

Questions de cours :

- C'est quoi une matière thermodurcissable ?
- C'est quoi un procédé de forgeage ; Citer Les différents types de forgeage existants.
- Citer Les différentes techniques pour découper les matériaux en feuilles.

Exercice 1 :

- Expliciter les désignations suivantes en donnant le type d'alliage, les éléments de base et d'addition avec leurs pourcentages relatifs quand c'est possible.

X 32 Cr Ni Mo 18-11

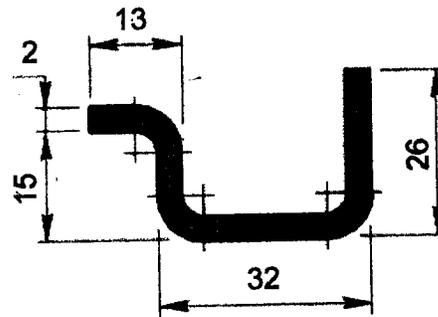
EN-GJS-550-14

- Donner la désignation normalisée d'un :
 - Alliage du cuivre contenant 32 % de Zinc et 4 % de Plomb.

Exercice 2 :

Calculer la longueur développée de la tôle pliée suivante et dessiner le flan capable:

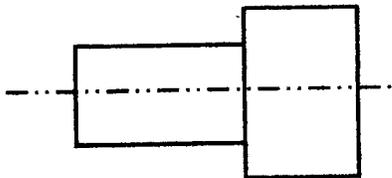
Donnée : Matière : S250
 Epaisseur : 2 mm
 Rayon Int = 2 mm



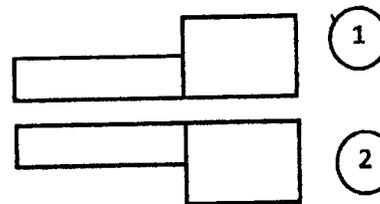
Exercice 3 :

On veut obtenir la pièce suivante par moulage en sable, décrire les différentes étapes de réalisation de cette pièce.

b) Pièce à réalisé



a) Modèle en 2 parties



Repense:**Question de cours1 : (7 pts)**

- C'est quoi une matière thermodurcissable ? **2 pts**
-
- *Les thermodurcissables sont des plastiques qui prennent une forme définitive au premier refroidissement. La réversibilité de forme est impossible car ils ne se ramollissent plus une fois moulés. Sous de trop fortes températures, ils se dégradent et brûlent (carbonisation).*
- C'est quoi un procédé de forgeage **1 pts**
- ; Citer Les différents types de forgeage existants. **2 pts**
- Le forgeage consiste en déformer un lopin (bruts de métal) par pression ou par chocs successifs grâce à un marteau pilon Pour obtenir des formes complexes .On peut forger les métaux à chaud ou à froid (acier, cuivre, aluminium...). Seules les fontes ne se forgent pas.
- Parmi les procédés de forge existants, on peut distinguer :
 - la forge libre ;
 - la forge par estampage (forgeage de métaux ferreux) ;
 - la forge par matriçage (forgeage de métaux non ferreux).
-
- Citer Les différentes phases pour obtenir une pièce par emboutissage **2 pts**
- Cisailage
- Poinçonnage - découpage
- Sciage - tronçonnage
- Découpe au jet d'eau
- Oxycoupage
- Découpe au plasma
- Découpe au laser
- Découpage par électro-érosion

Exercice 1 : (4.5 pts)**X 32 Cr Ni Mo 18-11 .1.5 p**

- ✓ *acier fortement allié*
- ✓ *0,32% de carbone*
- ✓ *18% de chrome.*
- ✓ *11% de nickel.*
- ✓ *Des traces de molybdène.*

EN-GJS-550-14 1.5 p

Fonte à graphite sphéroïdal, Rr = 550 Mpa, A% = 14

➤ Donner la désignation normalisée d'un :

- *Alliage du cuivre contenant 32% de Zinc et 4% de Plomb. 1.5 p*

Cu Zn 32 Pb 4

Exercice 3 (3.5 pts)

a) Calcul de la longueur développée:

$$1 \text{ et } 2 \rightarrow 13 - 2 = 11$$

$$2 \text{ et } 3 \rightarrow 15 - 2 = 13$$

$$3 \text{ et } 4 \rightarrow 32 - 2 - 2 = 28$$

$$4 \text{ et } 5 \rightarrow 26 - 2 = 24$$

$$\text{Longueur développée} = 11 + 13 + 28 + 24 = 76 \text{ mm. } \mathbf{2 p}$$

b) Flan capable: 1.5 p

Exercice 5 : (5 pts)

Comme le TD : chaque étape avec son dessin

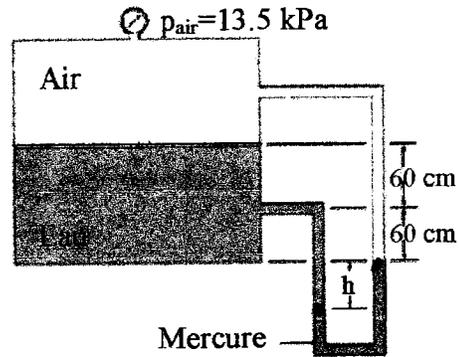
-2-

Contrôle de rattrapage de la MDF
 (Durée: 1H30mn)

Exercice 1.

Un tube manométrique en U rempli de mercure de densité 13.6, est connecté à un réservoir comme montré sur la figure. Si la pression de l'air est 13.5 kPa, déterminer la dénivellation h. (Recopier la figure)

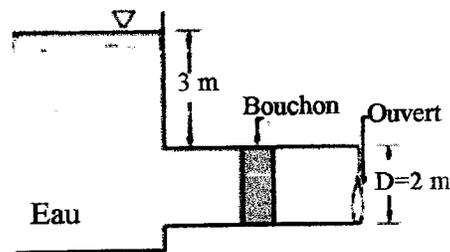
La masse volumique de l'air est négligeable (مهمله)



Exercice 2

Un réservoir ouvert rempli d'eau, est connecté à une conduite de diamètre D=2m (voir figure). Un bouchon circulaire est utilisé pour fermer la conduite. Déterminer la grandeur, la direction et la position du centre de poussée de la force d'eau sur le bouchon.

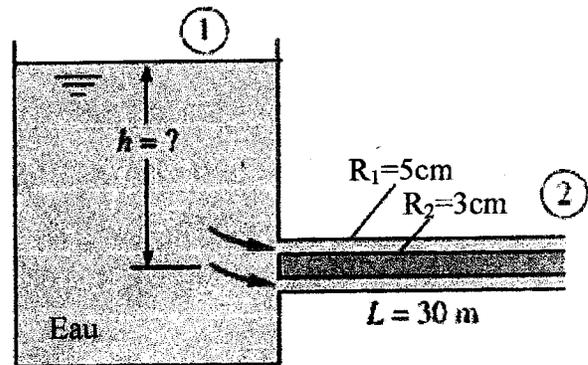
On donne $I_x = \frac{\pi R^4}{4}$



Exercice 3

De l'eau de viscosité cinématique $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ s'écoule d'un réservoir avec un débit de $0.01 \text{ m}^3/\text{s}$ dans une conduite annulaire de rayons R_1 et R_2 , et une longueur $L=30 \text{ m}$ (voir figure).

- 1- Calculer la vitesse d'écoulement de l'eau dans la conduite.
- 2- Quel est le régime d'écoulement?
- 3- Calculer la perte de charge linéaire, si le coefficient de frottement $\lambda = 0.023$
 La rugosité $\epsilon = 0.23 \text{ mm}$.
- 4- Quelle est la hauteur h de l'eau?

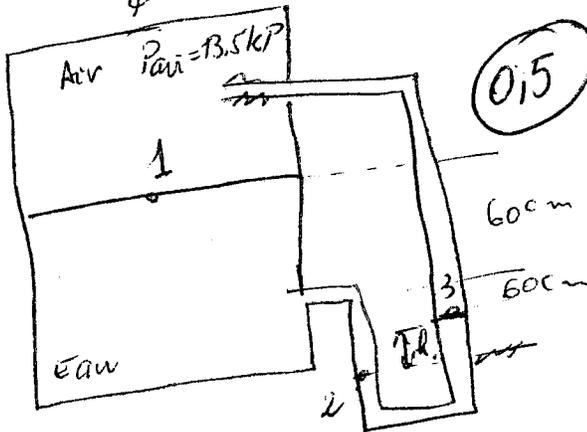


Bonne chance

MDF. ST2 B

EX01 : Déterminer h.

5pt



0,5

On applique l'équation de l'hydraulique entre 1 et 3 on trouve:

$$P_1 - P_2 = \rho_e g (z_2 - z_1) = \rho_e g (-0,6 - 0,6 - h)$$

$$P_2 - P_3 = \rho_M g (z_3 - z_2) = \rho_M g h$$

par sommation on trouve:

$$P_1 - P_3 = -\rho_e g (1,2 + h) + \rho_M g h$$

$$= -\rho_e g 1,2 + (\rho_M - \rho_e) g h$$

or: $P_1 = P_3$ (la pression de l'air est la même dans l'air car ρ_{air} est négligeable)

donc:

$$0 = -\rho_e g 1,2 + (\rho_M - \rho_e) g h$$

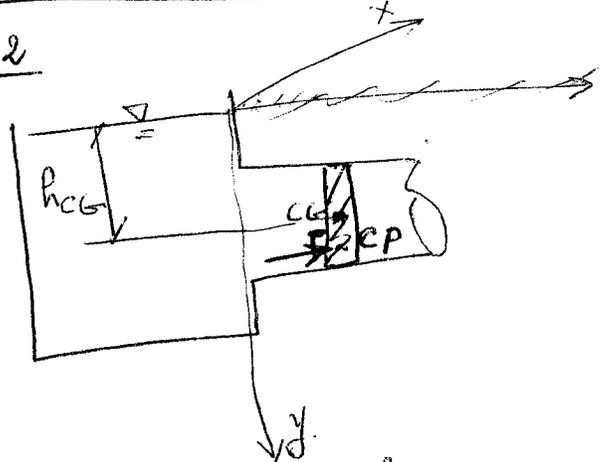
$$0 = \rho_e \cdot 1,2 \quad \left(\text{ou } \frac{1,2}{1} \right)$$

$$h = \frac{10^3 \cdot 1,2}{(10^3 \cdot 13,6) - 10^3} = 0,095 \text{ m}$$

$$h = 9,5 \text{ cm}$$

0,5

EX02



La grandeur de la force:

$$F = P_{CG} \cdot S$$

$$= \rho g h_{CG} \cdot S$$

$$h_{CG} = 3 \text{ m} + \frac{D}{2} = 3 + \frac{2}{2} = 4 \text{ m}$$

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ m}^2$$

$$\therefore F = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot 3,14$$

$$F = 123,21 \cdot 10^3 \text{ N} = 123,27 \text{ kN}$$

La direction:

la force est \perp sur le bouchon

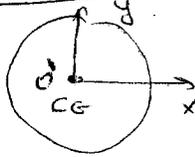
La position du centre de poussée: $(x_{ep}$ et $y_{ep})$.

$$x_{ep} = \frac{I_{xy}}{I_x} + x_{CG}$$

section est circulaire donc:

$$I_{xy} = 0 \text{ et } \boxed{x_{cg} = y_{cg} = 0} \quad (0,5)$$

c'est le centre de gravité.



$$y_{cp} = \frac{I_{x_{cg}}}{J_{cg} \cdot S} + y_{cg} \quad (0,5)$$

$$= \frac{\frac{\pi R^4}{4}}{J_{cg} \cdot S} + y_{cg}$$

$$\boxed{y_{cg} = h_{cg} = 4 \text{ m}} \quad (0,25)$$

$$= \frac{\pi (1)^4}{4 \times 4 \times 3,14} + 4$$

$$\boxed{y_{cp} = 4,0625 \text{ m}} \quad (0,25)$$

2. Le régime d'écoulement:

on calcule Re .

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D_H}{\mu} = \frac{V \cdot D_H}{\nu} \quad (0,5)$$

$$D_H = \frac{4S}{Per} = \frac{4 \cdot \pi (R_1^2 - R_2^2)}{2\pi (R_1 + R_2)} \quad (0,5)$$

$$D_H = 2(R_1 - R_2) = 2(5 - 3) =$$

$$\boxed{D_H = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}} \quad (0,25)$$

$$\therefore Re = \frac{2^2 \cdot 0,04}{10^{-6}}$$

$$\boxed{Re = 8 \cdot 10^4 > 2300} \quad (0,5)$$

Donc le régime d'écoulement est turbulent (0,5)

3. Calculer la perte de charge linéaire ΔH_L :

$$\Delta H_L = \lambda \cdot \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_H} \quad (0,5)$$

puisque l'écoulement est turbulent, on calcule λ de la formule de Colebrook ou:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (0,5)$$

$$= -2 \log \left(\frac{0,023 \cdot 10^{-3}}{3,71 \cdot 0,04} + \frac{2,51}{8 \cdot 10^4 \sqrt{\lambda}} \right)$$

$$= -2 \log \left(1,55 \cdot 10^{-4} + \frac{0,314 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{\lambda}} \right)$$

EX03

1. Calculer la vitesse d'écoulement:

$$V = \frac{Q}{S} \quad (0,5)$$

$$S = \pi (R_1^2 - R_2^2) \quad (0,5)$$

$$= \pi (0,05^2 - 0,03^2)$$

$$\boxed{S = 0,005 \text{ m}^2} \quad (0,5)$$

$$\therefore V = \frac{0,01 \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)}{0,005} \approx 2 \text{ m/s} \approx 1,990 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (0,5)$$

soit $\lambda = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ donc on aura:

$$\lambda = 8 - 2 \log(1,55 + 0,314 \lambda)$$

on pose $x_0 = 0 \rightarrow x_1 = 7,6193 \rightarrow x_2 = 6,808$

$\rightarrow x_3 = 6,866 \rightarrow x_4 = 6,862 \rightarrow x_5 = 6,862$

donc $\lambda = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(6,862)^2} = 0,0212 = \lambda$

$$\therefore \Delta H_L = 0,0212 \cdot \frac{2^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{30}{0,04}$$

$\Delta H_L = 3,247 \text{ m}$

4- Calculer h.

On applique l'équation de Bernoulli entre (1) et (2) on trouve:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + Z_2 + \Delta H_L$$

on a:

$V_1 = 0$ (réservoir)

$p_1 = p_2 = p_{atm}$

$Z_1 - Z_2 = h$

$h = \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H_L$

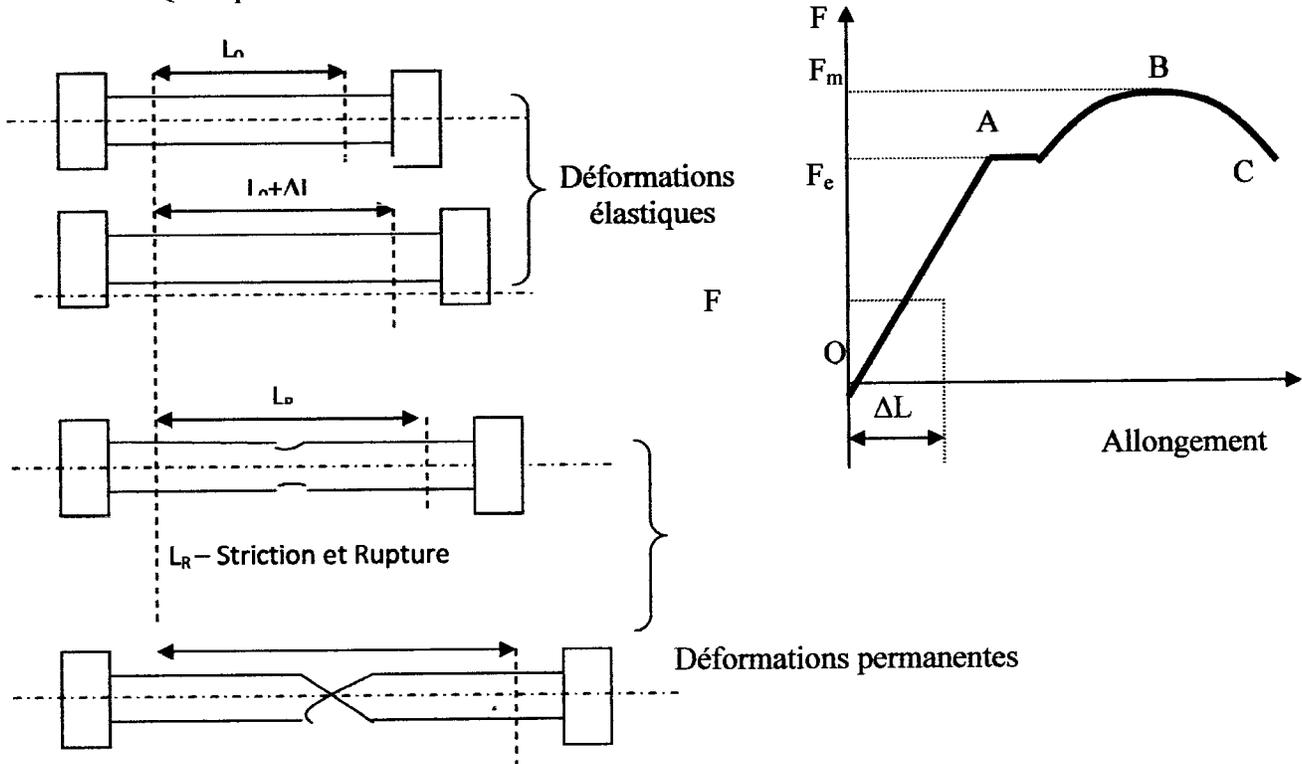
$h = \frac{2^2}{2 \cdot 9,81} + 3,247$

Examen Final de Technologie de base

Q1: Essais des matériaux: (03 pts)

Nous effectuons l'essai mécanique de traction sur une éprouvette en acier, tel que représenté sur la figure.

- A- Que représente les points A, B et C sur la courbe? (1.5 pts)
 B- Que représente les zones OA, AB et BC sur la courbe? (1.5 pts)



Q2 : Les matériaux métalliques (08 pts):

- A- Donner 4 propriétés de mise en forme des métaux (01 pt)
 B- Donner la différence principale entre les aciers et les fontes (01 pt) :
 C- Classifier les aciers d'après leur composition chimique (01 pt):
 D- Classer les aciers de l'extra-doux à l'extra-dur en fonction de leurs limites de rupture (en MPa): 800 ; 900 ; 600 ; 400 ; 500 ; 400 ; 700. (2 pts)
 E- Donner les éléments et leur pourcentage qui entre dans la constitution des aciers de désignations suivantes : C48 ; 100Cr6 ; XC32f ; 35 NCD4. (02 pts)
 F- Que veut dire la désignation suivante d'une fonte : EN-GJS-440-10 ; EN-GJMW-380-12. (1pt)

Q3 : Matières plastiques (03 pts) :

- A- Enumérer 5 caractéristiques des matières plastiques. (1.5 pts)
 B- Définir les matières plastiques et énumérer les familles. (1.5 pts)

Q4 : Le moulage (6 pts) :

- A- Outre le moulage, citer 5 procédés d'obtention de pièces sans enlèvement de matière. (01 pt)
 B- Citer les principaux procédés de moulage. (01 pt)
 C- Donner dans l'ordre les principales étapes pour l'obtention de pièces moulées à la cire perdue. (02 pts)

D- Dessiner le principe du moulage en sable. (02 pts)

Corrigé et barème de l'examen de Technologie de base 2017

Q1: Essais mécaniques (3 pts):

- A- Le point A représente la limite élastique du matériau (0.5 pt)
- Le point B représente la force maximale que peut supporter le matériau (0.5 pt)
 - Le point C représente le point de rupture (0.5 pt)
- B- La zone AB: Zone élastique (0.5 pt)
- La zone BC: zone plastique résistante à la rupture (0.5 pt)
 - la zone CD: zone plastique de rupture (0.5 pt)

Q2 : Les matériaux métalliques (08 pts):

- A- La coulée, la déformation plastique, le soudage, l'usinage (1pt)
- B- Fonte : teneur en carbone > 2% ; acier : teneur en carbone < 2%. (1pt)
- C- Aciers au carbone, Aciers alliés, aciers non alliés (1pt)
- D- Classement des aciers : (2pt)

Extra-doux	mi-doux	doux	mi-dur	dur	Extra-dur
400 MPa	500 MPa	600 MPa	700 MPa	800 MPa	900 a

E- Désignations des aciers: (2pts)

- C48 : acier non allié à 0.48%C (0.5 pt)
- 100Cr6 : 1% C, 1.5% Cr (0.5 pt)
- XC32f : acier fin non allié, 0.32%C, f- indice de pureté indiquant que la teneur en S et P < 0.065% (0.5 pt)
- 35 NCD14 : C = 0.35%, Ni = 3.5%, Cr = 1%, Mo = 0.3% (0.5 pt)

F- Désignation des fontes: (1pt)

- EN-GJS-440-10 : EN- Norme européenne, GJS – Fonte à graphite sphéroïdal, 440 – Résistance minimale à la rupture par traction, 10 – allongement après rupture en %. (0.5 pt)
- EN-GJMW-380-12: EN- norme européenne, GJMW- fonte malléable à cœur blanc, 380- résistance minimale à la rupture après traction (en MPa), 12- allongement après rupture en %. (0.5 pt)

Q3: Matières plastiques (03 pts) :

- A- Enumération de 5 caractéristiques des matières plastiques (1.5 pts) : 0.3 pt par réponse juste
- Densité faible
 - Elasticité élevée

- Module d'élasticité faible
- Tenue aux agents chimiques
- Conductivité électrique nulle
- Déchets recyclable
- Certains sont des amortisseurs aux vibrations
- Certains sont résistants à l'abrasion.

B- Définition de la matière plastique et énumération des familles des plastiques (1.5 pts):

- **Déf :** Une matière plastique est un mélange contenant une matière de base (un polymère) qui est susceptible d'être moulé, façonné, en général à chaud et sous pression, afin de conduire à un objet. **(1pt)**
- Les thermoplastiques – les thermodurcissables - les élastomères **(0.5 pt)**

Q4: Le moulage (6 pts) :

A- Citation de 5 procédés d'obtention de pièces sans enlèvement de matière : (01 pt)

- Le forgeage – l'estampage – le laminage – l'extrusion – le découpage – le pliage – l'emboutissage – le fretage – le tréfilage - ...

B- Citation des principaux procédés de moulage. (01 pt)

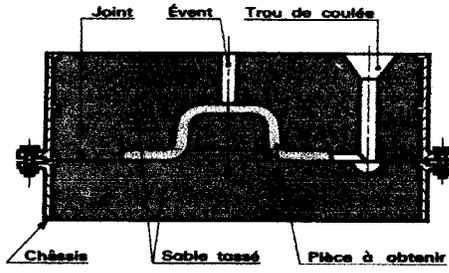
- Le moulage en sable – le moulage en coquille – le moulage à la cire perdue

C- Principales étapes pour l'obtention de pièces moulées à la cire perdue. (02 pts)

- a- réalisation du modèle en cire ou en résine
- b- Recouvrement du modèle avec un enduit réfractaire.
- c- Mise en place de cette grappe dans un châssis et maintien de cette grappe à l'aide d'un sable fin spécial.
- d- Elimination de la cire par chauffage.
- e- Coulée du matériau.
- f- Après solidification, extraction de la grappe de pièces par destruction du moule.
- g- Sectionnement des conduits de coulée et des événements.

D- Dessiner le principe du moulage en sable. (02 pts)

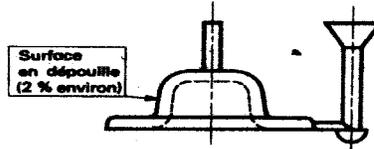
PRINCIPE DU MOULAGE EN SABLE



MODÈLE



ÉTAT DE LA PIÈCE À LA SORTIE DU MOULE



Examen de Métrologie

Question 1: a) Quelle est la différence entre mesurande et grandeur mesurée ?

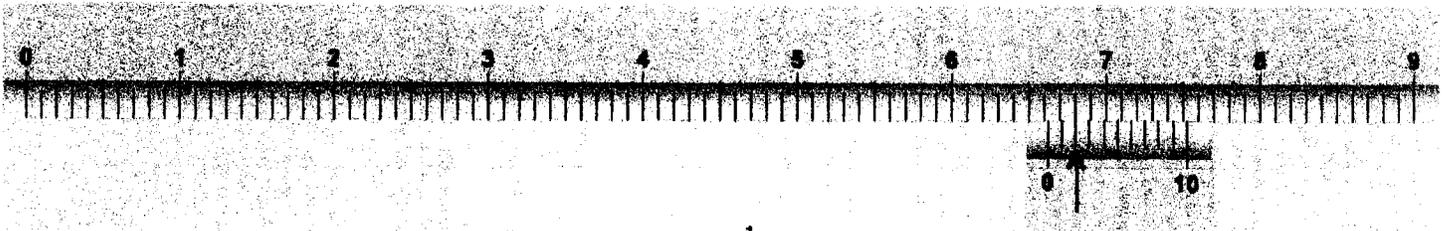
b) La justesse est-elle comprise dans l'incertitude ?

Question 2: a) Quels sont les instruments concernés par un étalonnage ?

Question 3: a) Préciser le nombre des grandeurs fondamentales du système international d'unité SI?

b) Citez trois grandeurs fondamentales et donnez leurs symboles d'unité.

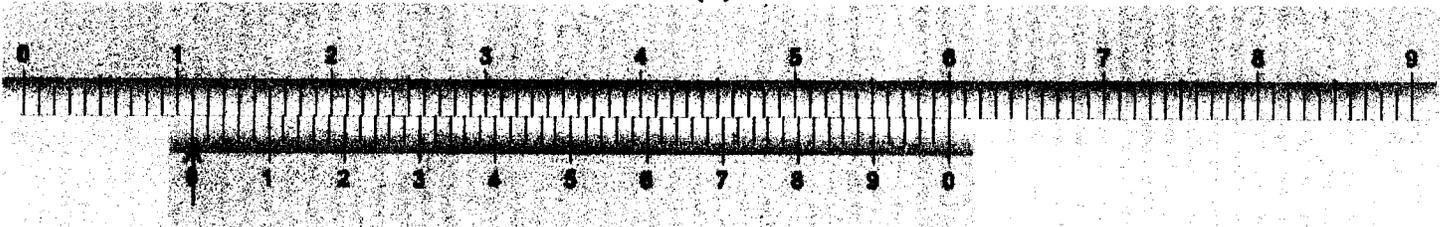
Question 4: a) Donner dans chaque cas, la nature de l'appareil, sa précision et la valeur lue ?



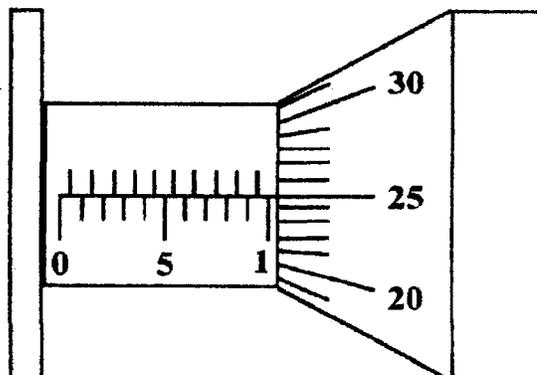
(a)



(b)



(c)



(d)

Correction L'examen de Métrologie

Question 1: (5pts)

a) Quelle est la différence entre mesurande et grandeur mesurée ?

« Mesurande » et « grandeur mesurée » sont bien deux notions différentes. Le mesurande est ce que l'on veut mesurer tandis que la grandeur mesurée est ce que l'on peut mesurer.

b) La justesse est-elle comprise dans l'incertitude ?

L'incertitude est un indicateur de la qualité d'un résultat de mesure, l'objectif de toute mesure est d'essayer d'obtenir des résultats "justes". L'incertitude doit donc inclure une composante liée à la justesse. En toute rigueur, le métrologue doit corriger tous les effets systématiques en appliquant des corrections, il reste alors à prendre en compte dans l'évaluation de l'incertitude du résultat l'incertitude sur les corrections. Quand le métrologue décide de ne pas appliquer de correction, l'incertitude sur le résultat est bien plus grande.

Question 2: (5pts)

Quels sont les instruments concernés par un étalonnage ?

Il s'agit d'une part de tous les appareils concernés par une exigence de traçabilité de métrologie au système International d'unités. C'est-à-dire avant tout des instruments de mesure dont l'usage peut avoir un impact sur la qualité des résultats d'essais ou de mesure et donc sur la qualité du produit. Il s'agit ensuite de tous les appareils pour lesquels il sera pertinent d'apporter des corrections aux résultats bruts de mesurage, afin d'en améliorer la maîtrise.

Question 3: (5pts)

a) Préciser le nombre des grandeurs fondamentales du système international d'unité SI?

Le nombre des grandeurs fondamentales du système international d'unité « SI » est égal à sept (07).

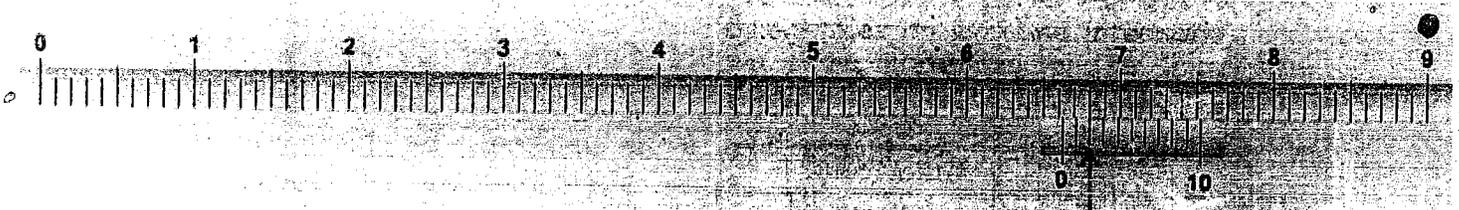
b) Citez trois grandeurs fondamentales et donnez leurs symboles d'unité.

On peut choisir trois grandeurs et leurs symboles d'unité parmi les sept du tableau ci-dessous.

Grandeur	Nom	Symbole
Longueur	mètre	m
Masse	kilogramme	kg
Temps	seconde	s
Courant électrique	ampère	A
Température thermodynamique	kelvin	K
Quantité de matière	mole	mol
Intensité lumineuse	candela	cd

Question 4: (5pts)

- Donner dans chaque cas, la nature de l'appareil, sa précision et la valeur lue ?



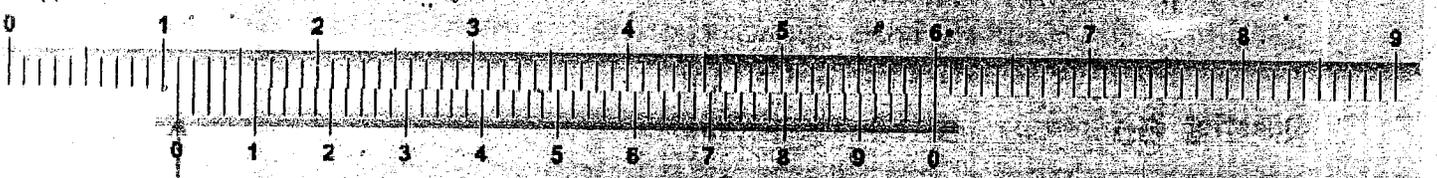
(a)

Pied à coulisse avec vernier au 1/10, précision 0.1, Lecture (mm) : 66.2mm



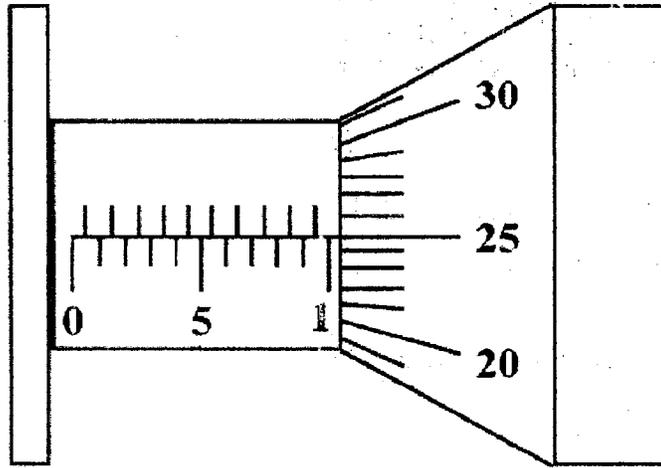
(b)

Pied à coulisse avec vernier au 1/10, précision 0.1, Lecture (mm) : 8.20mm



(c)

Pied à coulisse avec vernier au 1/50, précision 0.02, Lecture (mm) : 11 mm



(d)

Micromètre, précision 1/100; lecture (mm) : **10.25mm**

الامتحان طويل المدى لمقياس رياضيات 3**التمرين الأول (5 نقاط)**

- 1- أحسب التكامل المعمم التالي ثم استنتج طبيعته $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x-1)^2}$
- 2- أدرس طبيعة التكاملات المعممة التالية باستعمال المعيار المناسب
- $$\int_1^{+\infty} \frac{x dx}{x^3 + 2x} \quad \int_1^{+\infty} \frac{\cos(x)}{(e^x + 2)^2} dx$$

التمرين الثاني (4 نقاط)

حل المعادلة التفاضلية التالية باستعمال تحويلات Laplace

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = 0 \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 2 \end{cases}$$

التمرين الثالث (7 نقاط)

لتكن الدالة الدورية الزوجية ذات الدور 2π المعرفة بـ $f(x) = x^2$ $\forall x \in [-\pi, \pi]$,

- 1- علما أن شروط ديريكلي محققة، عين سلسلة فوريي للدالة f على المجال $[-\pi, \pi]$.
- 2- استنتج المجموع $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ ، احسب المجموع $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^4}$

التمرين الرابع (4 نقاط)

من أجل كل $n \geq 2$ نرمز بـ $f_n(x) = \frac{x^n}{n(n-1)}$ و لنرمز بـ $f(x)$ المجموع $\sum_{n \geq 2} \frac{x^n}{n(n-1)}$

- 1- احسب نصف قطر و ميدان تقارب السلسلة الصحيحة $\sum_{n \geq 2} f_n(x)$
- 2- احسب f'' و f' على المجال $R, R[-$ ثم اوجد عبارة المجموع f .

الحل النموذجي لامتحان طویل اعلیٰ

ریاضیات - 3

كلية العلوم والتكنولوجيا

السنة الجامعية 2017 - 2016

التصريف الأول: 5 نقاط

1 - حساب $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x-1)^2}$

وحيث لدينا $f \in \text{loc} [0, 1[\cup]1, +\infty[$

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \int_2^{+\infty} f(x) dx$$

0,75

$$I = \underbrace{\lim_{A \rightarrow 1} \int_0^A f(x) dx}_{I_1} + \underbrace{\lim_{B \rightarrow 1} \int_B^2 f(x) dx}_{I_2} + \underbrace{\lim_{c \rightarrow +\infty} \int_2^c f(x) dx}_{I_3}$$

نأخذ I_1

$$\lim_{A \rightarrow 1} \int_0^A \frac{dx}{(x-1)^2} = \lim_{A \rightarrow 1} \int_0^A (x-1)^{-2}$$

$$= - \lim_{A \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \Big|_0^A = +\infty$$

0,75

التكامل I_1 متباين وبالتالي التكامل $\int_0^{+\infty} f(x) dx$

متباين 0,25

$$I = \int_1^{+\infty} \frac{x dx}{x^3 + 2x}$$

e - دراسة تقارب

0,25 $f \in \text{loc} ([1, +\infty[)$

نظرية قابلية

فإن f ذات ف ∞ $\rightarrow \infty$ $\rightarrow \infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \times \frac{x}{x^3 + 2x} \quad \text{بحيث}$$

$= 1$ (0,5)
 $\alpha > 1$ و $f \neq \infty$ و f قاعدة ريمان I متقارب (0,5)

$$I = \int_1^{+\infty} \frac{\cos x}{(e^x + e)^2} dx \quad *$$

$[1, +\infty[$ تعريف على المجال $f \in \text{loc}([1, +\infty[)$ ذات قيم حقيقية على المجال
 نتحقق من شروط Abel بحيث

$$g(x) = \frac{1}{(e^x + e)^2}, \quad h(x) = \cos x$$

$\forall x \geq 1, * g(x) > 0$ (0,25) لدينا

$* \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ (0,25)

$* g'(x) = \frac{-2e^x}{(e^x + e)^3} < 0$ (0,5)

$[1, +\infty[$ وبالتالي g تابع متناقص على

ومن جهة أخرى لدينا

$$h \in \text{loc}([1, +\infty[)$$

$$\forall x \in [1, +\infty[\quad \left| \int_1^x h(t) dt \right| = \left| \sin x - \sin 1 \right|$$

$$\leq |\sin x| + |\sin 1|$$

$$\leq e \quad \text{---} \quad (0,5)$$

$\exists M > 0, M = e, \forall x \in [1, +\infty[$

$$\left| \int_1^x h(t) dt \right| \leq M$$

أي

التصريف الثاني : نقاط

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = 2 \end{cases}$$

$$\mathcal{L}\{y(x)\} = F(s)$$

نفرضه

$$\mathcal{L}\{y''\} = s^2 F(s) - s y(0) - y'(0)$$

$$\mathcal{L}\{y'\} = s F(s) - y(0)$$

لدينا

$$\mathcal{L}\{y'' + 2y' - 3y\} = 0$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}\{y''\} + 2\mathcal{L}\{y'\} - 3\mathcal{L}\{y\} = 0 \quad (0,15)$$

$$\Rightarrow s^2 F(s) - s y(0) - y'(0) + 2s F(s) - 2y(0) - 3F(s) = 0 \quad (0,15)$$

$$\Rightarrow F(s)(s^2 + 2s - 3) - s - 4 = 0 \quad (0,15)$$

$$\Rightarrow F(s) = \frac{s+4}{(s-1)(s+3)} \quad (0,15) = \frac{a}{s-1} + \frac{b}{s+3} \quad (0,2)$$

$$(0,15) \dots a = \frac{5}{4} \text{ و } b = -\frac{1}{4} \quad \text{نجد}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{5}{4} \frac{1}{s-1} - \frac{1}{4} \frac{1}{s+3}\right\} \quad (0,25)$$

$$= \frac{5}{4} e^x - \frac{1}{4} e^{-3x} \quad (0,15)$$

التصريف الثالث : نقاط

1- تعين سلسلة فورييه

$$(0,25) \dots \forall n \geq 1, b_n = 0 \quad f \text{ تابع زوج}$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} x^2 dx = \frac{\pi^2}{3} \quad (1)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x^2 \cos nx dx$$

نكامل بالتجزئة بحيث

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

$$g'(x) = \cos nx \Rightarrow g(x) = \frac{1}{n} \sin nx$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{2}{\pi} \left[\frac{x^2}{n} \sin nx \Big|_0^{\pi} - \frac{2}{n} \int_0^{\pi} x \sin nx dx \right]$$

نكامل بالتجزئة للمرة الثانية بحيث

$$f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$$

$$g'(x) = \sin nx \Rightarrow g(x) = -\frac{1}{n} \cos nx$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{-4}{\pi n} \left[\frac{-x}{n} \cos nx \Big|_0^{\pi} + \frac{1}{n} \int_0^{\pi} \cos nx dx \right]$$

$$= \frac{-4}{\pi n^2} (-\pi \cos(n\pi)) = \frac{4}{n^2} (-1)^n$$

ومن سلسلة فورييه نكتب

$$S(x) = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n>1} \frac{4}{n^2} (-1)^n \cos nx$$

2- ديريكلي حقيقة السلسلة متقاربة 0,25
 نحو \neq المستمرة وضوء

$$f(x) = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx \quad (0,5)$$

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \quad * \text{ استنتاج}$$

لأن $x=0$ لدينا

$$\left\{ \begin{array}{l} f(0) = 0 \quad (0,25) \end{array} \right.$$

$$\frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(0) = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{n^2} \quad (0,25)$$

$$\frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{n^2} = 0 \quad \text{و من}$$

$$\Rightarrow \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = \frac{\pi^2}{12} \quad (0,25)$$

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^4} \quad * \text{ سلسله المتسلسل}$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f^2(x) dx = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n \geq 1} (a_n^2 + b_n^2) \quad (0,15) \quad \text{Parseval}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} x^4 dx = \frac{\pi^4}{9} + \frac{1}{2} \sum_{n \geq 1} \frac{16}{n^4}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi^4}{5} = \frac{\pi^4}{9} + \frac{1}{2} \sum_{n \geq 1} \frac{16}{n^4}$$

$$\Rightarrow \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90} \quad (0,75)$$

التصنيف الرابع ٥ نقاط
1- حساب نصف قطر تقارب

$$\sum_{n \geq 2} \frac{x^n}{n(n-1)}$$

$$R = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(n+1)}{n(n-1)} = 1 \quad (0,75)$$

$$\sum_{n \geq 2} \frac{x^n}{n(n-1)} = \sum_{n \geq 2} \frac{1}{n(n-1)} \quad x=1 \quad (6)$$

$$\frac{1}{n(n-1)} \sim \frac{1}{n^2}$$

مسألة ذات حدود موجبة متقاربة لأن
حد عام لمسألة ريمان متقاربة
(0,75)

$$\sum_{n \geq 2} \frac{x^n}{n(n-1)} = \sum_{n \geq 2} \frac{(-1)^n}{n(n-1)} \quad x=-1 \quad (6)$$

$$v_n = \frac{1}{n(n-1)} \quad \text{متقاربة حسب Leibniz بحيث}$$

$$v_n > 0, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0, \quad (v_n)_n \text{ متناقصة} \quad (0,75)$$

$$(0,25) \quad D = [-1, 1] \quad \text{ومنه ميدان التقارب}$$

$$f(x) = \sum_{n \geq 2} \frac{x^n}{n(n-1)} \quad \text{2- لدينا}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \left(\sum_{n \geq 2} \frac{x^n}{n(n-1)} \right)' = \sum_{n \geq 2} \left(\frac{x^n}{n(n-1)} \right)' \quad \text{بالتفاضل على I =]-1, 1[}$$

$$= \sum_{n \geq 2} \frac{x^{n-1}}{n-1} \quad (0,5)$$

$$f''(x) = \left(\sum_{n \geq 2} \frac{x^{n-1}}{n-1} \right)' = \sum_{n \geq 2} x^{n-2}$$

$$= \sum x^n \quad (0,5)$$

$x \in]-1, 1[$ ١٦ $\sum_{n \geq 0} x^n$ دالة متقاربة

$$\sum_{n \geq 0} x^n = \frac{1}{1-x} = f'(x) \quad \text{و لذل ٠١٢٥}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \int \frac{1}{1-x} dx = -\ln(1-x)$$

$$\Rightarrow f(x) = \int -\ln(1-x) dx$$

$$= (1-x) \ln(1-x) + x \quad \text{٠١٥}$$

Contrôle de la MDF
(Durée 1H30mn)

Exercice 1: Trouver la différence de pression entre A et B en kPa et en bar (Recopier la figure 1)

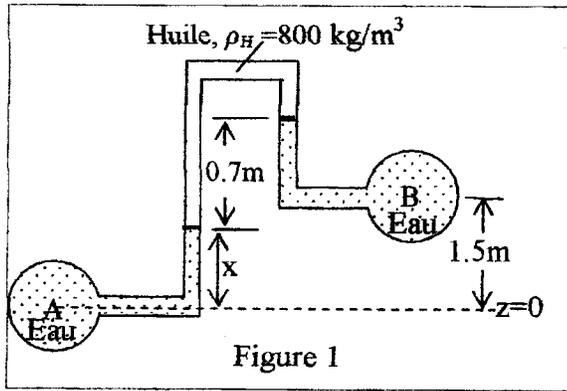


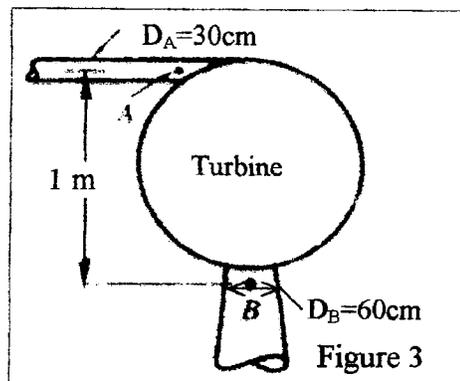
Figure 1

Exercice 2: Une vanne rectangulaire AB de largeur 0.5m, de longueur 3m, peut pivoter autour de l'axe A. L'huile de densité $d_H=0.850$ exerce une force sur la vanne. Celle-ci est tenue en place par un câble horizontal (figure 2).

- 1- Calculer la force exercée par l'huile sur la vanne.
- 2- Calculer la tension T du câble.

Le moment d'inertie d'un rectangle est $I_{xxCG} = \frac{1L^3}{12}$

Exercice 3: De l'eau circule dans une turbine à un débit de $0.214 \text{ m}^3/\text{s}$ et les pressions effectives en A et B sont respectivement de 147.5 kPa et de -34.5 kPa . Calculer la puissance fournie par l'eau à la turbine. (Figure 3)



التمرين 1 جد الفرق في الضغط بين A و B (اعد رسم الشكل 1)
bar و kPa

التمرين 2 صمام مستطيل AB عرضه 0.5 م و طوله 3م يدور حول المحور A. الزيت ذو كثافة $d_H=0.850$ تطبق قوة على الصمام. هذا الأخير يمنع من الدوران بواسطة كابل أفقي الشكل 2 (اعد رسم الشكل)

- 1- احسب القوة المطبقة من طرف الزيت على الصمام.
- 2- احسب شدة الكابل T

عزم عطالة المستطيل هو $I_{xxCG} = \frac{1L^3}{12}$

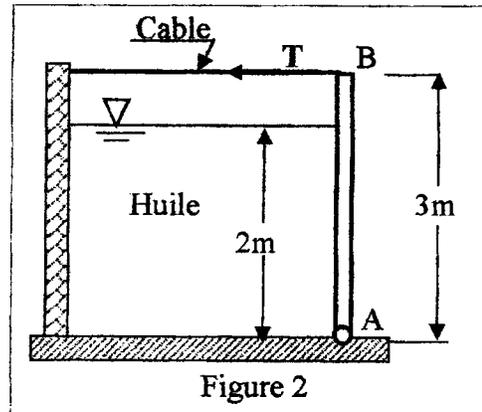


Figure 2

التمرين 3

ماء يسيل داخل توربين بتدفق $0.214 \text{ m}^3/\text{s}$. الضغط الفعال عند A و B هو على التوالي 147.5 kPa و -34.5 kPa . احسب الاستطاعة المقدمة من طرف الماء للتوربين (الشكل 3).

التوقيع

Contrôle de la MDF
 (Durée 1H30mn)

Exercice 1 :

4pts

- Trouver la différence de pression entre A et B en kPa et en bar (Recopier la figure 1)

En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre A-1, 1-2 et 2-B on trouve

$$p_A - p_1 = \rho_E g (z_1 - z_A)$$

$$p_1 - p_2 = \rho_H g (z_2 - z_1)$$

$$p_2 - p_B = \rho_E g (z_B - z_2)$$

Par sommation des deux équations précédentes on trouve

$$p_A - p_B = \rho_E g (z_1 - z_A) + \rho_H g (z_2 - z_1) + \rho_E g (z_B - z_2)$$

$$p_A - p_B = \rho_E g (z_1 - z_A + z_B - z_2) + \rho_H g (z_2 - z_1)$$

$$p_A - p_B = \rho_E g (x - 0 + 1.5 - (0.7 + x)) + \rho_H g (0.7)$$

$$p_A - p_B = \rho_E g (0.8) + \rho_H g (0.7)$$

$$p_A - p_B = 1000 \times 9.81 \times (0.8) + 800 \times 9.81 \times (0.7)$$

$$p_A - p_B = 13341.6 \text{ Pa} = 13.34 \text{ kPa} = 0.1334 \text{ bar}$$

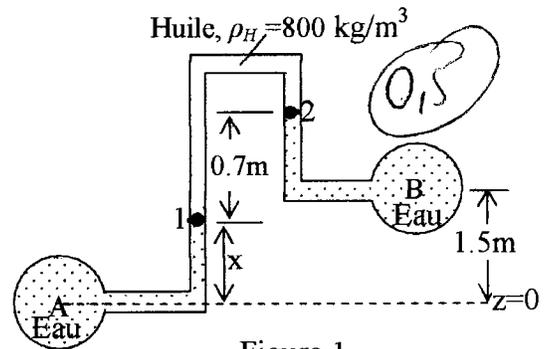


Figure 1

Exercice 2 :

8pts

1- Calculer la force exercée par l'huile sur la vanne.

$$F = p_{CG} A = \rho_H g h_{CG} A$$

Où p_{CG} est la pression effective au centre de gravité de la surface de la vanne mouillée

$$p_{CG} = \rho_H g h_{CG}$$

$$\text{Or } h_{CG} = 2 \text{ (m)} / 2 = 1 \text{ (m)}$$

A: représente la surface du bouchon mouillée par l'huile, dans ce cas $A = 2 \text{ (m)} \times 0.5 \text{ (m)} = 1 \text{ m}^2$

$$\rho_H = d_H \times \rho_E = 0.850 \times 1000 = 850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Ainsi } F = 850 \text{ (kg/m}^3) \times 9.81 \text{ (N/kg)} \times 1 \text{ (m)} \times 1 \text{ (m}^2) = 8338.5 \text{ N}$$

2- Calculer la tension T du câble

On applique la somme des moments par rapport à A en équilibre

$$\sum M_A = 0$$

$$T \times AB - F \times (OA - y_{CP}) = 0$$

Donc

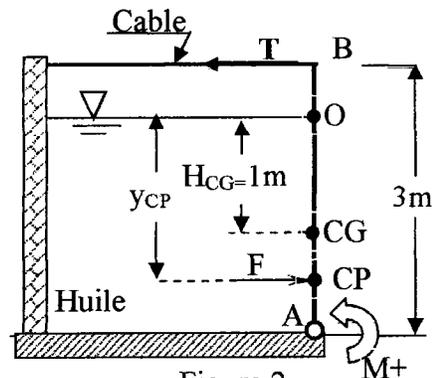


Figure 2

$$T = \frac{F \times (OA - y_{CP})}{AB}$$

Calculer y_{CP}

$$\text{On a } y_{CP} = \frac{I_{xxCG}}{y_{CG} A} + y_{CG}$$

Le moment d'inertie d'un rectangle est

$$I_{xxCG} = \frac{l L^3}{12} = \frac{0.5 \times 2^3}{12} = 0.333 \text{ m}^4$$

$$y_{CG} = H_{CG} = 1 \text{ m}$$

$$y_{CP} = \frac{0.333(m^4)}{1(m) \times 1(m^2)} + 1(m) = 1.333m \quad (0,5)$$

$$T = \frac{8338.5(N) \times (2(m) - 1.333(m))}{3(m)} = 1853N \quad (1)$$

Exercice 3:

-Calculer la puissance fournie par l'eau à la turbine

La puissance de la turbine est donnée par

$$\mathcal{P}_T = \rho Q w_T \text{ ou } \mathcal{P}_T = \rho Q g h_T \quad (1)$$

On applique l'équation de Bernoulli en présence d'une turbine entre A et B on trouve en termes d'énergie

$$\frac{p_A}{\rho} + \frac{U_A^2}{2} + g z_A = \frac{p_B}{\rho} + \frac{U_B^2}{2} + g z_B + w_T$$

Ou en termes de hauteur

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{U_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{U_B^2}{2g} + z_B + h_T \quad (1)$$

$$\text{Donc } h_T = \frac{U_A^2 - U_B^2}{2g} + \frac{p_A - p_B}{\rho g} + z_A - z_B \quad (0,5)$$

Calculer U_A et U_B

On a de l'équation de continuité

$$Q_A = Q_B = Q$$

$$\text{Et } Q_A = U_A A_A = U \frac{\pi D_A^2}{4}$$

$$\text{Donc } U_A = \frac{4Q}{\pi D_A^2} = \frac{4 \times 0.214 \frac{m^3}{s}}{\pi (0.3m)^2} = 3.027 m/s \quad (0,5)$$

$$\text{De même } U_B = \frac{4Q_B}{\pi D_B^2} = \frac{4 \times 0.214 \frac{m^3}{s}}{\pi (0.6m)^2} = 0.757 m/s \quad (0,5)$$

$$p_A - p_B = p_{A_{eff}} - p_{B_{eff}} = 147.5 - (-34.5) = 182 kPa$$

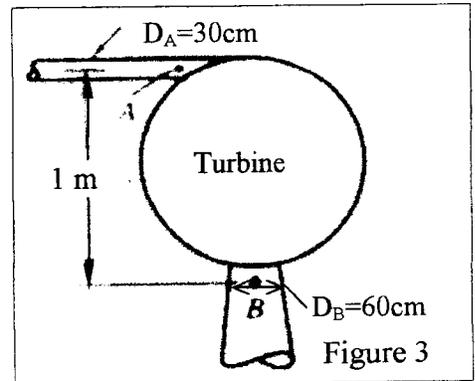
$$= 182 \times 10^3 Pa \quad (1)$$

$$z_A - z_B = 1m \quad (0,5)$$

$$\text{On trouve } h_T = \frac{3.027^2 - 0.757^2}{2 \times 9.81} + \frac{182 \times 10^3}{1000 \times 9.81} + 1 \approx 20m \quad (1)$$

La puissance est

$$\mathcal{P}_T = 100 \times 0.214 \times 9.81 \times 20 = 42000 \text{ Watt} = 42 \text{ kWatt} \quad (0,5)$$



Remarque: on peut calculer

$$w_T = \frac{U_A^2 - U_B^2}{2} + \frac{p_A - p_B}{\rho} + g(z_A - z_B)$$

$$\text{et } \mathcal{P}_T = \rho Q w_T$$

السنة الدراسية 2016/2017

جامعة الإخوة منتوري - قسنطينة -

المدة : ساعة واحدة

كلية العلوم والتكنولوجيا

السنة الثانية ST

امتحان قصير المدى في مقياس الرياضيات 3

التمرين الأول (5 نقاط)

أحسب التكامل المضاعف التالي

$$\iint_D \frac{dx dy}{(1+x)(1+xy^2)}, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1\}.$$

$$x = u^2, \quad y = \frac{v}{u} \quad \text{باستعمال التحويل :}$$

التمرين الثاني (11 نقطة)

أدرس تقارب السلاسل التالية

$$1) \sum_{n \geq 1} n \sin\left(\frac{1}{n}\right), \quad 2) \sum_{n \geq 3} \frac{2n-1}{n(n^2-4)}, \quad 3) \sum_{n \geq 0} (-1)^n (\sqrt{n^2+3} - n)$$

$$4) \sum_{n \geq 1} \frac{2^n}{n^2} \left(\sin \frac{\pi}{6}\right)^{2n}, \quad 5) \sum_{n \geq 1} \frac{n!}{n^{an}}; a \in \mathbb{R}$$

التمرين الثالث (4 نقاط)

هل سلسلة التوابع $\sum_{n \geq 1} \frac{\cos(nx)}{\sqrt{n^5+7}}$ مستمرة على \mathbb{R} ؟

الحل النموذجي للامتحان قصير المدى لمقياس رياضيات 3

التمرين الأول (5 نقاط)

$$\begin{cases} x = u^2 \\ y = \frac{v}{u} \end{cases} \text{ لدينا}$$

و

$$(0.5) \dots \iint_D f(x, y) dx dy = \iint_{D'} g(u, v) |\det(J)| du dv$$

بحيث

$$(0.25+0.5) \dots \det(J) = 2 \neq 0 \text{ و}$$

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2u & 0 \\ -\frac{v}{u^2} & \frac{1}{u} \end{pmatrix}$$

من جهة أخرى لدينا

$$\frac{1}{(1+xy)(1+xy^2)} = \frac{1}{(1+u^2)(1+v^2)} \dots (0.75)$$

و من أجل إيجاد الميدان لدينا

$$x = U^2 \Rightarrow U = \pm \sqrt{x}$$

$$0 \leq u \leq 1 \text{ فنجد } u = \sqrt{x} \text{ نختار}$$

$$y = \frac{v}{u} \Rightarrow v = yu \Rightarrow 0 \leq v \leq u \text{ و}$$

$$(0.5+0.5) \dots D' = \left\{ (u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq u \leq 1; 0 \leq v \leq u \right\} \text{ أي}$$

$$\begin{aligned} \iint_D \frac{dx dy}{(1+x)(1+xy^2)} &= \iint_{D'} \frac{2 du dv}{(1+u^2)(1+v^2)} \\ &= 2 \int_0^1 \left(\frac{1}{1+u^2} \int_0^u \frac{dv}{1+v^2} \right) du \\ &= 2 \int_0^1 \frac{\arctg(u)}{1+u^2} du \end{aligned}$$

$$= \arctg^2(u)]_0^1 = \frac{\pi^2}{16} \dots \dots \dots (2)$$

التمرين الثاني (11 نقطة)

1) $\sum_{n \geq 1} n \sin\left(\frac{1}{n}\right) \dots \dots \dots (1.5)$

باستعمال النهاية الشهيرة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

لدينا

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \sin\left(\frac{1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}} = 1 \dots \dots \dots (0.75)$$

(0.75).....متباعدة إذن السلسلة نهاية الحد العام للسلسلة لا تؤول للصفر

2) $\sum_{n \geq 3} \frac{2n-1}{n(n^2-4)} \dots \dots \dots (1.75)$

(0.25).....سلسلة ذات حدود موجبة نطبق معيار التكافؤ

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{U_n}{V_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2n-1}{n(n^2-4)}}{\frac{2}{n^2}} = 1 \dots \dots \dots (0.75)$$

إذن $\frac{2n-1}{n(n^2-4)} \sim \frac{2}{n^2}$ و بما أن طبيعة السلسلة $\sum_{n \geq 3} \frac{2}{n^2}$ من نفس طبيعة السلسلة $\sum_{n \geq 3} \frac{1}{n^2}$ سلسلة ريمان

متقاربة ($\alpha > 1$)، إذن حسب معيار التكافؤ $\sum_{n \geq 3} \frac{2n-1}{n(n^2-4)}$ متقاربة (0.75).....

3) $\sum_{n \geq 0} (-1)^n (\sqrt{n^2+3} - n) \dots \dots \dots (2.25)$

سلسلة ذات حدود متناوبة نتحقق من شروط LEIBNIZ بحيث

$$(0.25) \dots \dots \dots V_n = \sqrt{n^2+3} - n$$

1) $\forall n \geq 0, V_n > 0 \dots \dots \dots (0.5)$

(2) بعد إزالة حالة عدم التعيين لدينا

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{n^2+3} - n)(\sqrt{n^2+3} + n)}{(\sqrt{n^2+3} + n)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{(\sqrt{n^2+3}+n)} = 0 \dots \dots \dots (0.75)$$

(0.5).....(3) المتتالية $(V_n)_n$ متناقصة (لان $V_{n+1} < V_n$)

(0.25).....الشروط الثلاث محققة إذن السلسلة متقاربة

4) $\sum_{n \geq 1} \frac{2^n}{n^2} \left(\sin \frac{\pi}{6}\right)^{2n} \dots \dots \dots (2)$

(0.25).....السلسلة ذات حدود موجبة نطبق معيار كوشي بحيث

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{U_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{n^{\frac{2}{n}}} \left(\sin \frac{\pi}{6}\right)^2$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 \left(\sin \frac{\pi}{6}\right)^2}{e^{\frac{2}{n} \ln(n)}} \quad (\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\frac{2}{n} \ln(n)} = 1)$$

$$= 2 \left(\sin \frac{\pi}{6}\right)^2 = \frac{1}{2} \dots \dots \dots (1.25)$$

(0.25+0.25).....بما ان $|<1$ السلسلة حسب كوشي متقاربة

5) $\sum_{n \geq 1} \frac{n!}{n^{an}} ; a \in \mathbb{R} \dots \dots \dots (3.5)$

(0.25).....سلسلة ذات حدود موجبة نطبق معيار دالمبير بحيث

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1)!}{(n+1)^{an+a}} \times \frac{n^{an}}{n!} \\ &= \left(\frac{n}{n+1}\right)^{an} \times \frac{1}{(n+1)^{a-1}} \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

نميز هنا ثلاث حالات :

(0.75)..... $a=1, \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{1}{e} < 1$ • السلسلة متقاربة

(0.75)..... $a < 1, \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = \infty$ • السلسلة متباعدة

(0.75)..... $a > 1, \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = 0 < 1$ • السلسلة متقاربة

التمرين الثالث (4 نقاط)

نتحقق من شروط استمرار السلسلة $\sum_{n \geq 1} \frac{\cos(nx)}{\sqrt{n^5+7}}$

(1) لدينا التابع $f_n(x) = \frac{\cos(nx)}{\sqrt{n^5+7}}$ معرف ومستمر على \mathbb{R}(0.75)

(2) لدراسة التقارب المنتظم للسلسلة $\sum_{n \geq 1} \frac{\cos(nx)}{\sqrt{n^5+7}}$ من الأسهل ان ندرس التقارب النظيمي الذي

يستلزم المنتظم بحيث

$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall n \geq 1, \left| \frac{\cos(nx)}{\sqrt{n^5+7}} \right| \leq \frac{1}{\sqrt{n^5+7}} \leq \frac{1}{\sqrt{n^5}} \dots\dots\dots(1,75)$$

$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2}$ سلسلة ريمان متقاربة ($\alpha > 1$) و منه السلسلة متقاربة نظيميا على \mathbb{R} وبالتالي

متقاربة بانتظام على \mathbb{R}(0.5+0.5)

من (1) و (2) نكون قد أثبتنا أن السلسلة مستمرة على \mathbb{R}(0.5)