a_2, \omega_1, \omega_2$.



التمرين الأول:

(0,5) (0,5)

1) حاصل التراكب هو حركة توافقية لها نفس منحنى الحركتين و نفس النبض (0,5)

أو ($x = A \sin(t+\varphi)$)

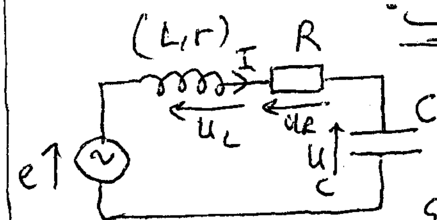
2) حاصل تراكب الحركتين هو حركة لها نفس منحنى الحركتين وتمثل ظاهرة النبضات

3) منحنى ليساجو على شكل مستقيم

معادلته : $y = \frac{5}{3}x$ (1,5)

أو في حالة الجواب قطع ناقص: (1)

التمرين الثاني:



1) المعادلة التفاضلية؟

$u_C + u_L + u_R = e \; , \; \frac{q}{C} + L\frac{dI}{dt} + rI + RI = e$ (0,5)

$L\ddot{I} + (R+r)\dot{I} + \frac{1}{C}I = E\omega_e \cos\omega_e t$ (0,5)

$\ddot{I} + \frac{(R+r)}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = \frac{E\omega_e}{L}\cos\omega_e t$

$$\boxed{\ddot{I} + 2\lambda\dot{I} + \omega_0^2 I = B\omega_e \cos\omega_e t \quad \lambda = \frac{(R+r)}{2L} \; ; \; \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \; , \; B = \frac{E}{L}}$$ (1)

2) شكل الحل العام؟ $I = I_h + I_p$ (0,5)

$I_h = ?$, $\ddot{I} + 2\lambda\dot{I} + \omega_0^2 I = 0$ (0,5)

$\lambda = \frac{R+r}{2L} = \frac{15}{2\times5\times10^{-3}} = 0,15\times10^4 \; s^{-1}$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{5\times10^{-3}\times0,2\times10^{-6}}} = \sqrt{10}\times10^4 \; s^{-1}$ 3,16 (0,5)

$\lambda < \omega_0 \Rightarrow$ $\boxed{I_h = De^{-\lambda t}\cos(\omega_a t + \varphi) \quad \omega_a = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}}$ (1)

(0,5)

الحل الخاص $I_p = ?$

التحريض جيبي $\Leftarrow$ $\boxed{I_p = A\cos(\omega_e t - \varphi_e)}$

(0,5)

شكل الحل العام:

3) الحل الدائم؟

$e^{-\lambda t} \to 0 \Rightarrow I_h \to 0 \Rightarrow I = I_p$ (0,5)

$$\boxed{I = A\cos(\omega_e t - \varphi_e)}$$

ثوابت الحل الدائم A و φ_e ؟

$\bar{I} = \bar{A}e^{j\omega_e t} \; , \; \bar{A} = Ae^{-j\varphi_e}$

$-\omega_e^2\bar{A} + 2j\lambda\omega_e\bar{A} + \omega_0^2\bar{A} = B\omega_e$

$$\boxed{\bar{A} = \frac{B\omega_e}{(\omega_0^2 - \omega_e^2) + j2\lambda\omega_e}}$$ (1)

$$\Rightarrow \boxed{A = \frac{B\omega_e}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + 4\lambda^2\omega_e^2}}}$$ (0,5)

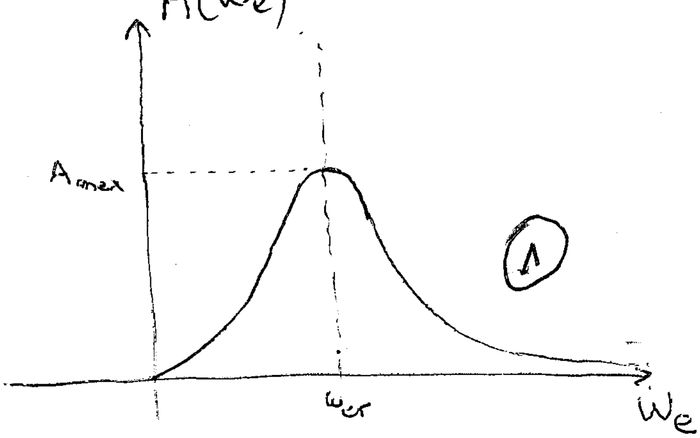
$$\boxed{\varphi_e = \operatorname{arctg}\frac{2\lambda\omega_e}{\omega_0^2 - \omega_e^2}}$$ (0,5)

التمثيل البياني للسعة $A(\omega_e)$ ؟

$\lim_{\omega_e \to 0} A(\omega_e) = 0 \; ; \; \lim_{\omega_e \to \infty} A(\omega_e) = 0$

$A > 0 , \frac{dA}{d\omega_e} = 0$ (0,5) $\Rightarrow$ قيمة أعظمية واحدة (0,5)

$\boxed{\omega_{er} = \omega_0}$, $\boxed{A_{max} = \frac{B}{2\lambda}}$



(1)

تمرين 3

$$E_c = \frac{1}{2} J\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} M R^2 \dot{\theta}_2^2$$

$$E_c = \frac{1}{4} MR^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{3}{4} MR^2\dot{\theta}_2^2 \quad (1)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k a^2 \theta_1^2 + \frac{1}{2} k R^2 \theta_2^2 + \frac{1}{2} k_0 \left[(R+a)\theta_2 - a\theta_1\right]^2 \quad (1,5)$$

$$L = E_c - E_p$$

$$L = \frac{1}{4} MR^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{3}{4} MR^2\dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2} k a^2\theta_1^2 - \frac{1}{2} k R^2 \theta_2^2 - \frac{1}{2} k_0 \left[(R+a)\theta_2 - a\theta_1\right]^2$$

معادلات لاغرانج

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0 \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{MR^2}{2}\ddot{\theta}_1 + k a^2 \theta_1 + k_0\left[a\theta_1 - (R+a)\theta_2\right]a = 0$$

$$\frac{3}{2} MR^2 \ddot{\theta}_2 + k R^2 \theta_2 + k_0\left[(R+a)\theta_2 - a\theta_1\right](R+a) = 0$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 + \frac{2(k+k_0)a^2}{MR^2}\theta_1 = \frac{2k_0 a(R+a)}{MR^2}\theta_2 \quad (1) \\ \ddot{\theta}_2 + \frac{2}{3}\frac{kR^2 + k_0(R+a)^2}{MR^2}\theta_2 = \frac{2}{3}\frac{k_0 a(R+a)}{MR^2}\theta_1 \end{cases}$$

جملة معادلات من الشكل

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 + \omega_1^2 \theta_1 = a_1 \theta_2 \\ \ddot{\theta}_2 + \omega_2^2 \theta_2 = a_2 \theta_1 \end{cases} \qquad \omega_1^2 = \frac{2(k+k_0)a^2}{MR^2}, \quad \omega_2^2 = \frac{2}{3}\frac{kR^2 + k_0(R+a)^2}{MR^2}$$

$$a_1 = \frac{2k_0 a(R+a)}{MR^2} \; ; \; a_2 = \frac{2}{3}\frac{k_0 a(R+a)}{MR^2}$$

نبحث عن حلول من الشكل

$$\theta_1 = A_1 \cos(\Omega t + \varphi_1)$$
$$\theta_2 = A_2 \cos(\Omega t + \varphi_2) \quad (0,5)$$

$$\bar{\theta}_1 = \bar{A}_1 e^{j\Omega t} \; ; \; \bar{\theta}_2 = \bar{A}_2 e^{j\Omega t}$$

بالتعويض في الجملة نحصل :

$$\begin{cases} (\omega_1^2 - \Omega^2)\bar{A}_1 - a_1 \bar{A}_2 = 0 \quad (0,5) \end{cases}$$

الجملة الجبرية تقبل حلا غير معدوم اذن المحدد العام منعدم :

$$\begin{vmatrix} \omega_1^2 - \Omega^2 & -a_1 \\ -a_2 & \omega_2^2 - \Omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow (\omega_1^2 - \Omega^2)(\omega_2^2 - \Omega^2) - a_1 a_2 = 0$$

نحصل على معادلة النبضات الذاتية (0,5)

$$\Omega^4 - (\omega_1^2 + \omega_2^2)\Omega^2 + \omega_1^2\omega_2^2 - a_1 a_2 = 0$$

$$\Rightarrow \Omega_1 = \left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4a_1a_2}}{2}\right]^{1/2} \quad (0,5)$$

$$\Omega_2 = \left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4a_1a_2}}{2}\right]^{1/2} \quad (0,5)$$

Ω_1 و Ω_2 هما النبضات الذاتية للنظام .

Université de Constantine 1

LMD 2^{eme} ST

22/01/2017 Durée : 1h30

Contrôle d'électronique fondamentale I

Exercice 1 (7pts):

Soit le circuit suivant en régime continu.

a) Appliquer le **Théorème de Thévenin** entre les points A et B du circuit :

1. Calculer E_{th} et R_{th}.

b) On place ensuite une résistance de 20 Ω entre les points A et B.

1. Calculer la tension U_{AB}.
2. Calculer la puissance aux bornes de cette résistance.

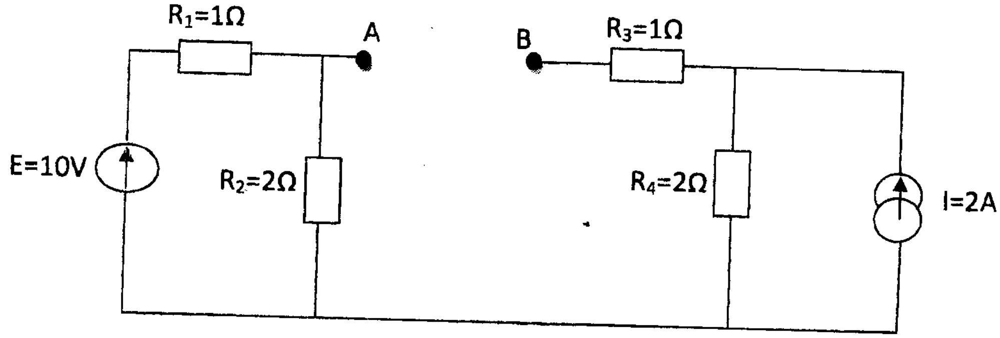


Figure 1

Exercice 2 (6pts) :

Soit le quadripôle de la figure 2 fermé sur une charge R_c.

1- Trouver la matrice impédance du quadripôle Q.
2- Trouver la matrice admittance du quadripôle Q.
3- Calculer l'impédance d'entrée du quadripôle fermé sur la charge $R_c = 6Ω$.

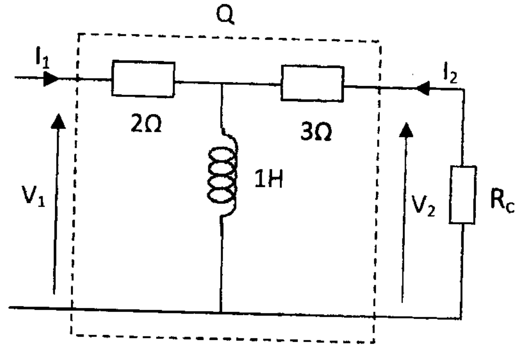


Figure 2

Exercice 3 (7pts) :

1- Trouver la fonction de transfert $H(j\omega)$ du circuit de la figure 3 et mettez-la sous la forme :

$$H(j\omega) = k\frac{1 + j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_2}$$

préciser k , ω_1 et ω_2.

2- Tracer le diagramme de Bode dans le cas où : $20\log(k) = -10dB$, $\omega_1 = 1$ rd/s, $\omega_2 = 10$ rd/s.

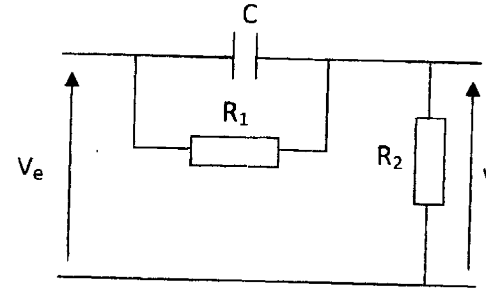


Figure 3

Université Constantine 1 22/01/2017

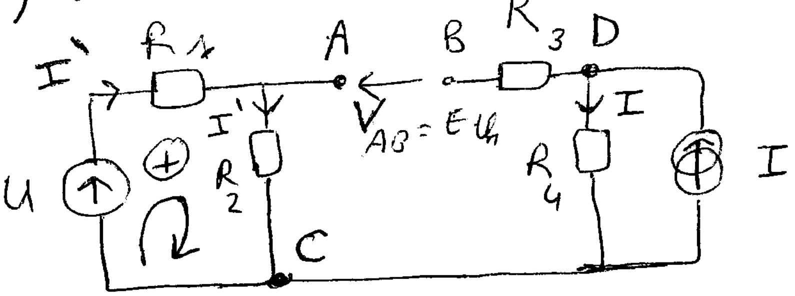
LMD ST2

Contrôle d'électronique fondamentale I

Corrigé type :

Exercice N° 1 (7pts) :

* a)



$E_{th} = V_{AB} = (V_A - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_B)$ 0,5

0

$V_{AB} = R_2 I' - R_4 I$ 1pt

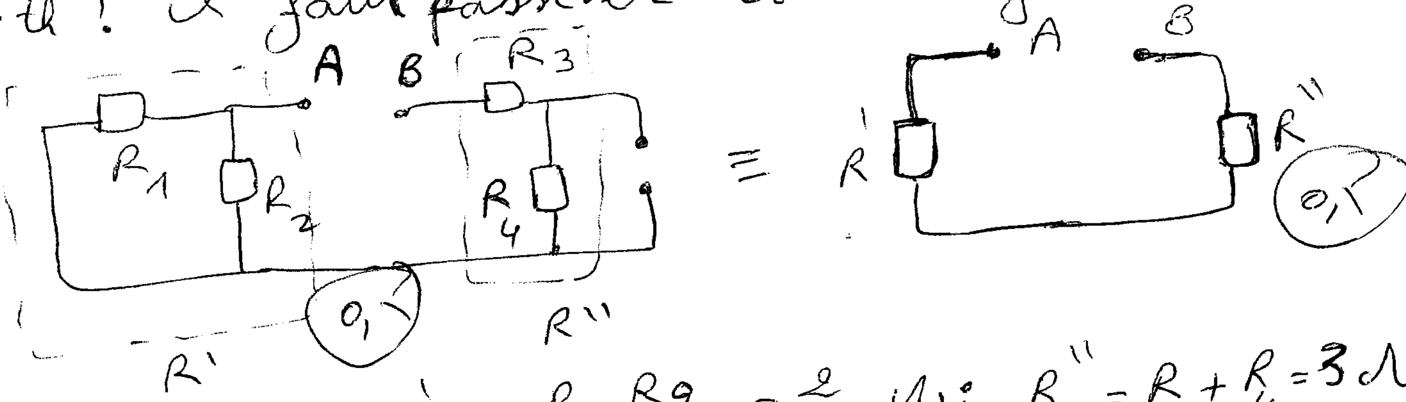
I' ? $\sum V_i = 0 \Rightarrow U - R_1 I' - R_2 I' = 0$ 0,5

$\Rightarrow I' = \dfrac{U}{R_1 + R_2} = \dfrac{10}{3}\ A$

0,5

donc : $E_{th} = 2 \cdot \dfrac{10}{3} - 2 \cdot 2 = \dfrac{20 - 12}{3} = \dfrac{8}{3}\ V$

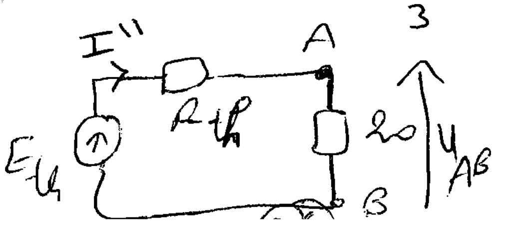
R_{th} ? il faut passiver tous les générateurs :



avec : $R' = \dfrac{R_1 . R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{2}{3}\ \Omega$; $R'' = R_3 + R_4 = 3\ \Omega$ 1

$R_{th} = R' + R'' = \dfrac{2}{3} + 3 = \dfrac{11}{3}\ \Omega$.

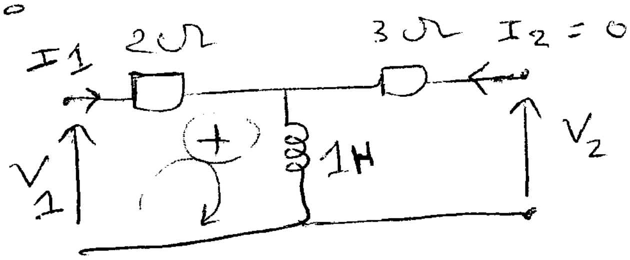
b) 1°/



* le diviseur de tension :

$U_{AB} = \dfrac{20 . E_{th}}{20 + R_{th}} = 2{,}25\ V$ 1

Exercice N° 2 (6 pts) :



1°/ [Z] :

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0}$$

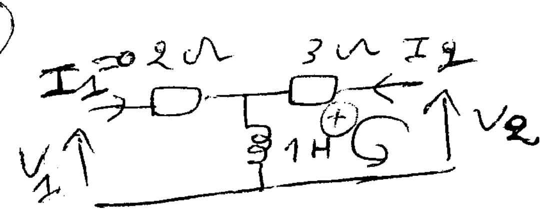
$$\sum V_i = 0 \Rightarrow V_1 - 2I_1 - j\omega I_1 = 0$$

$$\Rightarrow Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = 2 + j\omega$$ 0,5

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2=0} \Rightarrow V_2 = j\omega I_1 \Rightarrow \frac{V_2}{I_1} = j\omega$$

$$Z_{21} = j\omega = Z_{12}$$ 0,5

0,5



$$Z_{22} = V_2/I_2 \Big|_{I_1=0} \Rightarrow$$

$$\sum V_i = 0 \Rightarrow V_2 - 3I_2 - j\omega I_2 = 0$$

donc : $Z_{22} = V_2/I_2 = 3 + j\omega$ 0,5

2°/ [Y] :

on a : $[Y] = [Z]^{-1} = \frac{1}{\det[Z]} \operatorname{adj}[Z]$.

$$[Y] = \frac{1}{(2+j\omega)(3+j\omega) - (j\omega)^2} \begin{bmatrix} 3+j\omega & -j\omega \\ -j\omega & 2+j\omega \end{bmatrix}$$

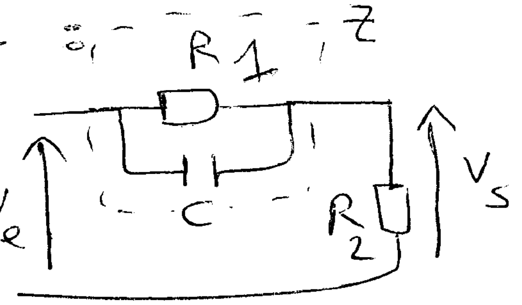
$$= \frac{1}{6+5j\omega} \begin{bmatrix} 3+j\omega & -j\omega \\ -j\omega & 2+j\omega \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{3+j\omega}{6+5j\omega} & \frac{-j\omega}{6+5j\omega} \\ \frac{-j\omega}{6+5j\omega} & \frac{2+j\omega}{6+5j\omega} \end{bmatrix}$$ 2

3°/ $$Z_e = Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + Z_c} = 2 + j\omega - \frac{(j\omega)^2}{3 + j\omega + 6}$$

Exercice N° 3 (7 pts) :

1°/ La fonction de transfert :



$$H(j\omega) = V_s / V_e$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + Z}.$$

$$Z = \frac{R_1 \cdot 1/jC\omega}{R_1 + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R_1}{1 + jR_1C\omega}$$

donc : $H(j\omega) = \dfrac{R_2}{R_2 + \dfrac{R_1}{1+jR_1C\omega}} = \dfrac{R_2(1+jR_1C\omega)}{R_1+R_2+jR_1R_2C\omega}$

$$H(j\omega) = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot \frac{1+jR_1C\omega}{1+j\frac{R_1R_2C}{R_1+R_2}\omega}. \quad 2pts$$

$$= K \cdot \frac{1+j\omega/\omega_1}{1+j\omega/\omega_2}.$$

avec : $K = \dfrac{R_2}{R_1+R_2}$; $\omega_1 = 1/R_1C$; $\omega_2 = \dfrac{(R_1+R_2)}{R_1R_2C}$ 1

2°/ Diagramme de Bode :

$$G_{dB} = 20\log K + 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2} - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}$$

$$= G_1 + G_2 + G_3 \quad 0,5$$

$$\phi = 0 + \operatorname{arctg}\omega/\omega_1 - \operatorname{arctg}\omega/\omega_2 \quad 0,5$$

$$= \phi_1 + \phi_2 + \phi_3.$$

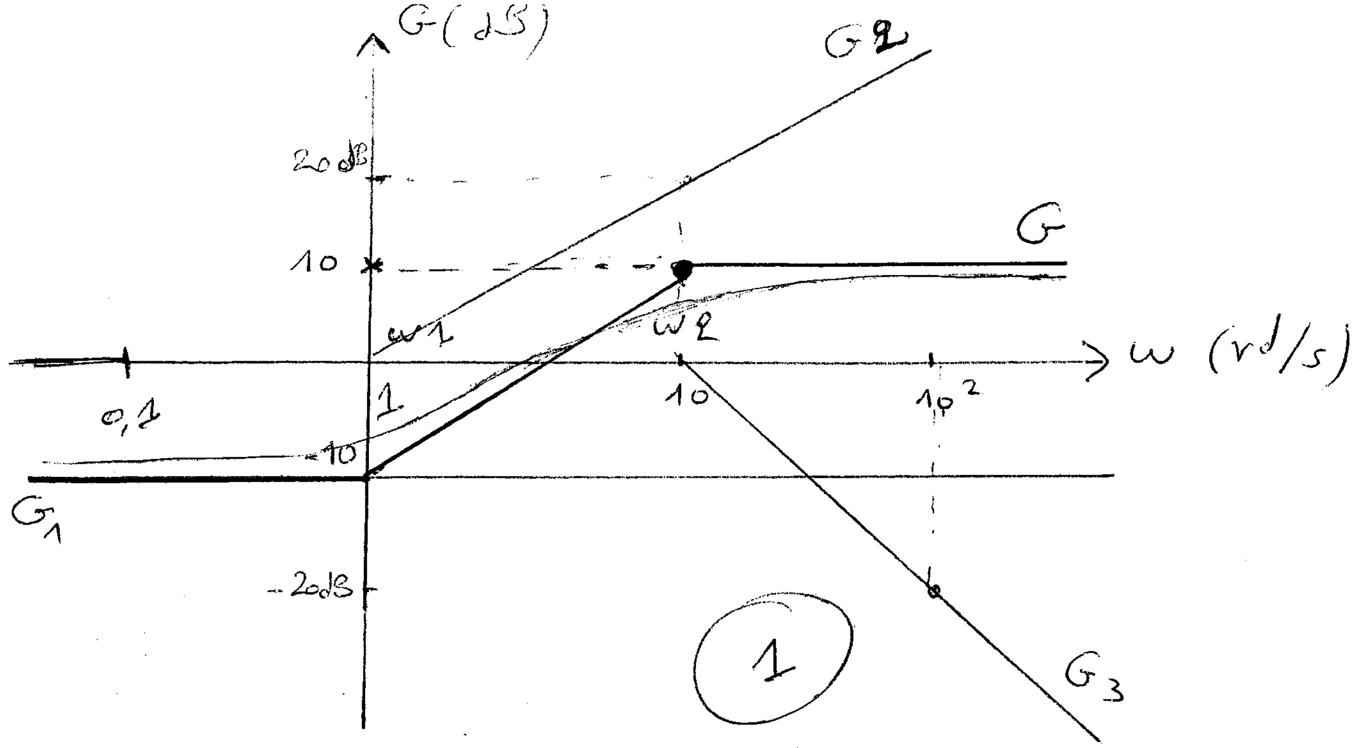
<u>Les asymptotes</u> :

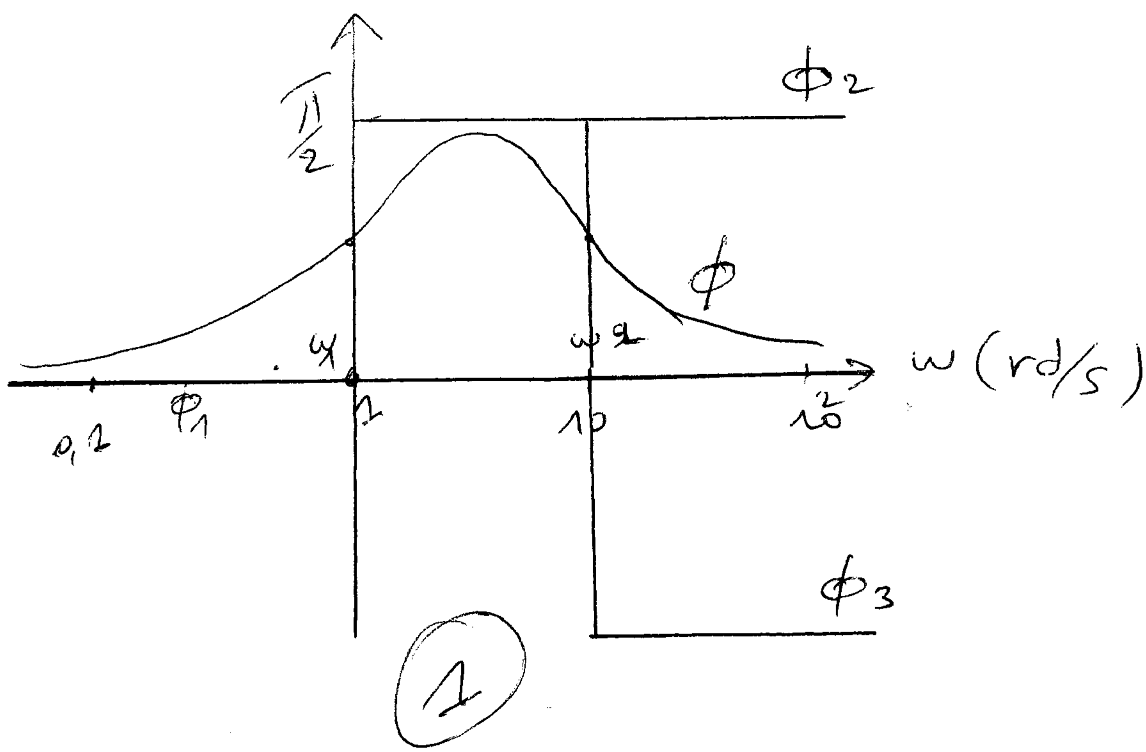
* G_2, ϕ_2 : $\omega << \omega_1$: $\begin{cases} G_2 \simeq 0\,dB \\ \phi_2 \simeq 0\,rd \end{cases}$ / $\omega >> \omega_1$: $\begin{cases} G_2 \simeq 20\log\frac{\omega}{\omega_1} \text{ pente } 20\,dB/décade \\ \phi_2 \simeq \pi/2\ rd. \end{cases}$

0,5

* G_3, ϕ_3 :

$\omega << \omega_2$ $\begin{cases} G_3 \simeq 0\,dB \\ \ldots \end{cases}$ / $\omega >> \omega_2$: $\begin{cases} G_3 \simeq -20\log\omega/\omega_2 \\ \text{pente } -20\,dB/déc \end{cases}$


G(dB)
G2
20dB
10
G
ω1
ω2
ω (rd/s)
1
10
10²
0,1
-10
G1
-20dB
G3
1


Φ2
π/2
Φ
ω1
ω2
ω (rd/s)
0,1
Φ1
1
10
10²
Φ3
1