

السنة الدراسية 2017/2018

المدة : ساعة ونصف

جامعة الإخوة منتوري - قسنطينة -

كلية العلوم والتكنولوجيا

السنة الثانية ST

الامتحان الاستدراكي في مقياس الرياضيات 3

التمرين الأول (5 نقاط)

أدرس تقارب السلاسل العددية التالية:

1)  $\sum_{n \geq 2} \frac{n}{\sqrt{n^3-1}}$

2)  $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{2^n}$

3)  $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{n+|\cos(n)|}$

4)  $\sum_{n \geq 1} \sin\left(\frac{1}{n(n+1)}\right)$

5)  $\sum_{n \geq 1} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$

التمرين الثاني (4 نقاط)

أحسب التكاملات المضاعفة التالية:

1)  $I = \iint_D \frac{1}{(x+y)^3} dx dy$

$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 1 \leq x \leq 3 ; y \geq 2 ; x + y < 5\}$

2)  $J = \iint_D \cos[(x-1)^2 + (y-1)^2] dx dy$

$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 1\}$

التمرين الثالث (6 نقاط)

- أدرس تقارب التكاملات المعممة التالية

1)  $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^4+1}, a > 0$

2)  $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{(1+x)^4} dx$

- أحسب التكامل

$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^\alpha}, \alpha \neq 1$

التمرين الرابع (5 نقاط)

حل المعادلة التفاضلية التالية باستعمال السلاسل الصحيحة

$$\begin{cases} x^2 y'' + 4xy' + (x^2 + 2)y = 1 \\ y(0) = \frac{1}{2} \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

Converge type : zattrapage 2018

1

$$\sum_{n \geq 2} \frac{n}{\sqrt{n^3-1}}$$

(0,25) موجبة و التساوي

$$\frac{n}{\sqrt{n^3-1}} \sim \frac{1}{n^{1/2}} = V_n \quad (0,25)$$

(0,25) متباينة R و  $\sum V_n$  متباينة  $\sum U_n$  و  $(\alpha = \frac{1}{2} < 1)$   
(0,25)

2)  $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{2^n}$

(0,25) متباينة و Leibniz

$$V_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^n} = 0 \quad (0,25)$$

$$V_{n+1} - V_n = \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{2^n} = \frac{-1}{2^{n+1}} < 0$$

(0,25)

(0,25) متباينة  $\sum U_n$  و متباينة

3)  $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{n+|\cos n|}$

(0,25) موجبة و التساوي

$$\frac{1}{n+|\cos n|} > \frac{1}{n+1} \sim \frac{1}{n}$$

(0,25) متباينة  $\alpha=1$   $R$  و  $\sum \frac{1}{n}$

(0,25) متباينة  $\sum U_n$

4)  $\sum_{n \geq 1} \sin\left(\frac{1}{n(n+1)}\right)$

(0,25) موجبة و التساوي

$$U_n \sim \frac{1}{n^2} \quad (0,25)$$

(0,25)  $\alpha=2 > 1$   $R$  و متباينة  $\sum \frac{1}{n^2}$

(0,25) متباينة  $\sum U_n$

5)  $\sum_{n \geq 0} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$

(0,5)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \cos 0 = 1 \neq 0$$

(0,5) متباينة و  $\leq$

Exercice 2

1)  $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 1 \leq x \leq 3; y \geq 2; x+y < 5\}$

(0,25)

2)  $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 1 \leq x \leq 3; 2 \leq y \leq 5-x\}$

$$I = \int_1^3 \left( \int_2^{5-x} \frac{1}{(x+y)^3} dy \right) dx$$

(0,5)

$$\int_2^{5-x} \frac{1}{(x+y)^3} dy = \frac{-1}{50} + \frac{1}{2(x+2)^2}$$

(0,5)

$$I = \int_1^3 \left( \frac{-1}{50} + \frac{1}{2(x+2)^2} \right) dx$$

$$\begin{cases} x-1 = r \cos \theta \\ y-1 = r \sin \theta \end{cases} \quad (0,25)$$

$$D = \{(r, \theta) \in \mathbb{R}^2 / \theta \in [0, 2\pi[ , r \in [0, 1]\}$$

$$|J| = r \neq 0 \quad (0,25)$$

$$J = \int_0^{2\pi} \int_0^1 r \cos(r^2) dr d\theta \quad (0,5)$$

$$J = \frac{1}{2} 2\pi \int_0^1 2r \cos(r^2) dr$$

$$J = \pi [\sin(r^2)]_0^1 = \pi \sin 1 \quad (0,5)$$

Exercice 3

1)  $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}$   $a > 0$

(0,25)  $\int_a^{+\infty} f$   
 $\int_a^{+\infty} f$  conv  $\Rightarrow \int_a^{+\infty} f$   
 $f \in \text{Loc}[a, +\infty[ \Leftrightarrow$

$$\frac{1}{x^4 + 1} \sim \frac{1}{x^4} \quad (0,5)$$

$1 = 4 > 1$   $\int_a^{+\infty} \frac{1}{x^4} dx$  conv

(0,25)  $\int_a^{+\infty} f$  conv

2)  $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{(1+x)^4} dx$

$$f(x) = \frac{1}{(1+x)^4} \quad (0,25)$$

$f \in \text{Loc}[0, +\infty[$  et  $\int_0^{+\infty} f$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \quad (0,25)$$

$$f'(x) = \frac{-4(1+x)^3}{(1+x)^8} < 0 \text{ sur } [0, +\infty[$$

$$f \downarrow \quad (0,5)$$

$$g(x) = \cos x \quad (0,25)$$

$$\int_0^{2x} g(t) dt = \sin x$$

$$|\sin x| \leq 1 = \square \quad (0,25)$$

d'après Abel  $(0,25)$   $\int_a^{+\infty} f g$  conv

$$I = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^d} \quad d \neq 1$$

$\int_2^{+\infty} f g$  conv  $\Rightarrow \int_2^{+\infty} f$  conv  
 $f \in \text{Loc}[2, +\infty[ \Leftrightarrow \int_2^{+\infty} f$

$$J = \int_2^{+\infty} \frac{1}{x} (\ln x)^{-d} dx$$

$$= \left[ \frac{(\ln x)^{-d+1}}{-d+1} \right]_2^{+\infty} \quad (0,5)$$

$$= \frac{1}{1-d} \left( \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{1-d} - (\ln 2)^{1-d} \right)$$

si  $1-d > 0 \Rightarrow d < 1$  div  $(0,5)$

si  $1-d < 0 \Rightarrow d > 1$  conv  $(0,5)$

$$4xy' + (x^2 + 2)y = 1$$

$$y(0) = \frac{1}{2} \quad y'(0) = 0$$

$$\left. \begin{aligned} a_0 = y(0) = 1/2 \\ a_1 = y'(0) = 0 \end{aligned} \right\} (0,25)$$

$$y(x) = \sum_{n \geq 0} a_n x^n$$

$$y'(x) = \sum_{n \geq 1} n a_n x^{n-1} \quad (0,75)$$

$$y''(x) = \sum_{n \geq 2} n(n-1) a_n x^{n-2}$$

$$x^2 y'' = \sum_{n \geq 2} n(n-1) a_n x^n$$

$$4xy' = \sum_{n \geq 1} 4n a_n x^n \quad (0,75)$$

$$x^2 y + 2y = \sum_{n \geq 0} a_n x^{n+2} + \sum_{n \geq 0} 2a_n x^n$$

توحيد الأس

$$x^2 y'' = \sum_{n \geq 2} n(n-1) a_n x^n$$

$$4xy' = \sum_{n \geq 1} 4n a_n x^n \quad (0,5)$$

$$x^2 y + 2y = \sum_{n \geq 2} a_n x^n + \sum_{n \geq 0} 2a_n x^n$$

توحيد الأس

$$\left. \begin{aligned} x^2 y'' = \sum_{n \geq 2} n(n-1) a_n x^n \\ 4xy' = \sum_{n \geq 1} 4n a_n x^n \end{aligned} \right\} (0,5)$$

$$x^2 y + 2y = \sum_{n \geq 2} a_n x^n + \sum_{n \geq 0} 2a_n x^n$$

$$x^2 y + 2y = \sum_{n \geq 2} a_n x^n + \underbrace{2a_0 + 2a_1 x}_{(0,5)} + \sum_{n \geq 2} 2a_n x^n$$

$$x^2 y'' + 4xy' + (x^2 + 2)y = 1$$

$$\sum_{n \geq 2} [n(n-1)a_n + 4na_n + a_{n-2}] x^n + 2a_0 + 2a_1 x = 1 \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow a_n (n^2 - n + 4n + 2) = -a_{n-2} \quad (0,1)$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{-a_{n-2}}{n^2 + 3n + 2} = \frac{-a_{n-2}}{(n+1)(n+2)}$$

$$n=2=2 \times 1; a_2 = \frac{-1}{2 \times 3 \cdot 3!} \quad n \geq 2$$

$$n=3 \quad a_3 = 0$$

$$n=4=2 \times 2 \quad a_4 = \frac{1}{6!}$$

$$n=2k \quad a_{2k} = \frac{(-1)^k}{(2k+2)!} \quad (0,5)$$

$$y = \frac{1}{2} + \sum_{k \geq 1} \frac{(-1)^k}{(2k+2)!} x^{2k}$$

(0,5)



10/04/18

تصحیح استدراک اعداد - امتحان

تقریباً 1

1. X و Y اعداد تصادفی مستقل، اعداد تصادفی (0,2)

X \ Y	1	2	4	$n_{i0}$	$n_{i0} c_i$	$n_{i0} c_i^2$	$\sum_j n_{ij} c_i y_j$
3	2   6	1   6	2   24	5	15	45	36
5	3   15	2   20	1   20	6	30	150	55
7	14   98	4   56	0   0	18	126	882	154
9	2   18	3   54	6   216	11	99	891	288
$n_{0j}$	21	10	9	$N=40$	270	1968	
$n_{0j} y_j$	21	20	36	77			533
$n_{0j} y_j^2$	21	40	144	205			
$\sum_j n_{ij} c_i y_j$	137	136	260		533		

a = 2 (0,2)  
b = 14 (0,2)

(2)

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^4 n_{i0} c_i = \frac{1}{40} (270) = 6,75 \quad (1)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^3 n_{0j} y_j = \frac{1}{40} (77) = 1,93 \quad (1)$$

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^4 n_{i0} c_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{1}{40} (1968) - (6,75)^2 = 3,64 \quad (0,5)$$

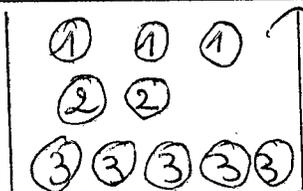
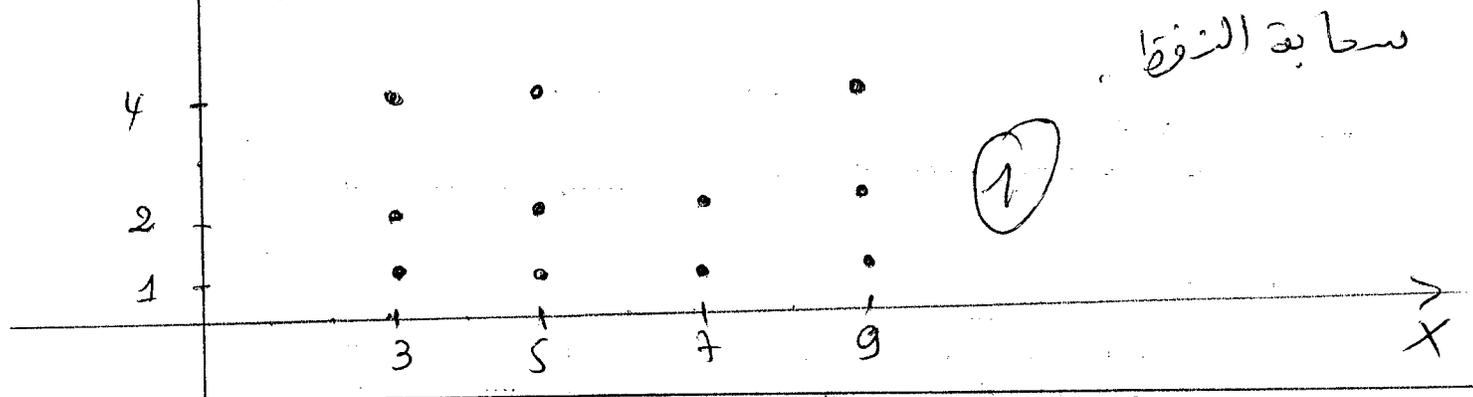
$$\Rightarrow \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)} \approx 1,91 \quad (0,2)$$

$$\text{Var}(Y) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^3 n_{0j} y_j^2 - \bar{y}^2 = \frac{1}{40} (205) - (1,93)^2 = 1,41, \quad \sigma_y = \sqrt{1,41} \approx 1,18 \quad (0,2)$$

$$\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 n_{ij} c_i y_j - \bar{x} \bar{y} = \frac{1}{40} (533) - (6,75)(1,93) = 0,31 \quad (1)$$

$$\rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{0,31}{1,91 \times 1,18} = 0,13 \quad (0,5)$$

$\rho = 0,5$  ! انه لا يوجد ارتباط خطي بين  $X$  و  $Y$  (0,5)



نحسب بين 2 و 1

$$a) \frac{C_3^1 C_2^1 C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{30}{120} = \frac{1}{4} = 0,25 \quad (1)$$

$$b) \frac{C_2^2 C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{5}{120} = 0,042 \quad (1)$$

$$2). a) \frac{A_3^1 A_2^1 A_5^1}{A_{10}^3} = \frac{30}{720} = \frac{3}{72} = 0,042 \quad (1)$$

$$b) \frac{A_2^2 A_5^4}{A_{10}^3} = \frac{5}{720} = 6,94 \cdot 10^{-3} \quad (1)$$

نحسب بين 3 و 1

$$P(A) = 0,3$$

"A" الحافلة تأتي أولاً

$$P(B) = 0,5$$

"B" سيارة الأجرة تأتي أولاً

$$1- P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = (0,3)(0,5) = 0,15 \quad (1,5)$$

$$2- P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,5 - 0,15 = 0,65 \quad (1,5)$$

**Contrôle de rattrapage d'électronique fondamentale I**

**Exercice 1: (7pts)**

En utilisant le théorème de superposition, calculer le courant  $I_2$  qui traverse la résistance  $R_2$ . On donne :  $R_1 = R_2 = R_3 = 5 \Omega$ ,  $E = 10 \text{ V}$  et  $J = 2 \text{ A}$ .

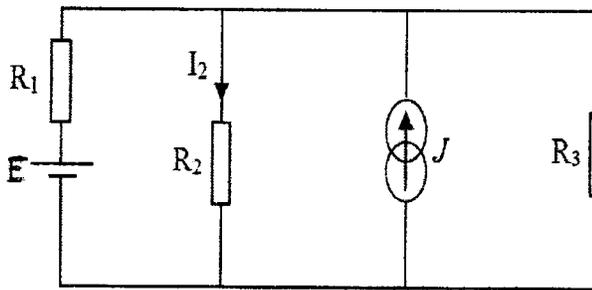


Figure 1

**Exercice 2 : (6pts)**

Soit le quadripôle Q suivant :

- Déterminer les éléments de la matrice impédance  $[Z]$  du Q.
- Calculer l'impédance de sortie  $Z_s$  du quadripôle représenté sur la figure 2, celui-ci étant alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale et possédant une résistance interne  $Z_g = 10 \Omega$ .

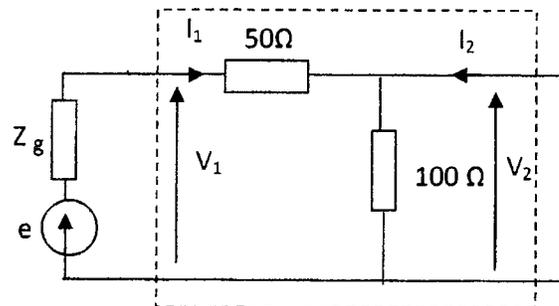


Figure 2

**Exercice 3 : (7pts)**

- Trouver la fonction de transfert  $H(j\omega)$  du circuit de la figure 3 et mettez-la sous la forme :

$$H(j\omega) = \frac{j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_2}$$

Préciser  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

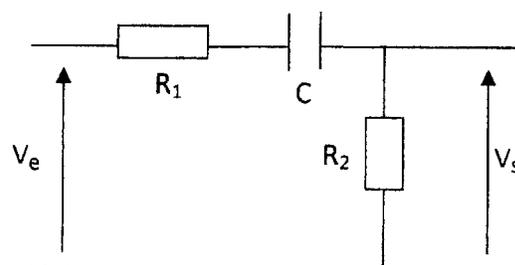


Figure 3

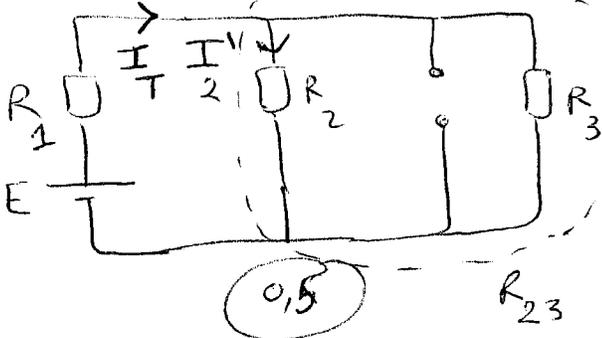
- Tracer le diagramme de Bode (le gain et la phase) dans le cas :

$$R_1 = 9 \text{ k}\Omega, R_2 = 1 \text{ k}\Omega, C = 100 \mu\text{F}.$$

# Corrigé type du rattrapage électronique fond I

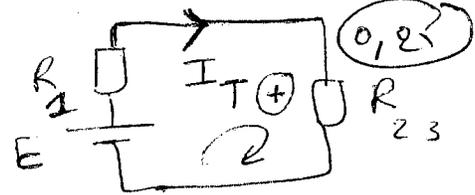
Exercice N°1 (7 pts) : - théorème de superposition :

Etape 1 :  $E \neq 0, J = 0$  (0,5)



$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{25}{10} = 2,5 \Omega \quad (0,25)$$

Le schéma devient :



$$I_T = \frac{E}{R_1 + R_{23}} \quad (0,1)$$

$$I_T = \frac{10}{5 + 2,5} = 1,33 \text{ A}$$

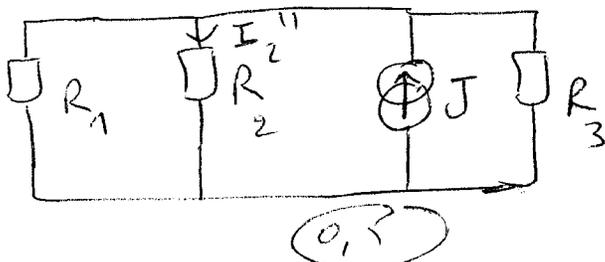
$$I_T = 1,33 \text{ A} \quad (0,25)$$

\* En utilisant le diviseur de courant :

$$I_2' = \frac{R_3 I_T}{R_2 + R_3} = \frac{5 \cdot 1,33}{10} = 0,665 \text{ A}$$

$$I_2' = 0,665 \text{ A} \quad (0,25)$$

Etape 2 :  $E = 0, J \neq 0$  (0,5)



En utilisant le diviseur de courant directement

$$I_2'' = \frac{\frac{1}{R_2} \cdot J}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1}} \quad (1)$$

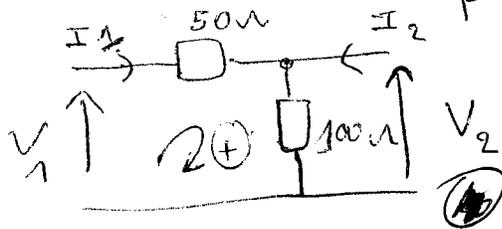
$$I_2'' = \frac{\frac{1}{5} \cdot 2}{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{2}{3} \text{ A}$$

$$I_2'' = 0,66 \text{ A} \quad (0,5)$$

donc le courant total  $I_T = I_T' + I_T'' = 1,33 \text{ A} + 0,66 \text{ A} = 1,99 \text{ A}$  (0,5)

Exercice N° 2 : (6 pts) :

1°/ La matrice impédance  $[Z]$  :



on a :  $\sum V_i = 0$  ;  $V_1 - 50 I_1 - 100(I_1 + I_2) = 0$   
 et  $V_2 = 100(I_1 + I_2)$

donc : 
$$\begin{cases} V_1 = (50 + 100) I_1 + 100 I_2 \\ V_2 = 100 I_1 + 100 I_2 \end{cases}$$
  $\rightarrow$  par identification

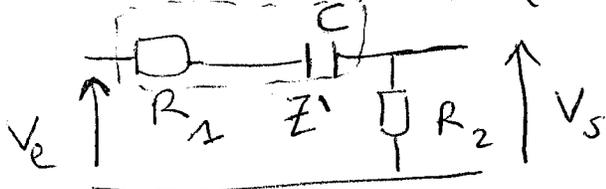
$$[Z] = \begin{pmatrix} 150 & 100 \\ 100 & 100 \end{pmatrix}$$
 (5 pt)

2°/ l'impédance de sortie  $Z_s$  :

$$Z_s = Z_{22} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{11} + Z_g}$$
 ;  $Z_g = 10 \Omega$

$$Z_s = 100 - \frac{(100)^2}{150 + 10}$$
 ;  $Z_s = 37,5 \Omega$  (0,5)

Exercice N° 3 : (7 pts)



la fonction de transfert :

$$H(j\omega) = V_s / V_e$$

En utilisant le diviseur de tension ;

$$V_s = \frac{R_2 \cdot V_e}{R_2 + Z'}$$
 ; avec  $Z' = R_1 + \frac{1}{j\omega C}$  (0,5)

$$\Rightarrow H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega R_2 C}{1 + j\omega(R_1 + R_2)C}$$
  

$$= \frac{j\omega / \omega_1}{1 + j\omega / \omega_2}$$
 (2,5)

$$\frac{1}{R_2 C} \quad (0,1)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{(R_1 + R_2) C} \quad (0,1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = 10 \text{ rad/s} \\ \omega_2 = 1 \text{ rad/s} \end{array} \right. \quad (0,2)$$

\* Tracé du diagramme de Bode :

o Le gain en dB :

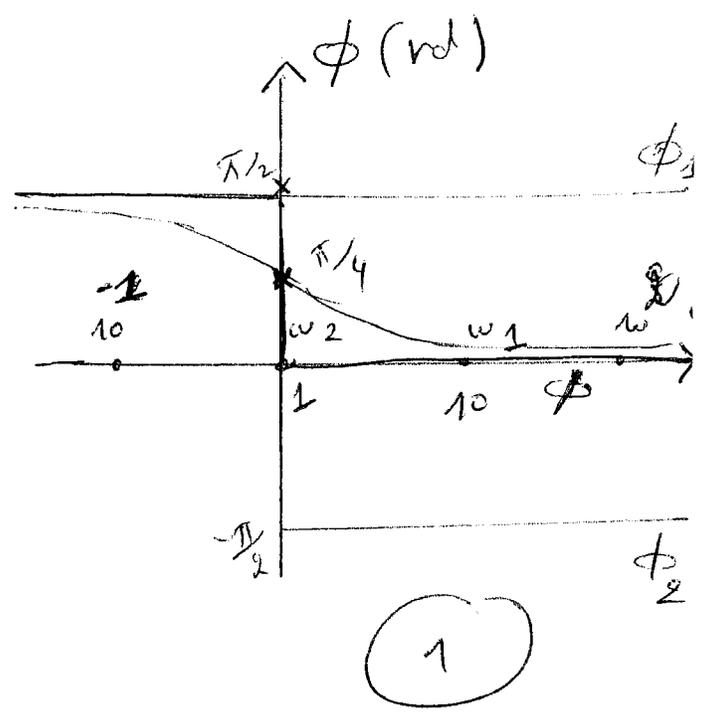
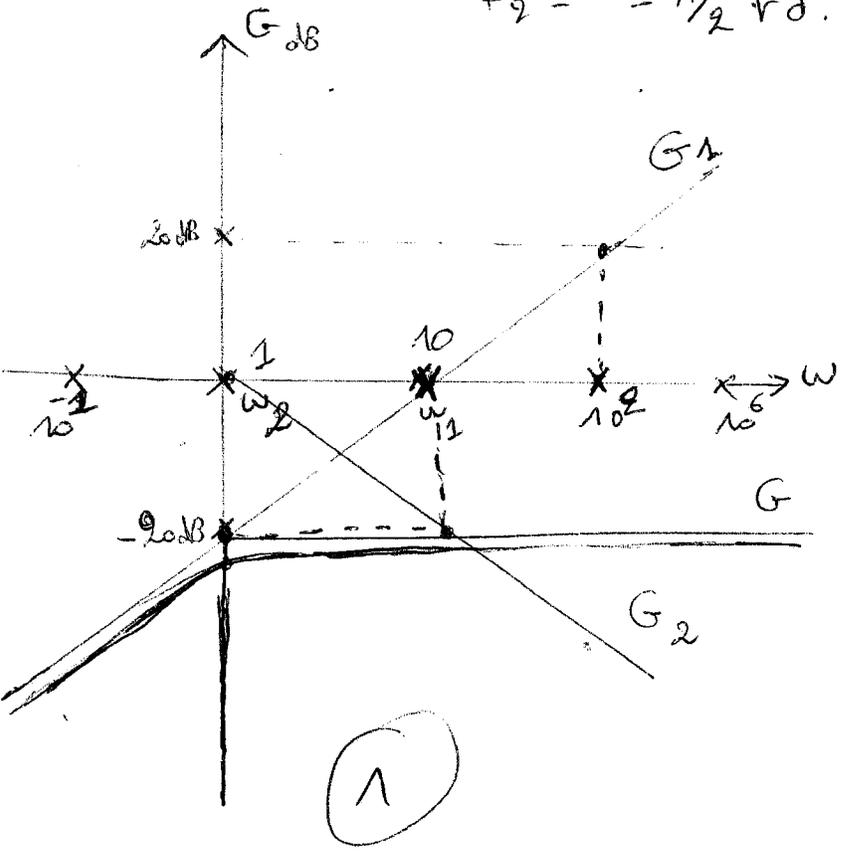
$$G_{dB} = 20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \frac{\omega}{\omega_1} - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2} = G_1 + G_2 \quad (0,1)$$

\* La phase :  $\phi = \pi/2 - \arctg \frac{\omega}{\omega_2} \quad (0,1)$

Les asymptotes ( $G_2, \phi_2$ ):

$$\omega \ll \omega_2 : \begin{cases} G_2 \approx 0 \text{ dB} \\ \phi_2 \approx 0 \text{ rad} \end{cases} \quad (0,2)$$

$$\omega \gg \omega_2 : \begin{cases} G_2 \approx -20 \log \frac{\omega}{\omega_2} \\ \phi_2 \approx -\pi/2 \text{ rad} \end{cases} \rightarrow \text{droite de pente } -20 \text{ dB/décad}$$





Durée 1h30



12/04/2018

Contrôle de rattrapage de l'électrotechnique fondamentale 01

**Questions de cours (03 points)**

- lorsqu'un circuit est soumis à un champ magnétique variable en fonction du temps une ..... Apparais aux bornes du circuit.
- pour une charge RLC en série ( $R=10\Omega$ ,  $L=10mH$ ,  $C=10mF$ ,  $f=50Hz$ ), la tension est en ..... par rapport au courant.
- Dans un système triphasé déséquilibré le courant de ligne égal .....
- Dans une charge capacitive le signe (-) de la puissance réactive signifie que la charge.....
- Dans un circuit magnétique  $\mu_r$  est appelé.....

**Exercice 01 : (06 points)**

Une installation électrique monophasée (alimentée sous 230 V, 50 Hz) comporte :

- cinq (05) ampoules (lampes) de 60 W chacune.
- deux radiateurs (résistances) électriques de 2000 W.
- Trois (03) moteurs électriques monophasés identiques absorbant chacun une puissance de 1500 W et  $\cos\varphi = 0.8$ .

(Les ampoules et les radiateurs sont purement résistifs)

- 1- Donner le schéma du montage de l'installation?  
Ces différents appareils fonctionnent en même temps.
- 2- Quelle est la puissance active consommée par les ampoules ?
- 3- Quelle est la puissance active consommée par les radiateurs ?
- 4- Quelle est la puissance réactive consommée par les trois moteurs ?
- 5- Quelles sont les puissances active et réactive consommées par l'installation ?
- 6- Quel est le facteur de puissance ?
- 7- Quelle est l'intensité efficace du courant dans le câble de ligne ?
- 8- Quelle est la valeur du condensateur qui nous donne une compensation totale de la puissance réactive?
- 9- Quelle est la valeur du nouveau courant de la ligne ?
- 10- Tracer le triangle des puissances.

**Exercice 02 (08 points)**

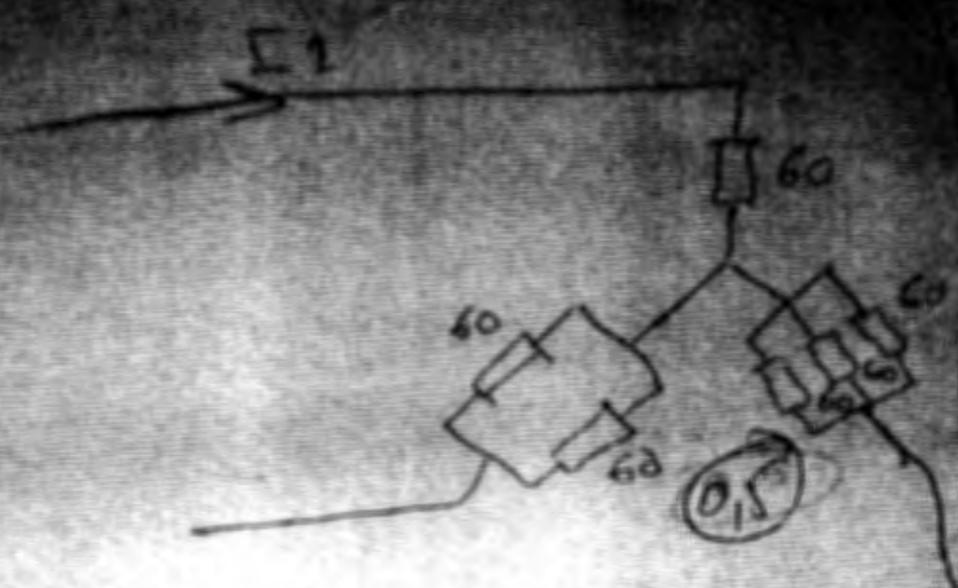
Trois résistances ( $R_1 = R_2 = R_3 = 25 \Omega$ ) sont couplées en triangle et raccordées sous 120 V.

- 1- Donner le schéma du montage de l'installation?
- 2- Calculer :
  - la tension entre phases.
  - l'intensité du courant de ligne
  - la puissance active.
 Tracer le diagramme vectoriel des courants ( $i_1, i_2, i_3, j_1, j_2, j_3$ ) et des tensions ( $U_{12}, U_{23}, U_{31}$ )
- 3- **Coupure du conducteur L3** Calculer :
  - Les courants  $i'_1$  et  $i'_2$ .
  - La puissance active totale après coupure.
 Tracer sur le même diagramme vectoriel les courants  $i'_1$  et  $i'_2$ .

**Exercice 03 (03 Points)**

Sur une ligne triphasé 230 / 400 V 50 Hz avec fil de neutre on branche :

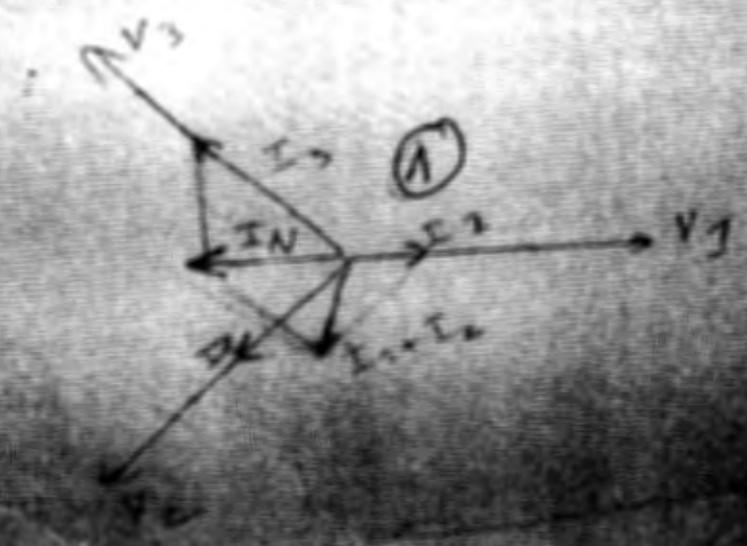
- Entre neutre et phase 1, un résistor de 60  $\Omega$  ;
  - Entre neutre et phase 2, deux résistors de 60  $\Omega$  en parallèle ;
  - Entre neutre et phase 3, trois résistors de 60  $\Omega$  en parallèle ;
- Donner le schéma du montage de l'installation?
  - Quelle est l'intensité du courant I1 dans la phase 1 ?
  - Quelle est l'intensité du courant I2 dans la phase 2 ?
  - Quelle est l'intensité du courant I3 dans la phase 3 ?



$$I_1 = \frac{230}{60} = 3.83 \text{ A} \quad (0.15)$$

$$I_2 = \frac{230}{R \parallel R} = \frac{230}{30} = 7.66 \text{ A} \quad (0.15)$$

$$I_3 = \frac{230}{R \parallel R \parallel R} = \frac{230}{20} = 11.5 \text{ A} \quad (0.15)$$



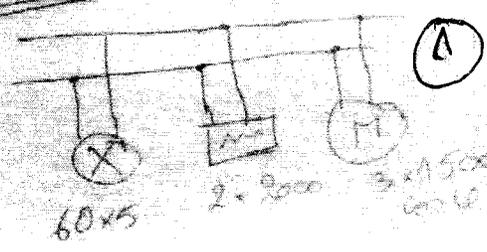
12/10 12/10

Case

Questions de cours

- 1)  $F_{em}$
- 2) en avance par rapport au champ
- 3) la somme vectorielle des courants
- 4) fournir une puissance reactive
- 5) permittivité relative

Ex 01



60V  
 2 x 2000  
 3 x 1500

$P_{Lampes} = 60 \times 5 = 300 \text{ W}$  0,25

$P_{radiateur} = 2 \times 2000 = 4000 \text{ W}$  0,25

$Q = 3 \times 1500 \text{ VAR}$  0,25

$P_T = 4500 + 4000 + 300 = 8800 \text{ W}$  0,25

$Q_T = 3375 \text{ VAR}$  0,25

$\text{tg } \phi = \frac{Q}{P} = \frac{3375}{8800} = 0,383$

$\cos \phi = \cos \arctan 0,383 = 0,93$  0,5

$S = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 9425 \text{ VA}$  0,25

$\Rightarrow I = \frac{S}{V} = 41 \text{ A}$  0,5

$Q = 3375 \text{ VAR} = V C \omega$

$\Rightarrow C = \frac{3375}{(230)^2} = 0,2 \text{ mF}$

$S_T = P_T = 8800 \text{ W} \Rightarrow I = \frac{8800}{230}$

$\Rightarrow I = 38,3 \text{ A}$  0,5

Correction n° 1

SI, STC

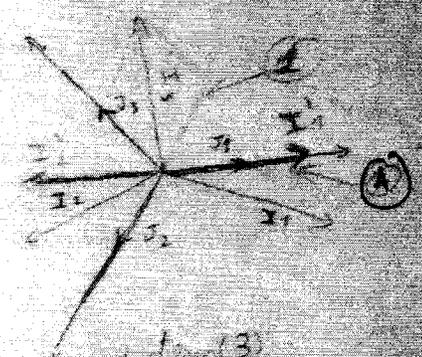
Ex 02:

$V_{LL} = 120 \text{ V}$  0,5

$S = \frac{120}{25} = 4,8 \text{ VA}$  0,5

$I = 0,04 \text{ A}$  0,5

$P = 3 \cdot R \cdot I^2 = 3 \cdot U \cdot I = \sqrt{3} U I = 17,3 \text{ W}$  0,5



impédance équivalente (3)

$I_1 = -I_2$

$I_1 = \frac{U_{12}}{R_{eq}}$

$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R}$  0,5

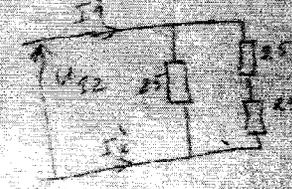
$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{3}{2R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{2R}{3}$

$I_1 = \frac{3 \cdot U_{12}}{2R} = \frac{3 \cdot 120}{2 \cdot 25} = 7,2 \text{ A}$  0,5

$I_2 = -I_1 = 7,2 \text{ A}$  0,5

$P = U_{12} \cdot I_1 = 120 \cdot 7,2 = 864 \text{ W}$  0,5

$= R_{eq} I_1^2$



**Contrôle de Rattrapage de la Mécanique Des Fluides**  
 (Durée 1h30min)

**Exercice 1:** La partie supérieure d'un réservoir d'eau est divisé en deux compartiments. Un fluide de densité inconnue est versé dans un côté. Les niveaux d'eau et du fluide sont mesurés:  $h_f=80\text{cm}$  et  $h_e=45\text{cm}$ . Déterminer la masse volumique du fluide. (Recopier la figure 1).

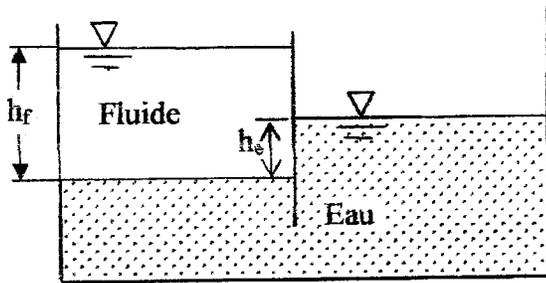


Figure 1

**Exercice 2:** Calculer la force appliquée par le fluide sur une paroi rectangulaire AB ( $1.4\text{m} \times 0.5\text{m}$ ) pour les deux cas de la figure 2.

-Calculer  $y_{cp}$  dans le cas 1. On donne  $I_{xCG} = \frac{LH^3}{12}$ .  
 La masse volumique de l'huile est  $970\text{kg/m}^3$ .

**Exercice 3:** De l'eau s'écoule d'un grand réservoir avec un débit de  $0.12\text{m}^3/\text{s}$  (Figure 3). La conduite a un diamètre de  $120\text{mm}$ , une longueur  $L=10\text{m}$  et une rugosité  $\epsilon=0.12\text{mm}$ .

-Préciser si la machine est une pompe ou une turbine et calculer sa puissance pour les deux cas suivants:

**1<sup>er</sup> cas:** On considère que l'eau est un fluide parfait.

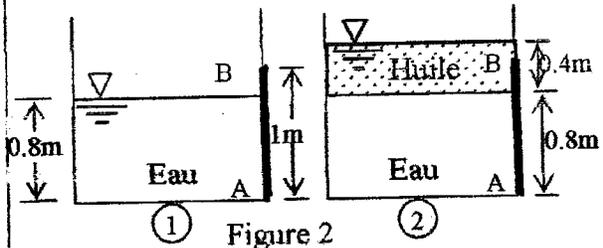
**2<sup>ème</sup> cas:** On considère que l'eau est un fluide réel de viscosité cinématique  $\nu=10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ .

**التمرين 1:** الجزء العلوي لخزان ماء مقسم إلى قسمين. مانع ذو كثافة مجهولة صب في إحدى الجهتين. مستويات الماء و المانع قيست  $h_f=80\text{cm}$  و  $h_e=45\text{cm}$ . احسب الكتلة الحجمية للمانع. (اعد رسم الشكل 1)

**التمرين 2:** احسب القوة المطبقة من طرف المانع على جدار مستطيل الشكل AB ( $1\text{m} \times 0.5\text{m}$ ) للحالتين الممثلتين في الشكل 2. احسب  $y_{cp}$  في الحالة 1.

$$I_{xCG} = \frac{LH^3}{12}$$

الكتلة الحجمية للزيت هي  $970\text{kg/m}^3$ .

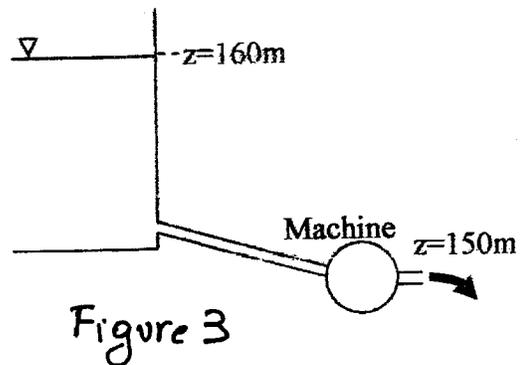


**التمرين 3:** ماء يسيل من خزان كبير بتدفق  $0.12\text{m}^3/\text{s}$  (الشكل 3). الأنبوب قطره  $120\text{mm}$ . طوله  $L=10\text{m}$  و خشونته  $\epsilon=0.12\text{mm}$ .

- وضح إذا كانت الآلة عبارة عن مضخة أو توربين في الحالتين التاليتين:

1- نعتبر الماء مانع مثالي.

2- نعتبر الماء مانع حقيقي لزوجه الحركية  $\nu=10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ .

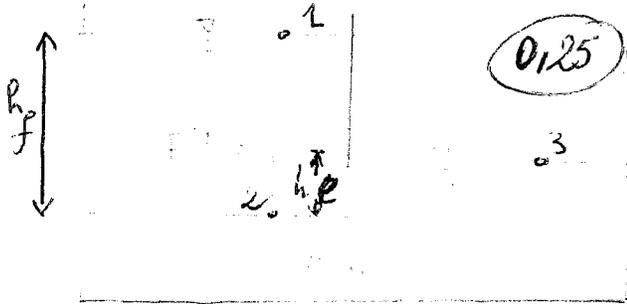


Corrigé du Rattrapage

MOF ST2 B (2018)

Exercice 1 : Déterminer la masse (3,5pt)

volumique du fluide.



On applique l'équation de l'hydrostatique - statique entre (1 et 2) et (2 et 3)

$$P_1 - P_2 = \rho_f g (z_2 - z_1) = \rho_f g (-h_f)$$

$$P_2 - P_3 = \rho_e g (z_3 - z_2) = \rho_e g h_e$$

par sommation on trouve :

$$P_1 - P_3 = \rho_e g h_e - \rho_f g h_f$$

$$P_1 = P_3 = P_{atm}$$

$$\rho_f = \rho_e \frac{h_e}{h_f} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{0,45}{0,80}$$

$$\rho_f = 562,5 \text{ kg/m}^3$$

Exercice 2 (5pts)

Calculer la force appliquée par le fluide sur la paroi AB :

1<sup>er</sup> cas :

$$F_1 = P_{CG} \cdot A_{mouillée}$$

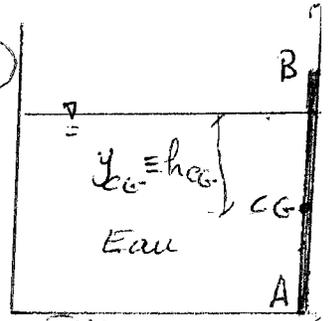
$$P_{CG} = \rho_e g h_{CG}$$

$$h_{CG} = \frac{0,8 \text{ m}}{2} = 0,4 \text{ m}$$

$$A_{mouillée} = 0,8 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} = 0,4 \text{ m}^2$$

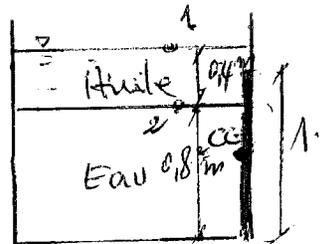
$$F_1 = \rho_e g h_{CG} \cdot A_{mouillée} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m}^2$$

$$F_1 = 1,57 \cdot 10^3 \text{ N}$$



2<sup>ème</sup> cas :

$$F_2 = P_{CG} \cdot A_{mouillée}$$



$$P_{CG} = ?$$

on applique l'éq de l'hydrostatique entre (1,2) et (2,CG) :

$$P_1 - P_2 = \rho_o g (z_2 - z_1)$$

$$P_2 - P_{CG} = \rho_e g (z_{CG} - z_2)$$

$$P_1 - P_{CG} = \rho_o g (-h_o) + \rho_e g (z_{CG} - z_2)$$

$P_1 = P_{atm}$  on aura :

$$P_{CG} = \rho_o g h_o + \rho_e g (z_2 - z_{CG})$$

$$P_{CG} = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,4 \text{ m} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,4 \text{ m}$$

$$P_{cc} = 6749,28 \text{ Pa}$$

$$A_{moillée} = 1 \text{ (m)} \times 0,5 \text{ (m)} = 0,5 \text{ m}^2$$

$$\therefore F_2 = 6749,28 \text{ (Pa)} \cdot 0,5 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$F_2 = 3374,64 \text{ N}$$

- Calculer  $y_{jep}$  dans le cas (1) :

$$y_{jep} = y_{cc} + \frac{I_{x_{cc}}}{y_{cc} \cdot A_{moillée}}$$

$$y_{cc} = \frac{0,8 \text{ m}}{2} = 0,4 \text{ m}$$

$$A_{moillée} = 0,8 \times 0,5 = 0,4 \text{ m}^2$$

$$I_{x_{cc}} = \frac{LH^3}{12} \\ = \frac{0,5 \text{ (m)} \times (0,8)^3}{12} \\ = 0,0213 \text{ m}^4$$

$$y_{jep} = 0,4 + \frac{0,0213}{0,4 \times 0,4}$$

$$y_{jep} = 0,533 \text{ m}$$

ou bien tout simplement

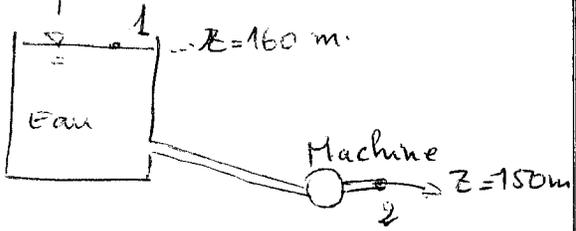
$$y_{jep} = \frac{2}{3} (0,8 \text{ m}) = 0,533 \text{ m}$$

de 3 11,5 pts

cas - on considère que l'eau est un fluide parfait.

Prévoir si la machine est une pompe ou turbine.

On suppose que la machine est une pompe, on écrit dans ce cas l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2.



$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 + h_p = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 \quad (0,5)$$

$U_1 = 0$  (réservoir) (0,25)

$P_1 = P_2 = P_{atm}$  (0,5)

$z_1 = 160 \text{ m}$   
 $z_2 = 150 \text{ m}$  (0,25)

$U_2 = \frac{Q}{A} = \frac{4 \cdot 0,5 \cdot 4 \cdot 0,12 \text{ (m}^3/\text{s)}}{\pi (0,12 \text{ m})^2}$

$U_2 = 10,61 \text{ m/s}$  (0,5)

$$h_p = \frac{U_2^2}{2g} + z_2 - z_1$$

$$= \frac{10,61^2}{2 \cdot 9,81} + 150 - 160$$

$h_p = -4,26 \text{ m}$  (0,25)

on a trouvé que  $h_p < 0$  donc.

on a l'impression que la machine

Une turbine (0,25)

Sa puissance:  $P$

$P_T = \rho g h_T \cdot Q$  (0,5)

$= 10^3 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \cdot 9,81 \left(\frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) \cdot 4,26 \text{ (m)} \cdot 0,12$

$P_T = 5017,25 \text{ watt}$  (0,25)

Outre, si on considère que la machine est une turbine, l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2 s'écrit:

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + h_T$$

est donc  $h_T = z_1 - z_2 - \frac{U_2^2}{2g} =$

$h_T = 4,26 \text{ m}$

2<sup>ème</sup> cas: on considère que l'eau est

un fluide réel:

on suppose que la machine est une pompe. On écrit l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2:

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 + h_p = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + \Delta H_f \quad (0,25)$$

$h_p = \frac{U_2^2}{2g} + z_2 - z_1 + \Delta H_f$  (0,25)

$h_p = -4,26 \text{ m} + \Delta H_f$

$\Delta H_f = \lambda \cdot \frac{U^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_H}$  (0,5)

$U = U_2 = 10,61 \text{ m/s}$  (0,25)

$L = 10 \text{ m}$

$D_H = D = 0,12 \text{ m}$

... d'écoulement

$$P_{cc} = 6749,28 \text{ Pa}$$

$$A_{mouillée} = 1 \text{ (m)} \times 0,5 \text{ (m)} = 0,5 \text{ m}^2$$

$$\therefore \overline{F}_2 = 6749,28 \text{ (Pa)} \cdot (0,5) \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\overline{F}_2 = 3374,64 \text{ N}$$

- Calculer  $y_{Jep}$  dans le cas ① :

$$y_{Jep} = y_{CG} + \frac{I_{x_{CG}}}{y_{CG} \cdot A_{mouillée}}$$

$$y_{CG} = \frac{0,8 \text{ m}}{2} = 0,4 \text{ m}$$

$$A_{mouillée} = 0,8 \times 0,5 = 0,4 \text{ m}^2$$

$$I_{x_{CG}} = \frac{LH^3}{12}$$
$$= \frac{0,5 \text{ (m)} \times (0,8)^3}{12}$$
$$= 0,0213 \text{ m}^4$$

$$y_{Jep} = 0,4 + \frac{0,0213}{0,4 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m}^2}$$

$$y_{Jep} = 0,533 \text{ m}$$

ou bien tout simplement

$$y_{Jep} = \frac{2}{3} (0,8 \text{ m}) = 0,533 \text{ m}$$