

2018/06/19

LMD, ST2

المدّة: 1 ساعة و 30 د

جامعة قسنطينة 01

معهد العلوم والتكنولوجيا

الإمتحان الإستدراعي

Maths 04

المترين 01 : عين ميدان تقارب السلاسل التالية :

$$(1) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3}{n!} (z+2i)^n, (2) \sum_{n=0}^{+\infty} e^{in} (z-i)^n + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2+i)^n}{(z-i)^n}$$

المترين 02 :

(A) لتكن : $G(x,y) = \ln(x-y) + \sin(3x+y)$

- هل $G(x,y)$ دالة توافقية ؟

(B) لتكن : $f(z) = 4z + 5i$

(1) أكتب f على الشكل $u(x,y) + i v(x,y)$

(2) أكتب $\int_{\gamma} f(z) dz$ حيث γ خط مضلع (خط منكس)

من $A(1,1) \leftarrow B(1,2) \leftarrow C(3,2)$

المترين (03) :

(A) أُنشر الدالة f : $f(z) = \frac{1}{(z-3)(z+4)}$ في سلسلة تايلور

حوار $z_0 = 0$

(B) لتكن الدالة f : $f(z) = \frac{1}{3-2z}$

أُنشر f في سلسلة تايلور حوار $z_0 = 3$

(C) $0, \bar{z}, \dots$

التصحيح النموذجي للإمتحان

الجامعة راعي 2018 م (Maths 04)

المؤيّن 01 : 5 pt

$a_n = \frac{3}{n!}$ هو سلسلة تايلور ① $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3}{n!} (z+2i)^n$

حسب المبرهن: $R \cup \infty$

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{3}{n!}}{\frac{3}{(n+1)!}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{3}{n!} \times \frac{(n+1)!}{3} \right|$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)n!}{n!} = +\infty$$

لذا $R = +\infty$ فإن صيغة التعاريف هو ①

هو سلسلة لوران ② $\sum_{n=0}^{\infty} e^{in} (z-i)^n + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(z+i)^n}{(z-i)^n}$

$a_n = e^{in}$ هو الجود الصحيح للوران $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{in} (z-i)^n$ *

حسب كوشي: $R \cup \infty$

$$R = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}} = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} |e^{in}|^{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} |e^i|} = 1$$
 ①

$|e^i| = 1$ حسب

هو الجود الأساسي للوران $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(z+i)^n}{(z-i)^n}$

حسب كوشي: ①

$$\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_{-n}|}$$

$$\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|z+i|^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} |z+i| = \sqrt{5} = 2,23$$

لذا $R \cup \infty$

$$G(x,y) = \ln(x-y) + \sin(3x+y)$$

7 pt : المرتبة 02

P

G حقيقي اذا كان :

$$\# \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{1}{x-y} + 3 \cos(3x+y)$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{-1}{(x-y)^2} - 9 \sin(3x+y)$$

$$\frac{\partial G}{\partial y} = \frac{-1}{x-y} + \cos(3x+y)$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} = \frac{-1}{(x-y)^2} - \sin(3x+y)$$

نحو

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} = \frac{-1}{(x-y)^2} - 9 \sin(3x+y) + \left(\frac{-1}{(x-y)^2} - \sin(3x+y) \right)$$

و هو G ليس حقيقي

$$f(z) = 4z + 5i$$

4+5i في الشكل

$$f(z) = 4(x+iy) + 5i = 4x + 4iy + 5i = 4x + i(4y+5)$$

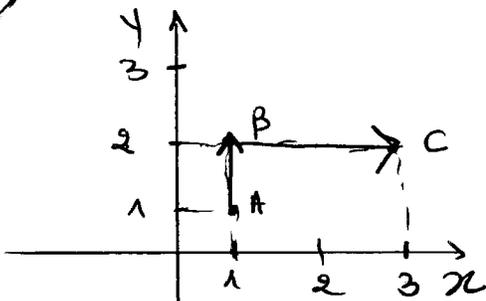
$$\rightarrow u(x,y) = 4x, \quad v(x,y) = 4y+5, \quad dz = dx + i dy$$

$$\int_{\gamma} f(z) dz = \int_{\gamma} (4x + (4y+5)i)(dx + i dy)$$

$$\int_{\gamma} f(z) dz = \int_{\gamma} 4x dx - (4y+5) dy + i \int_{\gamma} 4x dy + (4y+5) dx$$

على القطعة [AB]

$A(1,1), B(1,2)$



نلاحظ أن $dx=0 \Rightarrow x=1$
 $1 \leq y \leq 2$

$$I_1 = \int_{\gamma} f(z) dz = \int_1^2 -(4y+5) dy + i \int_1^2 4 dy$$

$$I_1 = -\frac{13}{2} + i(4) = -\frac{13}{2} + 4i$$

على القطعة [BC]

نلاحظ أن $y=2$ ثابت
 $dy=0 \Rightarrow$

$$1 \leq x \leq 3 \Rightarrow I_2 = \int_1^3 4x dx + i \int_1^3 13 dx = 16 + 26i$$

ومنه الزكامل على الحظ المثلث هو:

$$I = I_1 + I_2 = -\frac{13}{2} + 4i + 16 + 26i = \frac{19}{2} + 30i$$

المقرَّب (3) : 8pt

$$f(z) = \frac{1}{(z-3)(z+4)}$$

- مجموعة التعريف: $\mathbb{C} - \{3, -4\}$
 f تحليلية في $\mathbb{C} - \{3, -4\}$

$R = \min(3, 4)$
 $\Rightarrow R = 3$

اختيار R :
 $|z-0| = |3| = 3$
 $|z-0| = |-4| = 4$

ومنه في العرص $|z-0| < 3$ يمكن نشر الدالة f

- تفكيك الدالة :

$$f(z) = \frac{1}{(z-3)(z+4)} = \frac{a}{z-3} + \frac{b}{z+4}$$

$$a = \frac{1}{7}, \quad b = -\frac{1}{7}$$

$$f(z) = \frac{1}{7} \left[\frac{1}{z-3} - \frac{1}{z+4} \right]$$

نشر $\frac{1}{z-3}$:

$$\frac{1}{z-3} = \frac{1}{-3 \left(1 - \frac{z}{3}\right)} = -\frac{1}{3} \left(\frac{1}{1 - \frac{z}{3}} \right)$$

نبرهن أن $\left|\frac{z}{3}\right| < 1$: لدينا $|z| < 3$ و $\left|\frac{z}{3}\right| < 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{z-3} = -\frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{3}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-1}{3^{n+1}} z^n, \quad |z| < 3$$

نشر $\frac{1}{z+4}$

$$\frac{1}{z+4} = \frac{1}{4 \left(1 + \frac{z}{4}\right)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1 + \frac{z}{4}} \right)$$

نبرهن أن $\left|\frac{z}{4}\right| < 1$: لدينا $|z| < 3 < 4$ و $\left|\frac{z}{4}\right| < \frac{3}{4} < 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{z+4} = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{z}{4}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^{n+1}} z^n, \quad |z| < 4$$

$$f(z) = \frac{1}{7} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{-1}{3^{n+1}} z^n - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^{n+1}} z^n \right]$$

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{-1}{7 \cdot 3^{n+1}} - \frac{(-1)^n}{7 \cdot 4^{n+1}} \right) z^n, \quad |z| < 3$$

$$f(z) = \frac{1}{3-2z} \quad (1)$$

النقطة في جوارة $z_0 = 3$ أي حسب قوى $(z-3)$

$$D_f = \mathbb{C} - \left\{ \frac{3}{2} \right\} \quad (2)$$

أذن f تحليلية في $\mathbb{C} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

أختيار $R = \frac{3}{2}$ (3) و $|z-3| = \left| \frac{3}{2} \right| = \frac{3}{2}$

ومنه في العرص $|z-3| < \frac{3}{2}$ يمكن توسيع الدالة f .

نقطة $z_0 = 3$ جوارة $\frac{1}{3-2z}$

$$\frac{1}{3-2z} = \frac{1}{3-2(z-3+3)} = \frac{1}{3-2(z-3)-6}$$

$$= \frac{1}{-3-2(z-3)} = \frac{1}{-3(1+\frac{2}{3}(z-3))} = -\frac{1}{3} \left(\frac{1}{1+\frac{2}{3}(z-3)} \right)$$

نبرهق أن $|z| = \left| \frac{2}{3}(z-3) \right| < 1$

لدينا $\left| \frac{2}{3}(z-3) \right| < \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{3} = 1 \Rightarrow |z-3| < \frac{3}{2}$ و منه (4)

$$\frac{1}{3-2z} = -\frac{1}{3} \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{2}{3}(z-3) \right)^n \quad (5)$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{3^{n+1}} (z-3)^n, \quad |z-3| < \frac{3}{2}$$

$$f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{3^{n+1}} (z-3)^n, \quad |z-3| < \frac{3}{2} \quad (6)$$

غير موجود $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z}$



$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{(x-iy)}{x+iy} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x-iy}{x+iy}$$

على محور العوالم: $x \rightarrow 0, y = 0$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = 1 \quad (0,20)$$

على محور التوابع: $x = 0, y \rightarrow 0$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{x-iy}{x+iy} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{-iy}{iy} = -1 \quad (0,20)$$

لذا يتبين من هاتين النتيجتين و... $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z}$ غير موجود $(0,20)$

Contrôle de rattrapage

Exercice 1

On considère l'équation : $f(x) = x + \ln x - 2 = 0$

- 1- Montrer graphiquement qu'elle possède une racine dans $[1+\epsilon, 2]$;
- 2- Démontrer que la forme $g(x) = 2 - \ln x$ permet la convergence de la méthode du point fixe vers la racine de l'équation précédente ;
- 3- Calculer les 5 premières itérations à partir de $X_0 = 2$.

Exercice 2

Soit le système linéaire suivant :

$$\begin{aligned} -x_1 - 10x_2 - 2x_3 &= 7 \\ -2x_2 + 10x_3 &= 6 \\ 10x_1 - x_2 &= 9 \end{aligned}$$

- 1- Ecrire la condition générale de convergence des méthodes itératives et l'appliquer au système précédent afin d'assurer la convergence ;
- 2- En utilisant la méthode de Gauss-Siedel, calculer les trois premières itérations à partir de $X^{(0)} = (0, 0, 0)^t$.

Exercice 3

Soit à calculer $I = \int_0^1 f(x) dx$

Avec $f(x) = \arccos x + x^2 e^{-x}$

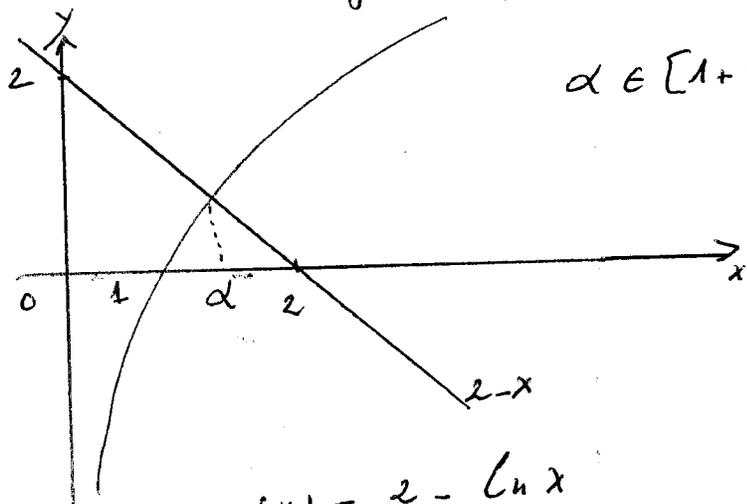
- 1- Calculer I en utilisant la méthode de Simpson généralisée avec $h=0.2$
- 2- En utilisant la méthode des trapèzes généralisée, trouver le nombre d'intervalles nécessaires pour avoir une précision de 10^{-3} .

Théorique

Retrouver la formule du calcul préalable du nombre d'itérations dans la méthode de la bisection.

Corrige type du Contrôle de Rattrapage

EXE 1. (1) $f(x) = x + \ln x - 2 = 0 \iff \ln x = 2 - x$
 La ~~droite~~ représente l'abscisse du point d'intersection entre
 les 2 courbes des fonctions $2-x$ et $\ln x$.



$\alpha \in [1+\epsilon, 2]$

2pts

(2)

Conditions de convergence:

a/ $g'(x) = -\frac{1}{x}$, $|g'| < 1$ ou g' donc monotone dans $[1+\epsilon, 2]$

et $\left. \begin{matrix} g(1) = 2 \\ g(2) = 1.3 \end{matrix} \right\} \in [1+\epsilon, 2] \implies \forall x \in [1+\epsilon, 2], g(x) \in [1+\epsilon, 2]$

b/ $|g'(x)| = \frac{1}{x} < 1$ dans $[1+\epsilon, 2]$ donc $|g'(x)| \leq |g'(1+\epsilon)|$

$|g'(1+\epsilon)| = \frac{1}{1+\epsilon} < 1$ donc $\forall x \in [1+\epsilon, 2], |g'(x)| \leq \frac{1}{1+\epsilon} < 1$

C.Q.F.D

(3)

$g(0) = 2, g(1) = 1.306852819$

$g(2) = 1.732378181, g(3) = 1.450504864$

$g(4) = 1.628088322, g(5) = 1.512593482$

< 1pts

$X \in \mathbb{R}^3$ 5,5 pts

$$\begin{cases} -x_1 - 10x_2 - 2x_3 = 4 \\ -2x_2 + 10x_3 = 6 \\ 10x_1 - x_2 = 9 \end{cases}$$

① Condition générale de convergence (suffisante):
 A doit être à diagonale dominante. On a:

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}| < |a_{ii}| \quad i=1, n \quad \text{1 pt}$$

ou applique les permutations: $E_1 \leftrightarrow E_3$ et $E_2 \leftrightarrow E_3$

on obtient alors: $A = \begin{bmatrix} 10 & -1 & 0 \\ -1 & -10 & -2 \\ 0 & -2 & 10 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \\ 6 \end{bmatrix}$

on vérifie bien que: $| -1 | + | 0 | < | 10 |$
 $| -1 | + | 2 | < | 10 |$
 $| 0 | + | -2 | < | 10 |$ 1 pt

② Méthode de Gauss-Seidel

$\vec{x}^{(0)} = (0, 0, 0)^t$

$$\begin{cases} x_1^{(k)} = (x_2^{(k-1)} + 9) / 10 \\ x_2^{(k)} = (-x_1^{(k)} - 2x_3^{(k-1)} + 7) / 10 \\ x_3^{(k)} = (2x_2^{(k)} + 6) / 10 \end{cases} \quad \text{0,5 pt}$$

Après calcul:

k	0	1	2	3
x_1	0	0.9000	0.8210	0.81295
x_2	0	0.7900	-0.8705	-0.866475
x_3	0	0.442	0.4259	0.426705

1 pt 1 pt 1 pt

EXE 3 $I = \int_0^1 e^{-x} dx$

① ^{4 pts} on veut utiliser Simpson généralisée.

$h = 0.2 = \frac{b-a}{n} \Rightarrow n = 5$ (impair). 1 P

on ne peut pas appliquer S.6 pour n impair.

② $E_{Max} = \frac{nh^3 M}{12}$, $M = \max_{\xi \in [0,1]} |f''(\xi)|$ 1 P

Dans notre cas :

$|f''(x)| = e^{-x}$ et $f'''(x) = -e^{-x} < 0 \Rightarrow |f''(x)| \downarrow$ dans $[0,1]$ 0.5 P

De là : $M = e^{-0} = 1$

$E_{Max} = \frac{n \left(\frac{1-0}{n}\right)^3 \cdot 1}{12} \leq 10^{-3}$

ou $\frac{1}{12 \cdot n^2} \leq 10^{-3}$ donc $n \geq 9.128$ 1.5 P

on prend $n = 10$

V. Liouville $f(x) = 0$ dans $[a, b]$ 3 pts

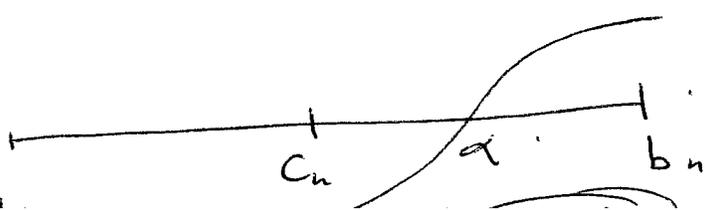
$n=1$ $[a_1, b_1]$	longueur	$b-a$
$n=2$ $[a_2, b_2]$	"	$\frac{b-a}{2}$
$n=3$ $[a_3, b_3]$	"	$\frac{b-a}{4}$
\vdots		
n $[a_n, b_n]$	"	$\frac{b-a}{2^{n-1}}$

$|x - c_n| \leq \frac{b_n - c_n}{2}$
 et $b_n - c_n = \frac{b_n - a_n}{2} = \frac{b-a}{2^n}$

on a alors : $|x - c_n| \leq \frac{b-a}{2^n} \leq \epsilon$

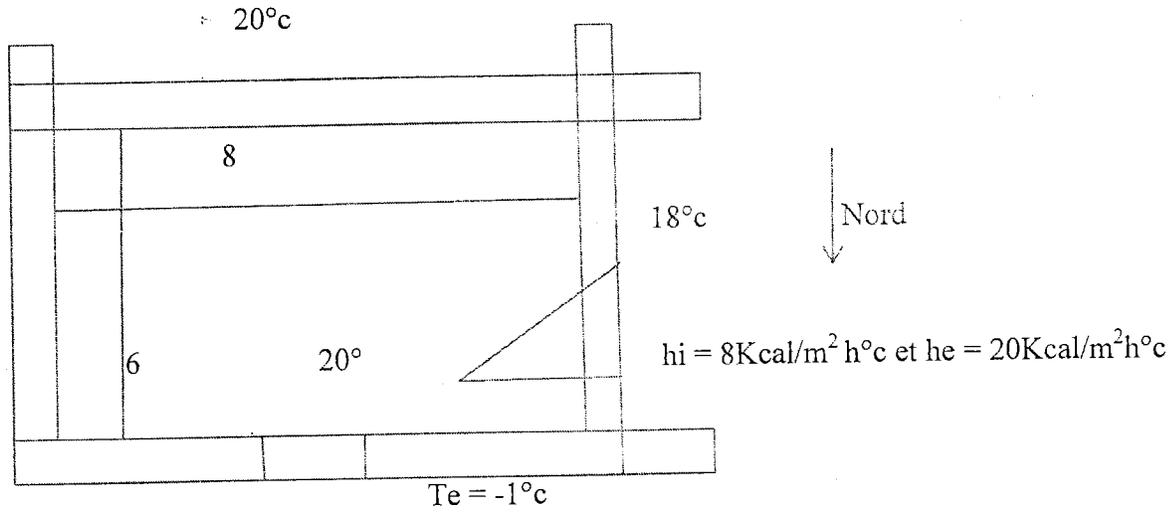
on trouve alors n : $\ln\left(\frac{b-a}{\epsilon}\right)$

$n \geq \frac{\ln\left(\frac{b-a}{\epsilon}\right)}{\ln 2}$



Contrôle de Rattrapage

Calculer les besoins calorifiques du logement (8, 6, 3) suivant :



Fenêtre (2.1x2.1) : simple en bois avec étanchéité garantie $a = 2$ et $K = 4 \text{ Kcal/h}^\circ\text{m}^2\text{c}$

Porte intérieur (2.1x0.9) : étanche

Région normale- Site particulièrement découvert- Maison d'alignement $H = 0.60$

a	o	e	l	H	S	n	D	S	K	Δt	Q_0	Zd	Zh	Z	Qtr	Qtot
br	ri	é	v	i	a	t	i	o	n		=					
pan	g	s	u	e	a	r	b	r			K^*					
neur	u	e	e	e	r	c	i	f			S_n					
											$*\Delta t$					

Majoration $Zd = Zu + Za$

Mode d'exploitation	Coefficient D	0.1 à	0.30 à	0.70 à	1.5
		0.29	0.69	1.49	
III	Interruption de 12 à 16 h de durée	30	25	20	15

Caractéristique de local R

Rapport de surface	Fenêtre en bois ou en matière synthétique		Caractéristique de maison
	Portes intérieures		
	Etanches	Non étanche	
SE/SP	<1.5	<3	R = 0.9
SE/SP	1.5.....3	3.....9	R = 0.7

1) Calculer le nombre d'éléments de radiateur nécessaires pour ce local si on opte pour un régime d'eau 85°C/75°C.

2) En déduire la puissance installée dans chaque local.

On donne la dissipation calorifique d'un élément en fonte égale à 115 Kcal/h.

Mur extérieur :

Matériau	Epaisseur (cm)	Conductivité thermique (Kcal/hm°C)
Brique	15	0.2
Isolant	5	0.05
Brique	10	0.2

Mur intérieur :

Matériau	Epaisseur (cm)	Conductivité thermique (Kcal/hm°C)
Enduit	2.5	0.05
Brique	10	0.2
Enduit	2.5	0.05

Solution du contrôle de l'attrapage

$$K_{Mur\ ext} = \frac{1}{R_{ext}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{2e_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_e}} = \frac{1}{\frac{1}{8} + \frac{0,15}{0,12} + \frac{0,05}{0,05} + \frac{0,10}{0,20} + \frac{1}{20}} = \frac{1}{0,125 + 0,75 + 1 + 0,5 + 0,05}$$

$$K_{Mur\ ext} = \frac{1}{2,425} = 0,41 \text{ Kcal/hm}^2\text{e} \quad (1)$$

$$K_{Mur\ int} = \frac{1}{R_{int}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{2e_i}{\lambda_i}} = \frac{1}{\frac{1}{8} + \frac{(0,025) \times 2}{0,05} + \frac{0,1}{0,2}} = \frac{1}{0,125 + 1 + 0,5}$$

$$K_{Mur\ int} = 0,57 \text{ Kcal/hm}^2\text{e} \quad (1)$$

Abt	Orientation	L	$\frac{e}{\lambda}$	Surface	Déductio	Surface	K	Δt	$\frac{Q_0}{K \times S}$	Z_D	Z_H	$Z = \frac{1}{1 + 3Z_D^2}$	$Q_{tr} = Q_{tr} \times Z$
(0,75) ME1	Nord	8	3	24	2,1 x 2,1 4,41	24 - 4,41 19,59	0,41	20 - (-4) 24	168,01				
(0,75) ME2	Est	6	3	18	-	18	0,41	20 - (-1) 21	154,92				
MI1	-	8	3	24	-	24	0,57	20 - 20 0	0				
(0,75) MI2	-	6	3	18	2,1 x 0,9 1,89	18 - 1,89 16,11	0,57	20 - 18 2	18,36				
(0,75) FE	-	2,1	2,1	4,41	-	4,41	4	20 - (-1) 21	30,44				
(0,75) PI	-	2,1	0,9	1,89	-	1,89	2	20 - 17 3	7,56				
									(0,75) 720,01				
										(0,30)	(0,05)	1,1937 0,105 1,35	

$$Z_D = \frac{Q_0}{S_{tot}(h - t_e)} = \frac{720,01}{180(20 - (-4))} = \frac{720,01}{3780} = 0,19 \quad (0,7)$$

$\rightarrow Z_D = 0,30$

Mode d'exploitation III (0,1)

$$S_{tot} = (e \times e) \times 2 + (L \times e) \times 2 + (L \times L) \times 2 = (8 \times 3) \times 2 + (6 \times 3) \times 2 + (8 \times 6) \times 2$$

$$= 48 + 36 + 96$$

$$= 180 \text{ m}^2 \quad (0,5)$$

$$Q_{tr} = 720,01 \times 1,35 = 972,01 \text{ Kcal/h} \quad (0,1)$$

$$Q_V = \varepsilon(aL) \times R \times H \times \mathcal{F}_E \times \Delta t \quad (1)$$

$$\mathcal{F}_E = 1 \text{ fenêtre simple} \quad (0,5)$$

$$\Delta t = 20 - (-1) = 21 \quad (0,5)$$

$$H = 0,6$$

$$R \begin{cases} \rightarrow \frac{S_E}{S_P} = \frac{2,1 \times 2,1}{2,1 \times 0,9} = \frac{4,41}{1,89} = 2,33 \\ \rightarrow \text{Porte intérieure étanche} \end{cases} \rightarrow R = 0,7 \quad (1)$$

$$L = 2,1 \times 4 = 8,4 \quad (0,5)$$

$$Q_V = 2 \times 8,4 \times 0,7 \times 0,6 \times 21 = 148,17 \text{ Kcal/h} \quad (0,5)$$

$$Q_{\text{tot}} = Q_{\text{tr}} + Q_V = 972,01 + 148,17 = 1120,18 \text{ Kcal/h} \quad (0,5)$$

$$q_N = 115 \text{ Kcal/h}$$

$$t_e = 90^\circ\text{C}$$

$$t_s = 70^\circ\text{C}$$

$$t_i = 20^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_N = \frac{90+70}{2} - 20 = 60^\circ\text{C} \quad (1)$$

$$Q = 1120,18 \text{ Kcal/h}$$

$$\Delta T = \frac{t_e + t_s}{2} - t_i = \frac{85+75}{2} - 20 = 60^\circ\text{C} \quad (1)$$

$$\Delta T = \Delta t_N \quad (1)$$

$$N_{\text{élé}} = \frac{Q}{q_N} = \frac{1120,18}{115} = 9,74 \rightarrow 10 \quad (1)$$

$$N_{\text{élé}} = 10 \text{ éléments}$$

$$Q_{\text{inst}} = 115 \times 10 = 1150 \text{ Kcal/h} \quad (1)$$

Examen de Rattrapage de thermodynamique 2

Exercice 1 :

Un réchauffeur est traversé par un débit horaire de 1000 kg d'air qui, entrant à +15 °C, sort chauffé à 75 °C, sous une pression constante de 10 bars. Calculer :

1°/ la variation d'énergie interne du gaz ;

2°/ la chaleur absorbée par son échauffement ;

3°/ le travail fournit par sa dilatation. On donne $\gamma = 1,4$ et $r = 287,1 \text{ J/kg.K}$

Exercice 2 :

1-montrer qu'une isochore et une isobare réversibles d'un fluide à C_V et C_P constantes sont représentées par des arcs d'exponentielles dans un diagramme (T-S).

2-définir la température humide et la température de rosée de l'air humide.

3- Montrer que pour l'air humide , le volume spécifique $v^s = (1+r^s) / \rho$

Exercice 3 :

On comprime isothermiquement jusqu'à la pression de 20 bars 1m^3 d'air se trouvant initialement dans les conditions normales (rappel : $T_0 \approx 273 \text{ K}$, $P_0 \approx 1013,25 \text{ hPa}$). On admet que l'air se comporte comme un gaz parfait ($R \approx 8,32 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$)

On demande :

1. représenter la transformation sur un diagramme de Clapeyron.
2. Quel est le volume final de l'air ?
3. Calculez le travail de compression et la quantité de chaleur cédée par le gaz au milieu extérieur. La masse d'air est ramenée à la pression $P_2 \approx 1 \text{ bar}$ par une détente adiabatique (avec $\gamma = 1,42$ pour l'air).
4. sur le même diagramme P-V, représenter cette deuxième transformation.
5. Déterminez le volume V_2 et la température T_2 du gaz après la détente.
6. Calculez le travail fourni au milieu extérieur et comparez - le au travail fourni au gaz pendant la compression isotherme. Interprétez les résultats en utilisant le diagramme de Clapeyron.

Corrigé type

ex 1 3,5 pts

1) la variation de l'énergie interne du gaz:

$$\Delta U_{1-2} = m c_v (T_2 - T_1) \quad (0,5)$$

$$= m \frac{r}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$$

$$= 1000 \cdot \frac{287,1}{1,4 - 1} (348 - 288) = \boxed{43065 \text{ KJ/h}} \quad (0,75)$$

2) la chaleur absorbée:

$$Q_{1-2} = m c_p (T_2 - T_1) \quad (0,5)$$

$$= m \frac{\gamma r}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$$

$$Q_{1-2} = 1000 \cdot \frac{287,1 \cdot 1,4}{1,4 - 1} (348 - 288) = \boxed{60291 \text{ KJ/h}} \quad (0,5)$$

3) le travail fourni par la dilatation:

$$W_{1-2} = -p (V_2 - V_1) = -p \left(\frac{m r T_2}{p} - \frac{m r T_1}{p} \right)$$

$$= -p \left\{ \frac{m r (T_2 - T_1)}{p} \right\} = -m r (T_2 - T_1) \quad (0,5)$$

$$= -1000 \cdot 287,1 (348 - 288) = -17226 \text{ KJ/h}$$

$$\boxed{|W_{1-2}| = 17226 \text{ KJ/h}} \quad (0,75)$$

$$\text{ou : } \begin{cases} W_{1-2} = \Delta U - Q \end{cases}$$

ex 2 5,5 pts

1) isobare réversible $\Rightarrow \delta Q_{rev} = C_p dT$ ($dp=0$)

$$ds = \frac{\delta Q_{rev}}{T}$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow s = c_p \ln T + C_t$$

$$\Rightarrow \ln T = \frac{s - C_t}{c_p} \Rightarrow T = e^{\frac{s - C_t}{c_p}}$$

$$\Rightarrow T = k e^{\frac{s}{c_p}} \quad (0,5)$$

isochore réversible $\Rightarrow \delta Q_{rev} = C_v dT$ ($dV=0$)

$$\Rightarrow ds = \frac{\delta Q_{rev}}{T} = c_v \frac{dT}{T} \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow s = c_v \ln T + C_t$$

$$\Rightarrow T = k' e^{\frac{s}{c_v}} \quad (0,5)$$

2) la température humide: C'est la température indiquée par un thermomètre dont le bulbe est entouré d'une gaze mouillée, balayé par de l'air en mouvement et protégée du rayonnement. (1)

la température de rosée: C'est la température à partir de laquelle, la vapeur d'eau contenue dans un air humide que l'on refroidit à pression constante, commence à se condenser. (1)

$$\beta = \frac{m}{V} = \frac{m_{as} + m_{av}}{V} \quad (0,15)$$

$$\text{et } V^s = \frac{V}{m_{as}} \quad (0,25)$$

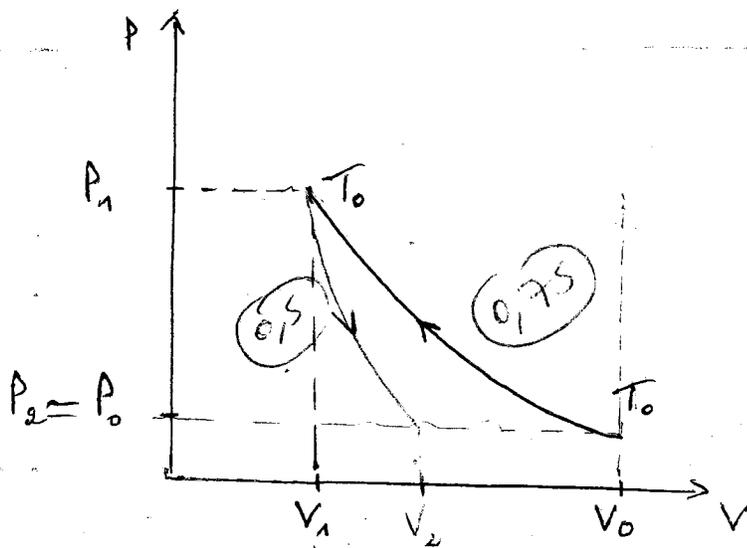
en divisant par m_{as} on aura:

$$\beta = \frac{1 + \frac{m_v}{m_{as}}}{\frac{V}{m_{as}}} \Leftrightarrow \beta = \frac{1 + r^s}{V^s} \quad (0,75)$$

$$\Leftrightarrow V^s = \frac{1 + r^s}{\beta}$$

et 3: 8 pts

1)



$$\left. \begin{array}{l} 2) P_0 V_0 = n R T_0 \\ P_2 V_2 = n R T_0 \end{array} \right\} \Rightarrow P_0 V_0 = P_1 V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{P_0 V_0}{P_1}$$

$$V_1 = \frac{101325 \cdot 1}{20 \cdot 10^5} = \boxed{0,05 \text{ m}^3} \quad (0,75)$$

$$3) W = \int_{V_0}^{V_1} P dV$$

et $PV = nRT_0$ d'où $P = \frac{nRT_0}{V}$

$$W = \int_{V_0}^{V_1} \frac{nRT_0}{V} dV \Leftrightarrow W = nRT_0 \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V} \quad (1)$$

$$W = 101325 \cdot 1 \ln \frac{1}{0,05} = \boxed{303,5 \text{ kJ}} \quad (0,5)$$

$$a \Delta U = C_v \cdot \Delta T = 0 \quad (0,25)$$

$$W + Q = 0 \Rightarrow Q = -W$$

$$\boxed{Q = -303,5 \text{ kJ}} \quad (0,5)$$

$$5) P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma \quad (0,5)$$

$$V_2 = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} V_1$$

$$V_2 = \left(\frac{20}{1} \right)^{\frac{1}{1,42}} \cdot 0,05 = \boxed{0,412 \text{ m}^3} \quad (0,5)$$

$$* P_2 V_2 = n R T_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{P_2 V_2}{n R}$$

$$\text{et } n R = \frac{P_0 V_0}{T_0}$$

~~$$T_2 = \frac{P_2 V_2 T_0}{P_0 V_0}$$~~

$$d'ailleurs P_2 V_2 = \boxed{T_2 = \frac{P_2 V_2 T_0}{P_0 V_0}} \quad (0,5)$$

$$T_2 = \frac{10^5 \cdot 0,412 \cdot 273}{101325 \cdot 1} = \boxed{111 \text{ K}} \quad (0,5)$$

$$c) W' = - \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

$$P V^\gamma = Cte \Rightarrow P = \frac{Cte}{V^\gamma}$$

$$W' = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{Cte}{V^\gamma} dV = - Cte \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dV = \boxed{\frac{P_1 V_1^\gamma}{1-\gamma} [V_1^{1-\gamma} - V_2^{1-\gamma}]} \quad (0,25)$$

$$W' = \frac{20 \cdot 10^5 \cdot 0,05}{1-1,42} \cdot \left[0,05^{-0,42} - 0,412^{-0,42} \right]$$

• Compression $\rightarrow w \geq 0$ $(0,25)$ l'air reçoit un travail
• détente $\rightarrow w' < 0$ $(0,25)$ l'air fournit un travail

• la valeur algébrique du travail est l'aire comprise entre la courbe, l'axe des abscisses et les verticales : ~~v_1 , v_2~~ $(0,25)$

$$|w| > |w'|.$$

2017/2018
2^{ème} année /GM

Université Des Frères Mentouri Constantine1
Département des Sciences de la Technologie

Rattrapage : Sciences des Matériaux

Question N°1 (04pts): Un matériau est la forme marchande d'une matière première choisie en raison de propriétés d'usage spécifiques et mise en œuvre par des techniques appropriées pour l'obtention d'un objet. **Citez les principales familles des métaux (avec des exemples).**

Question N°2 (04pts): Tracez les courbes de refroidissement d'un métal pur et d'un alliage binaire A-B. Expliquez la différence entre les deux courbes.

Question N° 3 (04pts): Les aciers et les fontes blanches sont définis à travers les teneurs en carbone .A partir d'un diagramme Fer / Carbone métastable à Cémentite (Fe-Fe₃C). **Citez les différentes phases avec explication.**

Question N°4 (04pts): Expliquez les principes des traitements chimiques

Question N°5 (04 pts) : Expliquez la désignation normalisée de :

HS7-4-2-5

EN-GJL-X 100 Ni Mo 10-7

Ni-Mo10Cr18

10Cr Mo 8-10

Bon courage

2017/2018
2^{ème} année /GM

Université Des Frères Mentouri Constantine1
Département des Sciences de la Technologie

Rattrapage : Sciences des Matériaux
Corrigé / Type

Question N°1 (04pts): Un matériau est la forme marchande d'une matière première choisie en raison de propriétés d'usage spécifiques et mise en œuvre par des techniques appropriées pour l'obtention d'un objet. Citez les principales familles des métaux (avec des exemples).

l'industrie mécanique, ont été décomposés en quatre familles principales, soient les métaux, les polymères, les céramiques et les matériaux composites faisant un mélange de différentes nuances des trois premières.

Les matériaux métalliques : On distingue 2 grandes familles d'alliages : Les métaux ferreux et les non ferreux

- **Les métaux ferreux :** Sont les fontes et les aciers ; il s'agit d'alliages de fer et de carbone associés à d'autres éléments.
- **Les métaux non ferreux :** Les métaux non ferreux sont ceux dont le fer n'est pas l'élément prédominant. (cuivre, aluminium, Zinc

Les céramiques et les verres : Les verres et céramiques sont des matériaux inorganiques, non métalliques,

- **Les céramiques traditionnelles**
- **Les céramiques techniques**

Les polymères

- **Thermoplastiques de grande diffusion :** (polyéthylène, polypropylène), le polystyrène et les PVC (polychlorure de vinyle).
- **Thermoplastiques techniques :** Les polyamides, proche du nylon textile.
- **Thermoplastiques hautes performances :** Les résines
- **Les thermodurcissables :** Leur caractéristique principale réside dans le fait qu'ils ne se ramollissent pas et ne se déforment pas à la chaleur (Les époxydes (EP), les polyesters (UP)).

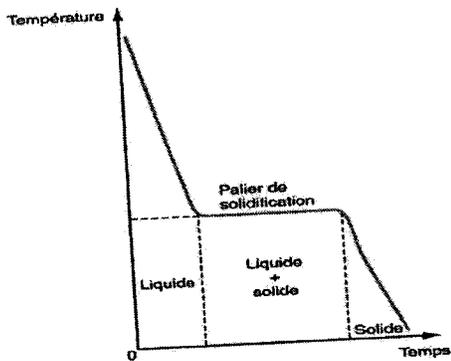
Les élastomères : se caractérisent par une très grande élasticité. (Silicones, caoutchouc naturel).

Les matériaux composites :

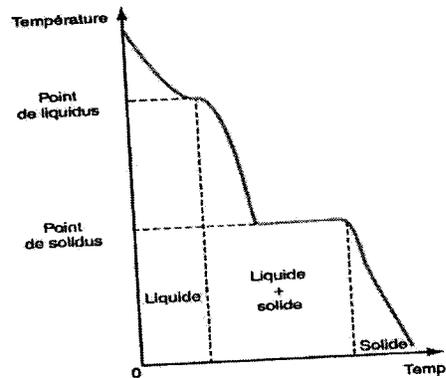
- **Les renforts** se présentent sous forme de fibres continues ou discontinues
- **La matrice** assure la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques.

1

Question N°2 (04pts): Tracer les courbes de refroidissement d'un métal pur et d'un alliage binaire A-B. Expliquez la différence entre les deux courbes.



Courbe de refroidissement d'un métal pur



Courbe de refroidissement d'un alliage A-B

Le passage de la phase liquide à la phase solide s'appelle un changement de phase. Lorsqu'un métal pur en fusion est refroidi, sous pression constante (pression atmosphérique par exemple), le changement de phase s'effectue toujours à une température fixe

À l'étude de la solidification d'un alliage binaire
La courbe laisse apparaître deux points d'inflexion:

Le liquidus : Correspond au début de solidification (apparition du premier cristal solide dans le liquide).

Le solidus : Correspond à la fin de la solidification (disparition des dernières traces de liquide).

Question N° 3 (04pts): Les aciers et les fontes blanches sont définis à travers les teneurs en carbone. À partir d'un diagramme Fer / Carbone métastable à Cémentite (Fe-Fe₃C). Citez les différentes phases avec explication

Les différentes phases du système Fer-Carbone :

Ferrite α : C'est une solution solide de carbone dans le fer α . Ductile et peu dure ($Re \approx 300$ MPa, $HV \approx 80$, $A \approx 50$ %). Elle est magnétique à la température ordinaire, au microscope la ferrite a l'aspect de grains homogène polyédrique. Elle possède un réseau cubique centré et elle est ferromagnétique jusqu'à 760°C.

Ferrite δ : solution solide d'insertion de carbone dans le fer δ .

Austénite γ : C'est une solution solide de carbone et d'autres inclusions dans le fer γ . La solubilité limite du carbone dans le fer γ est de 2,14%. L'austénite est stable à haute température, elle est peu dure est relativement malléable ($HB = 300$).

Cémentite : La cémentite ou carbone de fer (Fe₃C) est une combinaison chimique de fer et de carbone dont la teneur en carbone peut atteindre 6,67%. Elle est magnétique jusqu'à 210°C et très dure ($HB = 700$) mais fragile.

Perlite : Mélange eutectoïde d'environ 88 % de ferrite et 12 % de cémentite sous forme de fines lamelles alternées ($Re \approx 800$ MPa, $HV \approx 200$, $A \approx 10$ %).

Question N°4 (04pts): Expliquez les principes des traitements chimiques

Les traitements thermo-chimiques sont des traitements thermiques au cours desquels la composition chimique de l'acier est modifiée en surface et sur une profondeur variable, ce qui entraîne une évolution des propriétés dans cette zone :

- En augmentant leur résistance à la fatigue par l'obtention d'une plus grande dureté superficielle et de contraintes résiduelles favorables.
- En augmentant leur résistance à l'usure, et en améliorant éventuellement les qualités de frottement ;
- En augmentant leur résistance à la corrosion.

Les principaux traitements sont rassemblés dans le **tableau** :

Pos	Type de traitement	Matériau concerné	Mise en œuvre	Propriétés améliorées
1	Cémentation	Aciers	Diffusion de C Tmax 1 050 C° Trempe	Résistance à la fatigue, fatigue de contact sous charge modérée
2	Carbonitruration	Aciers	Diffusion de C et N Tmax 900 C° Trempe	frottement, fatigue, fatigue de contact sous charge modérée
3	Nitruration	Aciers Fontes Alliages Titane	Diffusion de N (avec C éventuel) Tmax 600 C° pour acier et fonte Tmax 800 C° pour titane	Résistance au frottement (grippage, fatigue, corrosion)

Question N°5 (04 pts) : Expliquez la désignation normalisée de :

HS7-4-2-5 Acier à outils rapides 7% tungstène W, 4% molybdène Mo, 2% vanadium V, 5% cobalt Co.

EN-GJL-X 100 Ni Mo 10-7 Fonte grise à graphite lamellaire 1 % de carbone 10% Nickel 7% Molybdène

Ni-Mo10Cr18 Alliage du Nickel 10% Molybdène et 18% chrome.

10Cr Mo 8-10 Acier faiblement allié avec une teneur en carbone 0,10%
8/4 = 2 % de chrome
10/10 = 1% de molybdène

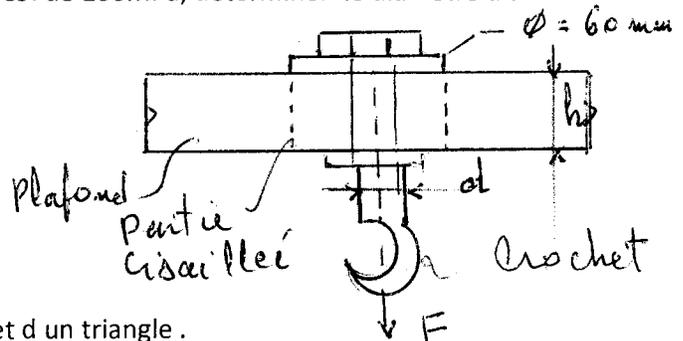
CONTROLE DE RATRAPAGE

Exercice :N°1

Un crochet est fixé dans un plafond de hauteur h et supporte une charge verticale F de 200daN.

Si la contrainte admissible du cisaillement du plafond est de 1MPa , déterminer h ?

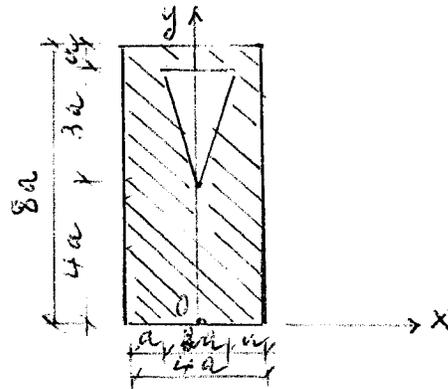
Et si la contrainte admissible de la traction du crochet est de 100MPa, déterminer le diamètre d ?



Exercice :N°2

Soit la figure suivante qui se compose d un rectangle et d un triangle .

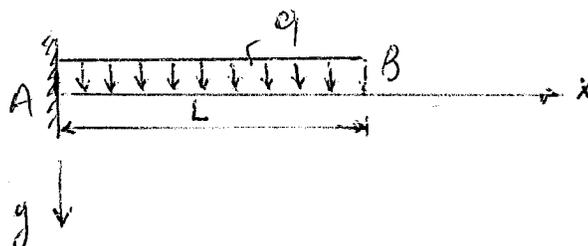
Déterminer le centre de gravité de cette figure par rapport aux axes donnés ?



Exercice :N°3

Une poutre console encastrée d'un coté et libre d'un autre , la charge q est uniformément répartie sur la portée L .

Calculer le déplacement linéaire et la rotation de la poutre au point B en fonction de (EI) ?



Solution du Contrôle de L'attrapage

Exercice n° 1 (6 pts) (✓ = 0,5 pt)

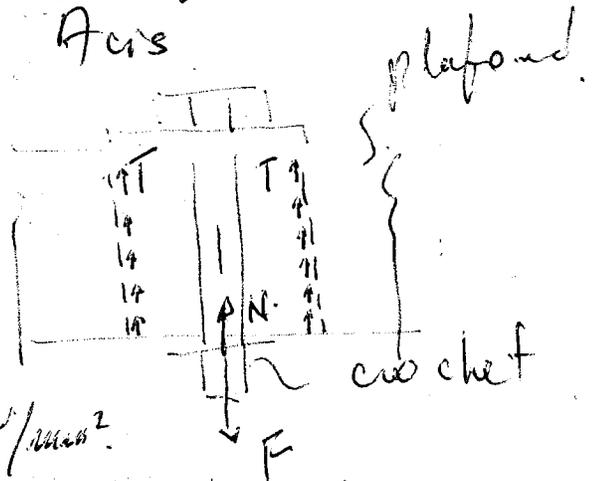
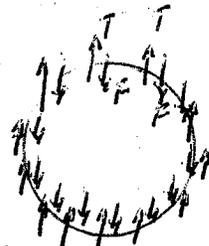
Dans ce crochet il ya 2 phénomènes qui se produisent.

1. phénomène de cisaillement sur le plafond.

Par def. la contrainte $\tau = \frac{F}{A_{cis}}$ ✓

$$\tau = F / A_{cis} = \tau d h \quad \checkmark$$

$$\tau = \frac{F}{\pi d h}$$



la contrainte admissible

du plafond est $\tau_{pe} = 1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$

On applique la condition de résistance $\tau \leq \tau_{pe}$ ✓

$$\Rightarrow \frac{F}{\pi d h} \leq \tau_{pe} \Rightarrow h \geq \frac{F}{\pi d \tau_{pe}} = 10,69 \text{ mm} \quad \checkmark$$

On choisit $h = 12 \text{ mm}$ ✓

2. phénomène de traction sur le crochet.

Par def. la contrainte $\sigma = \frac{N}{A}$ ✓, $N = F$ et $A = \frac{\pi d^2}{4}$ ✓

$\Rightarrow \sigma = 4F$ et la contrainte admissible du crochet

On applique la condition de résistance à la traction

$$\sigma = \frac{4F}{\pi d_c^2} \leq \sigma_{re} \Rightarrow d_c \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi \sigma_{re}}} = 5,05 \text{ mm} \checkmark$$

On adopte: $d_c = 6 \text{ mm}$, diamètre du crochet.

Exercice N°22 (1 pt) ($\checkmark = 0,5 \text{ pt}$)

détermination du centre de gravité de la figure composée.

$$G(x_G, y_G)$$

Par def: $x_G = \frac{M_{0y}}{A} = \frac{\sum M_{0y}}{\sum A_i}$

et aussi: $x_G = \frac{\sum A_i x_{G_i}}{\sum A_i} \checkmark$

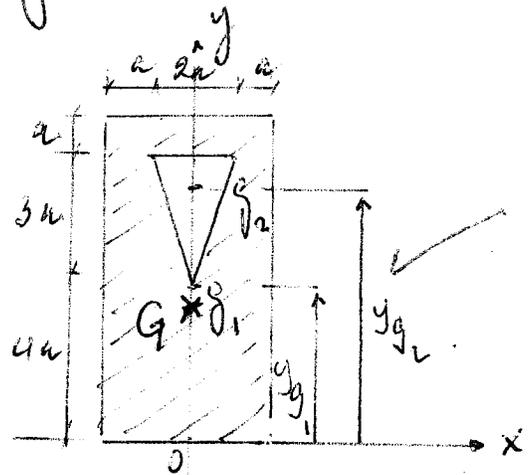
et $y_G = \frac{M_{0x}}{A} = \frac{\sum M_{0x}}{\sum A_i} = \frac{\sum A_i y_{G_i}}{\sum A_i} \checkmark$

$G_1(0, 4a)$ du rectangle et $G_2(0, 6a)$ du triangle.

$x_G = \frac{A_1 x_{G_1} + A_2 x_{G_2}}{A_1 + A_2} = 0$ la symétrie

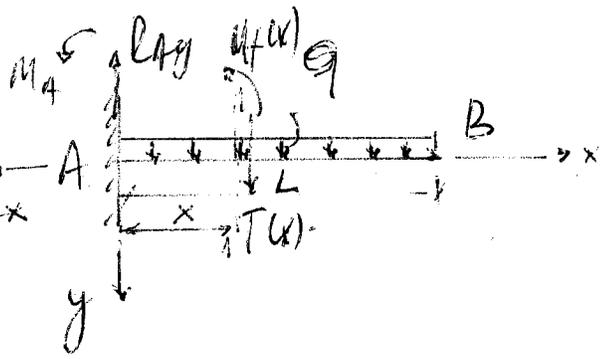
$$y_G = \frac{A_1 y_{G_1} + A_2 y_{G_2}}{A_1 + A_2} = \frac{32a^2 \cdot 4a - 3a^2 \cdot 6a}{32a^2 - 3a^2} = \frac{110a^3}{29a^2} = \frac{110a}{29} \checkmark$$

$$G\left(0, \frac{110a}{29}\right)$$



Exercice n°3 (7pts)
(V = 0.5pt)

- Calcul du déplacement R_{ax} linéaire et du déplacement angulaire (rotation) au point B.



on définit $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{q(x)}{EI}$ équation différentielle de déformation.

de la statique :

$R_{ax} = 0$ ✓ $R_{ay} = qL$ ✓ $M_A = \frac{qL^2}{2}$ ✓

et de la méthode des sections on détermine $M_f(x)$.

$0 \leq x < L$ $M_f(x) = -M_A + R_{ay} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2}$ ✓

$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M_A - R_{ay}x + \frac{qx^2}{2}$ ✓

$EI \frac{dy}{dx} = EI \theta(x) = M_A x - R_{ay} \frac{x^2}{2} + \frac{qx^3}{6} + C$ ✓

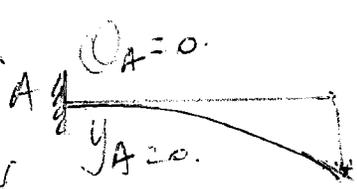
$EI y(x) = M_A \frac{x^2}{2} - R_{ay} \frac{x^3}{6} + \frac{qx^4}{24} + Cx + D$ ✓

des conditions aux limites $\theta'(x=0) = 0$ $\theta(x=0) = 0$ $C = 0$ $y(x=0) = 0$ $D = 0$

donc : $EI \theta(x) = M_A x - R_{ay} \frac{x^2}{2} + \frac{qx^3}{6}$ ✓

$EI y(x) = M_A \frac{x^2}{2} - R_{ay} \frac{x^3}{6} + \frac{qx^4}{24}$ ✓ $y_A = 0$ $y_B = 0$

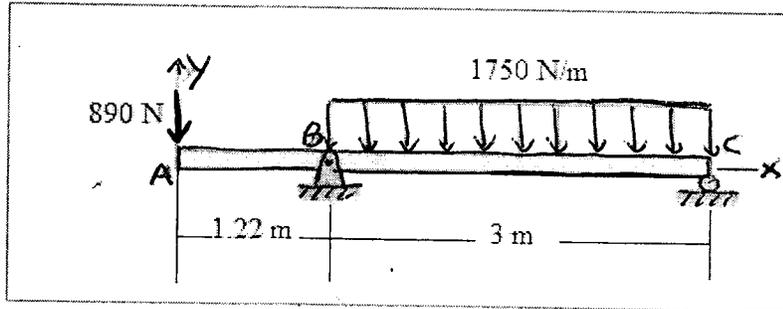
$C = D = 0$ $y'' = 0$ $y'' = 0$ $y'' = 0$



Exercice 1 (7 points)

La poutre ABC supporte une charge concentrée de 890 N au point A et une charge uniformément répartie de 1750 N/m entre les points B et C, comme représenté sur la figure ci-dessous.

1. Tracer les diagrammes du moment fléchissant et de l'effort tranchant le long de la poutre.

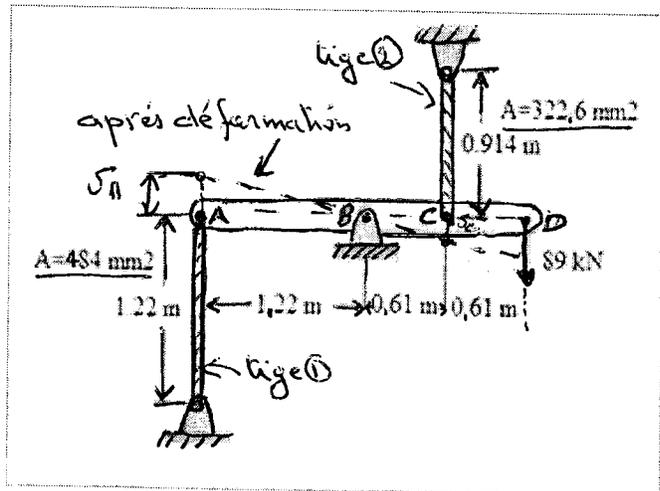


Exercice 2 (7 points)

Deux tiges verticales en acier supportent une barre horizontale rigide ABCD ayant un poids négligeable.

La barre horizontale est supportée au point B par un appui double. Le module de Young de l'acier est 200GPa.

1. Calculer la contrainte dans chaque tige après l'application d'une force verticale au point D égale à 89 kN.

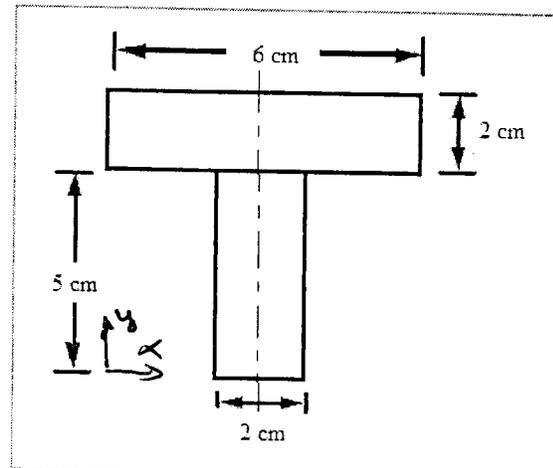


Exercice 3 (6 points)

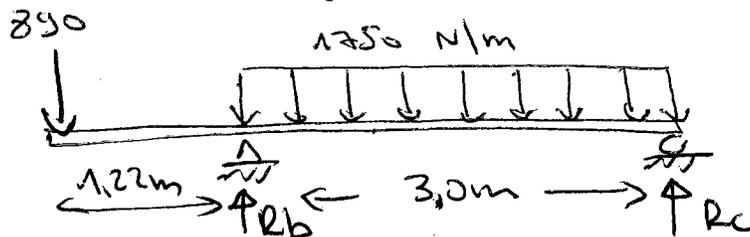
Soit la section de poutre montrée sur la figure ci-contre.

Calculer :

- a) Les coordonnées X_G et Y_G du centre de gravité du triangle par rapport au repère initial XY.
- b) Le deuxième moment de surface I_{xx} de l'axe X_g qui passe par le centroïde de la section.



Exercice 1

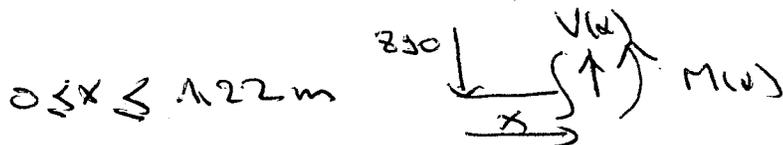


$$\sum F_y = 0 \rightarrow 890 + R_b + R_c - 1750(3) = 0$$

$$\sum M_b = (890)(1.22) + R_c(3) - \frac{1750}{2}(3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow R_c = \frac{1750 \times (3)^2 / 2 - 890(1.22)}{3} = 2263,06 \text{ N}$$

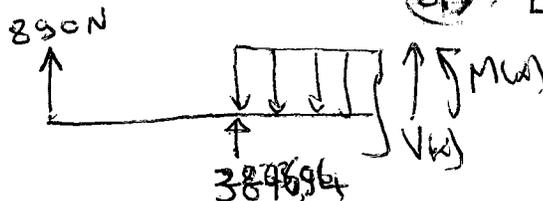
$$R_b = (1750)(3) + 890 - 2263,06 = 3876,94 \text{ N}$$



$$V(x) - 890 = 0 \Rightarrow V(x) = 890 \text{ N}$$

$$M(x) + 890x = 0 \Rightarrow M(x) = -890x$$

$1,22 \leq x \leq 4,22 \text{ m}$



$$V(x) - 890 + R_b - q(x-1.22) = 0 \Rightarrow V(x) = +890 - 3876,94 + 1750(x-1.22)$$

$$= 1750x - 5121,94$$

$$M(x) + 890x - R_b(x-1.22) + \frac{1750}{2}(x-1.22)^2 = 0$$

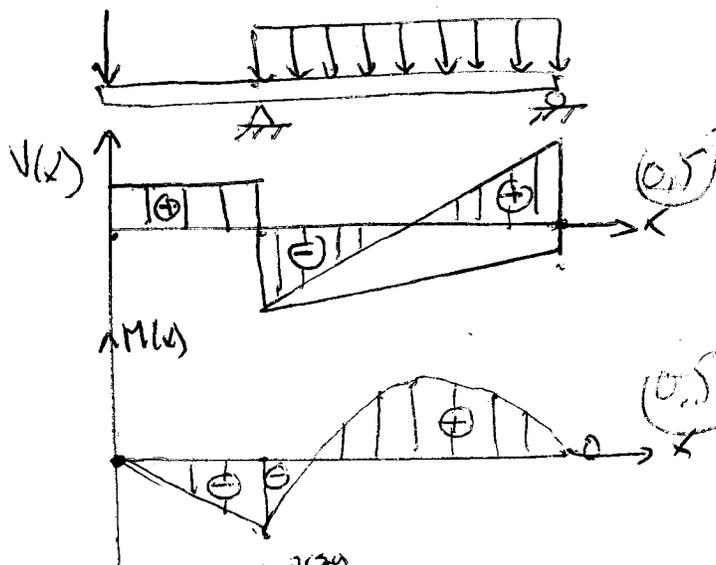
$x = 1,22 \quad V(x) = -2986,94 \text{ N}$

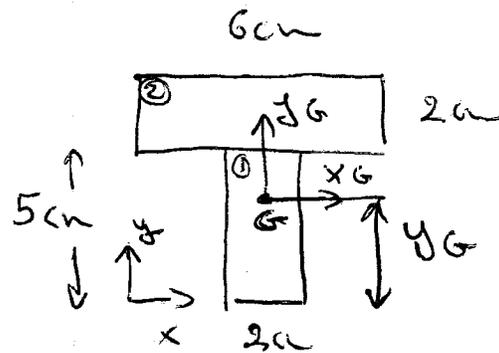
$x = 4,22 \quad V(x) = 2263,06 \text{ N}$

$$M(x) = -875x^2 + 6011,94x - 6032,21$$

$x = 1,22 \quad M(x) = -1085,5 \text{ N}$

$x = 4,22 \quad M(x) = 0,268 \text{ Nm}$





- Calcul des coordonnées du centre de gravité.

$$x_G = 3a \text{ par symétrie. (0,5)}$$

$$y_G = \frac{Sx}{A} = \frac{Sx_1 + Sx_2}{A_1 + A_2} \quad Sx = y_1 A_1 + y_2 A_2 \quad (0,5)$$

$$Sx_0 = 2,5(5 \times 2) + 6(6 \times 2) = 97 \text{ cm}^2 \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow y_G = \frac{2,5(5 \times 2) + 6(6 \times 2)}{5 \times 2 + 6 \times 2} = 4,409 a \quad (0,5)$$

- Calcul de I_{xxG}

$$I_{xxG} = \sum_{i=1}^n I_{xxG_i} + y_{G_i}^2 A_i \quad (0,5)$$

$$I_{xxG_1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{2(5)^3}{12} = 20,833 \text{ cm}^4 \quad (0,5)$$

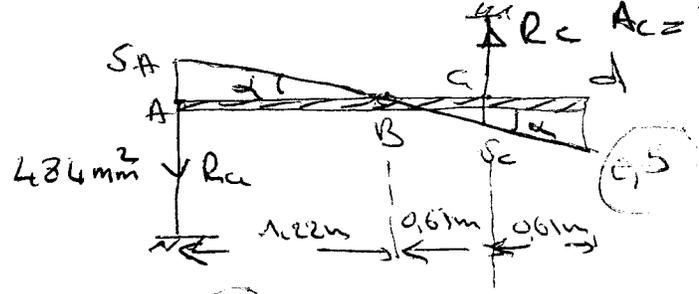
$$I_{xxG_2} = \frac{bh^3}{12} = \frac{6(2)^3}{12} = 4 \text{ cm}^4 \quad (0,5)$$

$$\bar{y}_{G_1} = 4,409 - 2,5 = 1,909 a \quad (0,5)$$

$$\bar{y}_{G_2} = (4,409 - 6) = 1,5909 a \quad (0,5)$$

$$I_{xxG} = 20,833 + 4 + (1,909)^2(2 \times 2) + (1,5909)^2(2 \times 6) = 31,647 \text{ cm}^4$$

$$I_{xxG} = 31,647 \text{ cm}^4 \quad (1)$$



Exercice 1

$$\sum F_x = 0$$

$$R_b + R_c = R_a + 89 \quad (*)$$

$$\sum M/b = 0 \quad R_a(1.22) + R_c(0.61) - 89(1.22) = 0 \quad (**)$$

Mais avons 3 inconnues et 2 eqs.

compatibilité

$$\epsilon_{gd} = \frac{\sigma_c}{0.61} = \frac{\sigma_A}{1.22} \Rightarrow \sigma_c = \frac{1}{2} \sigma_A \quad (***)$$

$$\Rightarrow \frac{R_c L_c}{E_c A_c} = \frac{1}{2} \frac{R_a L_a}{E_c A_a} \Rightarrow R_c = \frac{1}{2} \frac{R_a L_a A_c}{A_a L_c}$$

$$R_c = \frac{1}{2} R_a \left(\frac{1.22}{0.914} \frac{322}{484} \right)$$

$$R_c = 0.444 R_a \quad (***)$$

En remplaçant dans l'équation (**)

$$R_a(1.22) + 0.444(R_a)(0.61) - 89(1.22) = 0$$

$$R_a = 72.83 \text{ kN} \quad R_c = 32.045$$

$$\Rightarrow \sigma_a = \frac{R_a}{A_a} = \frac{72.83}{484} = 150.1 \text{ MPa} = 150.4 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \sigma_c = \frac{R_c}{A_c} = \frac{32.045}{322.5} = 99.36 \text{ MPa}$$

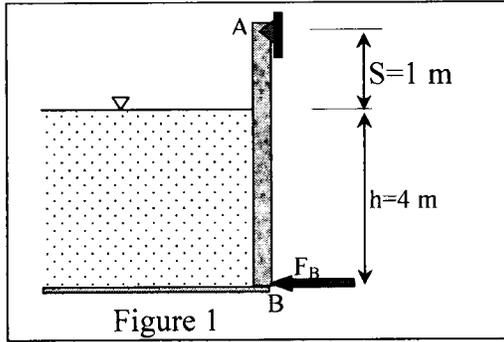
Contrôle de l'Hydraulique et Pneumatique

(Durée 1h30min)

Exercice 1: Une plaque rectangulaire de largeur 5m retient l'eau d'un canal. Elle peut pivoter autour d'un axe 'A'. La plaque est maintenue fermée par une arête en un point B (figure 1).

-Calculer la force F_B exercée sur la plaque par l'arête B.

On donne: $I_{xCG} = \frac{LH^3}{12}$



Exercice 2 : Une huile de densité $d=0.9$ circule d'un grand réservoir par une conduite de diamètre $D=20\text{cm}$ (figure 2).

1- Si on considère que l'huile est un **fluide parfait**, calculer le débit dans la conduite.

2-Si on considère que l'huile est un **fluide réel** de viscosité $3 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$ et que la conduite a une rugosité $\epsilon=0.2\text{mm}$, quelle est la longueur L de la conduite pour obtenir le même débit?

Exercice 3: Un moteur de puissance 2000Watt entraîne une pompe dont le rendement mécanique et volumique sont respectivement 95% et 90%. La pompe aspire une huile avec un débit de 120 l/min. Elle alimente un vérin simple de diamètre 20cm et un rendement $\eta_{\text{ver}}=85\%$. Celui-ci soulève une masse M .

- 1- Présenter le schéma du circuit hydraulique.
- 2- Calculer la puissance hydraulique de la pompe.
- 3- Quelle est la masse M soulevée par le vérin?
- 4- Calculer la course du vérin si le temps nécessaire pour la parcourir est 1s.

(Les unités sont obligatoires)

التمرين 1: صفيحة مستطيلة عرضها 5 م تحفظ ماء قناة . يمكن أن تدور حول محور 'A' . يتم الحفاظ على اللوحة مغلقة بحافة عند النقطة B. (الشكل 1)
احسب القوة F_B المبذولة على اللوحة من طرف الحافة 'B'.

$$I_{xCG} = \frac{LH^3}{12}$$

التمرين 2: يتدفق زيت ذو كثافة $d = 0.9$ من خزان كبير عبر أنبوب قطره سم $D = 20$ (الشكل 2).

1- إذا اعتبرنا أن الزيت مائع مثالي، احسب التدفق في الأنبوب.

2- إذا اعتبرنا أن الزيت مائع حقيقي لزوجته $3 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$ وأن الأنبوب لديه خشونة $\epsilon = 0.2\text{mm}$ ، ما هو طول الأنبوب L للحصول على نفس التدفق؟

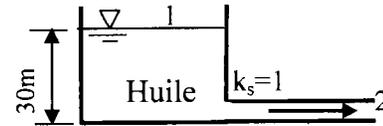


Figure 2

التمرين 3: محرك ذو استطاعة 2000 Watt يحرك مضخة

ذات مردود ميكانيكي وحجمي 95% و 90% على التوالي.

تمتص المضخة زيت بمعدل تدفق 120 لتر/دقيقة. و هي

تغذي رافعة بسيطة ذات قطر 20 سم و مردود $\eta_{\text{ver}}=85\%$

تستعمل هذه الاخيرة لرفع كتلة M

1 - ارسم الشكل البياني للدارة الهيدروليكية.

2- احسب الاستطاعة الهيدروليكية للمضخة.

3 - ما هي الكتلة M التي ترفعها الرافعة ؟

4- احسب المسافة التي تقطعها الرافعة إذا كان الوقت اللازم

لقطعها هو 1 ثانية.

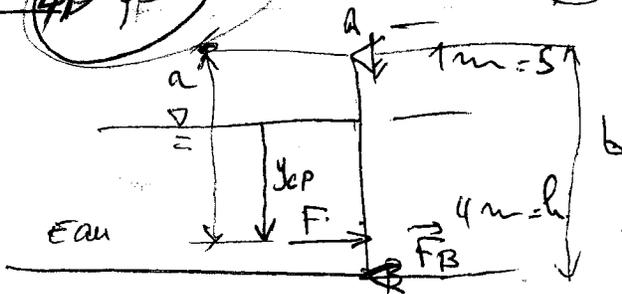
(ملاحظة مطالبين بالوحدات)

Cours de Rattrapage: 1)

Hydr. et Pneum. (2018)

EX01

45 pts



Calculer F_B

on calcule la force appliquée par l'eau sur la plaque:

$$F = \rho_{eau} g y_{cp} A$$

$$= 9800 \cdot y_{cp} \cdot A$$

$$y_{CG} = \frac{4m}{2} = 2m = \frac{h}{2}$$

$$A = 4 \times 5 = 20 m^2 = h \cdot b$$

$$F = 10^3 (kg/m^3) \cdot 9,81 \frac{N}{kg} \cdot 20 (m^2)$$

$$F = 39214 \cdot 10^3 N = 39214 kN$$

Pour calculer F_B on applique:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow$$

$$F \cdot a - F_B \cdot b = 0 \Rightarrow F_B = \frac{F \cdot a}{b}$$

$$a = y_{cp} + S$$

$$b = AB = h + S = 4 + 1 = 5(m)$$

calculer y_{cp}

$$I_{xCG} = \frac{b h^3}{12}$$

$$I_{xCG} = \frac{LH^3}{12} = L \cdot \frac{h^3}{12} = 5 \cdot \frac{4^3}{12}$$

$$= 26,666 (m^4)$$

$$y_{cp} = 2 + \frac{26,666}{2 \cdot 20}$$

$$y_{cp} = 2 + 0,666 m = 2,666 m$$

donc:

$$a = y_{cp} + S = 3,666 m = a$$

$$et F_B = \frac{39214 \cdot 10^3 (N) \cdot 3,666 (m)}{5 (m)}$$

$$F_B = \dots \cdot 10^3 N$$

$$F_B = 2871236 N$$

EX02

15 pts

1. On considère que l'huile est un fluide parfait.

Calculer le débit dans la conduite

On applique l'éq. de Bernoulli entre

1 et 2:

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$$

$$U_1 = 0 \text{ (réservoir)}$$

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

$$U_2 = \sqrt{(z_1 - z_2) \cdot 2g}$$

$$U_2 = \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 30(m)}$$

$$U_2 = 24,26 m/s$$

$$Q = U_2 A = U_2 \cdot \pi R^2$$

La longueur de la conduite: L :
 si le fluide est réel:
 on applique l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + \Delta H_L + \Delta H_S \quad (0,5)$$

$$Z_1 - Z_2 = 30 \text{ m}$$

$$U_2 = 24,26 \text{ m/s (déjà calculé)}$$

$$\Delta H_S = K_S \cdot \frac{U_2^2}{2g} = 1 \cdot \frac{(24,26)^2}{2 \cdot 9,81} \approx 29,997 \text{ m} \quad (0,5)$$

$$\Delta H_L = \lambda \cdot \frac{U^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_H} \quad (0,5)$$

$$D_H = D$$

$\lambda = ?$: dépend du Re : 0,125

$$Re = \frac{\rho \cdot U \cdot D_H}{\mu} = \frac{0,9 \cdot 1000 \cdot 24,26 \cdot 0,12}{3 \times 10^{-3}} \quad (0,5)$$

$$Re = 1,455 \times 10^6 \quad (0,5) \quad (0,5)$$

2300 donc le régime est turbulent, on calcule λ

de la formule de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (0,5)$$

$$x = -2 \log \left(\frac{0,12 \cdot 10^{-3}}{3,71 \cdot 0,12} + \frac{2,51}{1,455 \times 10^6 \cdot x} \right)$$

$$= -2 \log (0,27 \cdot 10^{-3} + 1,725 \times 10^{-6} \cdot x) \quad (0,5)$$

$$= 12 - 2 \log (270 + 1,725x)$$

$$x_0 = 0 \Rightarrow x_1 = 7,1372 \rightarrow x_2 = 7,098$$

$$x_3 = 7,098$$

$$\text{donc } \lambda = \frac{1}{x_3^2} = 0,0198 \quad (0,5)$$

$$\text{donc } L = \frac{(Z_1 - Z_2 - \frac{U_2^2}{2g} - \Delta H_S) \cdot \frac{A_1 \cdot 2}{D_H}}{U_2^2} \quad (0,5)$$

EX03

7,5 pts

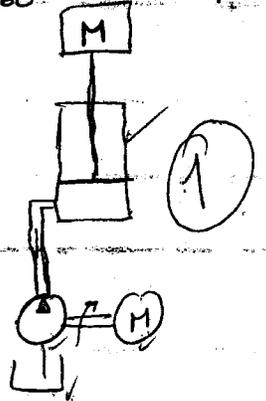
$$P_M = 2000 \text{ Watt}$$

$$\eta_{Lm} = 0,95; \quad \eta_V = 0,9$$

$$Q_{Th} = 120 \text{ l/min} = \frac{120 \cdot 10^{-3}}{60} \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right)$$

$$D_{Ver} = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$\eta_{Ver} = 0,85$$



2. Calculer la puissance hydraulique:

$$P_H = ?$$

$$\text{on a } \eta_g = \frac{P_H}{P_M} \Rightarrow P_H = \eta_g \cdot P_M \quad (0,5)$$

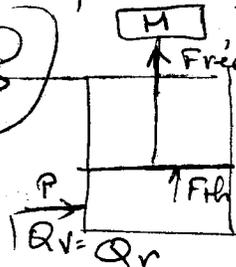
$$\text{et } \eta_g = \eta_m \cdot \eta_V = 0,95 \cdot 0,9 = 0,855 \quad (0,1)$$

$$\text{donc } P_H = 0,855 \cdot 2000 \text{ Watt}$$

$$P_H = 1710 \text{ Watt} \quad (0,25)$$

→ a masse M soulevée par le vérin.

on a: $M \cdot g = F_{\text{réel}}$ (0,5)



donc: $M = \frac{F_{\text{réel}}}{g}$

$F_{\text{réel}} = ?$

on a: $\eta_{\text{ver}} \frac{F_{\text{réel}}}{F_H} \Rightarrow F_{\text{réel}} = \eta_{\text{ver}} \cdot F_H$ (0,5)

$F_H = P \cdot S = P \cdot \frac{\pi D^2}{4}$ (0,25)

$P = ?$
on a: $P = \frac{F_H}{S} \Rightarrow P = \frac{F_H}{Q}$ (0,5)

$P = \frac{1710 \text{ (watt)}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^3/\text{s)}} = 855 \cdot 10^3 \text{ Pa}$
 $= 855 \text{ bar} = P$

donc: $F_H = 855 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi \cdot (0,2)^2}{4}$

$F_H = 26,86 \cdot 10^3 \text{ N}$ (0,25)

$F_{\text{réel}} = 0,85 \cdot 26,86 \cdot 10^3 = 22,83 \cdot 10^3 \text{ N}$ (0,25)

et $M = \frac{22,83 \cdot 10^3}{9,81} = 2,327 \cdot 10^3 \text{ kg}$

$M = 2327 \text{ kg}$ (0,25)

4- La course du vérin.

$V = \frac{C}{t} \Rightarrow C = V \cdot t$ (0,5)

$V = Q_v = 4 Q_w$ (0,5)

$\frac{Q_r}{Q_H} = \eta_{V \text{ Pompe}} \Rightarrow 0,5$

$Q_r = \eta_v \cdot Q_{rh}$
 $= 0,9 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 1,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = Q_r$ (0,25)

donc:

$V = \frac{4 \cdot 1,8 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot (0,2)^2} = 57,295 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ (0,25)

et: $C = \frac{57,295 \cdot 10^{-3}}{1} = 11,46 \cdot 10^3 \text{ mm}$

$C = 1146 \text{ cm}$ (0,25)

**** Rattrapage ****

Matière : Conversion de l'énergie

Date : 19/06/2018

Spécialités : MI + EM

Durée : 01h :30

Exercice 01: (06 points)

1. Donner une petite définition sur le terme «énergie» ?
2. La magnétostatique est l'étude du magnétisme dans les situations où le champ magnétique est indépendant du temps.
- Citer les deux sources possibles pour les champs magnétiques ?
3. Classifier les convertisseurs électromécaniques ou «machines tournantes» sans explication ?

Exercice 02: (06 points)

Un étudiant passe un aspirateur de puissance 1300 W dans sa chambre, pendant 8 minutes.

1. Calculer en joules l'énergie transférée à cet appareil pendant la durée du nettoyage. Exprimer ensuite ce résultat en kWh ?

Ce même étudiant révise son chapitre de sciences physiques pour le prochain contrôle pendant 1 heure et 30 minutes. Pour cela, il s'éclaire avec une lampe de bureau de 60 W.

2. Calculer en kWh l'énergie transférée à cette lampe pendant cette révision. Exprimer ensuite ce résultat en joules ?
3. Calculer le prix de cette séance de nettoyage et de révision sachant que le prix d'un kilowattheure est de 4.1789 DA (2^{ème} tranche) ?

Exercice 03 : (08 points)

Un panneau solaire est exposé au soleil de façon à capter le rayonnement solaire. Il est constitué de cellules photovoltaïques qui permettent de transformer l'énergie du rayonnement solaire en énergie électrique. Le rendement de cette conversion énergétique est de 10 % en moyenne.

1. Ce panneau solaire est utilisé en générateur électrique de puissance égale à 57 W.
- Calculer la puissance du transfert d'énergie reçue par le panneau solaire par rayonnement ?
2. Pour 1 m² de panneau solaire, la puissance de ce transfert vaut 1 kW pour un ensoleillement optimum.
- Calculer la surface de panneau nécessaire à ce transfert ?
3. Quels sont les facteurs qui s'influent sur le rendement du panneau solaire photovoltaïque ?

* Corrigé Type Rattrapage *

Matière: Conversion de l'énergie

Durée: 01h:30

Spécialités: EM + MI

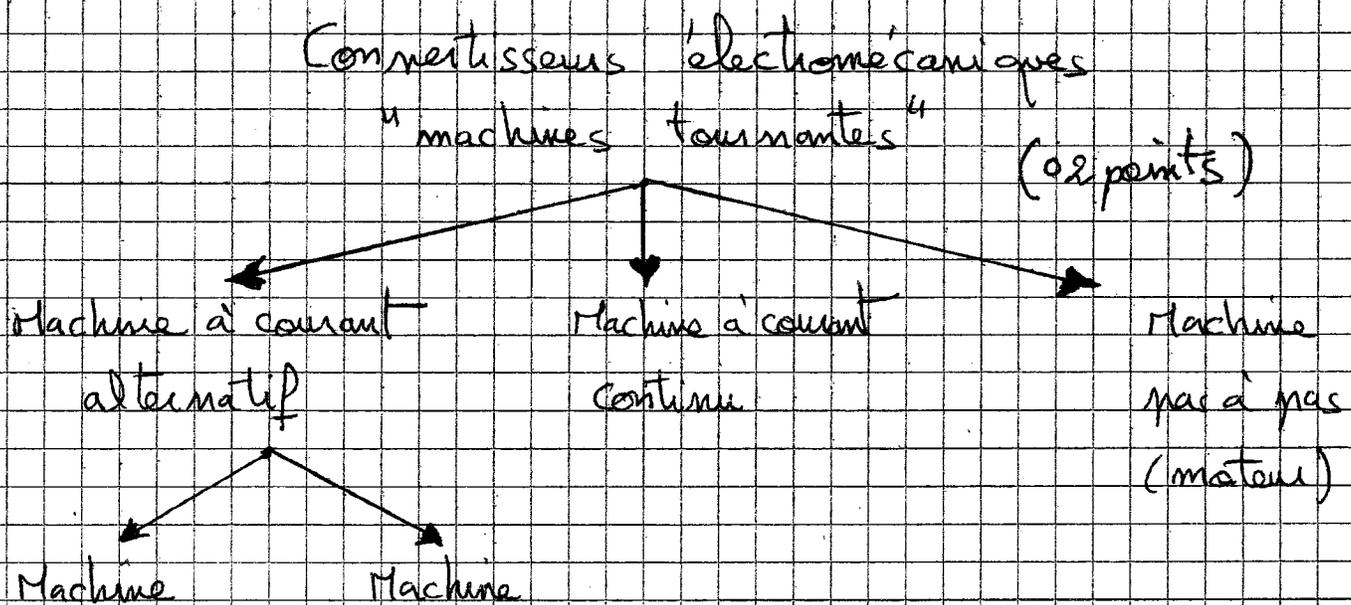
Solution 01: (06 points)

1. Une petite définition sur le terme « énergie » :-
Le terme « énergie » recouvre des réalités nombreuses et diverses. L'énergie désigne une capacité à agir quelle qu'en soient les modes : mettre un mouvement, chauffer, comprimer, éclairer, transmettre une information... etc.
Aujourd'hui l'énergie utilisable par l'homme se présente en de multiples formes. (02 points)

2. Les deux sources possibles pour les champs magnétiques sont: (02 points)

- Aimants naturels 01 point
- Magnétisation par induction (conducteurs parcourus par un courant électrique) 01 point

3. Classification des convertisseurs électromécaniques ou "machines tournantes"



Solution 02 :- (06 points)

1. Calculer en joules l'énergie transférée à cet appareil pendant la durée du nettoyage : (02 points)

$$08 \text{ minutes} = 8 \times 60 \text{ s} = 480 \text{ s}$$

$$E = P \times t$$

$$= 1300 \times 480 = 624\,000 \text{ J}$$

01 point

$$\Rightarrow \boxed{E_1 = 624\,000 \text{ J}}$$

- Exprimer ce résultat en kWh :

$$1 \text{ Wh} \longrightarrow 3600 \text{ J}$$

$$1 \text{ kWh} \longrightarrow 3600 \times 10^3 \text{ J}$$

01 point

donc :

$$624\,000 \text{ J} \longrightarrow E \text{ kWh}$$

$$3,6 \times 10^6 \text{ J} \longrightarrow 1 \text{ kWh}$$

$$E = \frac{624\,000}{3,6 \times 10^6} \approx 0,17 \text{ kWh}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_1 = 0,17 \text{ kWh}}$$

2. Calculer en kWh l'énergie transférée à cette lampe pendant cette révision :- (02 points)

$$01 \text{ h } 30 \text{ min} = 1,5 \text{ h}$$

$$60 \text{ W} = 0,06 \text{ kW}$$

01 point

$$E = P \times t$$

$$= 0,06 \text{ kW} \times 1,5 \text{ h} = 0,09 \text{ kWh}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_2 = 0,09 \text{ kWh}}$$

- Exprimer ce résultat en joules :

$$E = 0,09 \times 3,6 \cdot 10^6 = 324\,000 \text{ J}$$

01 point

$$\Rightarrow \boxed{E_2 = 324\,000 \text{ J}}$$

3. Calculer le prix de cette séance de nettoyage et de révision : (02 points)

Le coût sera de :

$$\text{Coût} = (E_1 + E_2) \text{ KWh} \times 4,1789 \text{ DA}$$

$$= (0,17 + 0,09) \times 4,1789$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Coût} = 1,0865 \text{ DA}}$$

solution 03: (08 points)

1. Calculer la puissance du transfert d'énergie reçue par le panneau solaire par rayonnement: (03 points)

$$\eta = \frac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{reçue}}} \quad 0,1 \text{ point}$$

Le panneau solaire convertit l'énergie du rayonnement solaire en énergie électrique.

On en déduit que l'énergie reçue est l'énergie du rayonnement solaire et que l'énergie utile est l'énergie électrique disponible pour le circuit électrique.

On peut donc écrire le rendement de conversion comme suit:

$$\eta = \frac{E_{\text{électrique}}}{E_{\text{solaire}}} \quad 0,1 \text{ point}$$

On utilise ensuite la relation entre la puissance et l'énergie: $E = P \times \Delta t$ pour exprimer le rendement de conversion en fonction des données.

Pour une même durée d'utilisation Δt , on a:

$$E_{\text{électrique}} = P_{\text{électrique}} \times \Delta t \quad \text{et} \quad E_{\text{solaire}} = P_{\text{solaire}} \times \Delta t$$

On en déduit l'expression littérale du rendement de conversion:

$$\eta = \frac{P_{\text{électrique}}}{P_{\text{solaire}}} \quad 0,1 \text{ point}$$

Calculons la puissance du transfert par rayonnement solaire:

$$P_{\text{solaires}} = \frac{P_{\text{électrique}}}{\eta} = \frac{57}{0,10} = 5,7 \times 10^2 \text{ W} \quad 0,1 \text{ point}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\text{solaires}} = 5,7 \times 10^2 \text{ W}}$$

2 - Calculer la surface de panneau nécessaire à ce transfert: (02 points)

On suppose une relation de proportionnalité entre la surface des capteurs et la puissance:

$$1 \text{ m}^2 \longrightarrow 1 \times 10^3 \text{ W} \quad 0,1 \text{ point}$$

$$S = ? \longrightarrow 5,7 \times 10^2 \text{ W}$$

On déduit que:

$$S = \frac{5,7 \times 10^2}{1 \times 10^3} = 0,57 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 0,57 \text{ m}^2} \quad 0,1 \text{ point}$$

3 - Les facteurs qui s'influencent sur le rendement du panneau solaire photovoltaïque: (03 points)

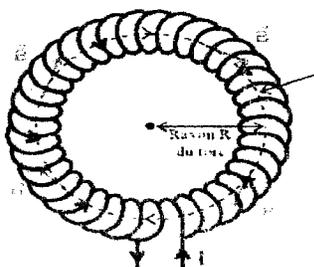
- L'angle d'inclinaison, d'incidence et d'orientation des panneaux solaires. 01 point

- La température. 01 point

- La durée d'ensoleillement. 01 point

Rattrapage en électricité industrielle

Exercice1 (5pt)



1. Calculer le flux magnétique et l'induction magnétique à l'intérieur d'une tore de rayon R de 6 cm et une section de 10cm^2 portant 500 spires traversé par un courant de 1.5A
2. Déduisez le nombre d'ampère tours par mètre
On donne $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

Exercice2 (7pt)

Un transformateur monophasé parfait a les caractéristiques suivantes :

$$U_1 = 5375 \text{ V}, P_{\text{joule}} = 80\text{W}, P_{\text{fer}} = 25\text{W}$$

$$\text{rapport du transformation} : m = 0,044$$

1. Calculer la tension du secondaire, Quelle est le type de ce transformateur?
2. Calculer le courant nominal du primaire et du secondaire si la puissance apparente est égale à 750VA. Donner le symbole d'un transformateur
3. Calculer le rendement si le facteur de puissance $\cos \varphi = 0.8$
4. Représenter le schéma équivalent d'un transformateur réel

Question de cour (8 pt)

Répondre par vrai ou faux et corriger les erreurs?

1. Une batterie est une source de courant alternatif
2. Un électron dans un conducteur se déplace du pôle positif vers le pôle négatif.
3. Dans un groupement des résistances en parallèle la tension et le courant sont les mêmes pour toutes les résistances.
4. le courant continu est caractérisé par sa fréquence
5. Le déphasage entre les tensions d'un courant triphasé est $\frac{2\pi}{3}$.
6. Un courant alternatif de signal $I(t) = 3\sin(200\pi t - \frac{\pi}{3})$
 - est périodique de fréquence de 100Hz
 - est périodique de pulsation de 100 rd/s
7. l'aluminium est un matériau ferromagnétique
8. La variation de la f.e.m induite dépend de la variation du flux
9. L'unité de mesure de l'induction magnétique est le weber

Compte type Electrotechnique

Exercice 1

$$\phi = B \cdot S \quad (0,5) \quad S = 10^{-4} \quad (0,25)$$

$$\phi = B \cdot S \quad (0,5)$$
$$B = \mu_0 \cdot H = \mu_0 \cdot \frac{NI}{L} \quad (0,5)$$

$$= 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{(500 \cdot 1,5)}{0,37}$$

$$L = 2\pi R = 2\pi \cdot (6 \cdot 10^{-9}) \quad (0,25)$$

$$L = 0,37 \text{ m} \quad (0,5)$$

$$B = 0,0025 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ T} \quad (0,5)$$

$$\phi = 2,54 \cdot 10^{-6} \text{ Wb} \quad (0,5)$$

$$\frac{NI}{L} = H = \frac{B}{\mu_0} = 1990,44 \text{ A/m} \quad (0,5)$$

$$H = 1990,44 \text{ A/m} \quad (0,5)$$

Exercice 2

$$U_2 = m U_1 = 0,44 \times 5375 \quad (0,5)$$

$$U_2 = 2365 \text{ V} \quad (0,5)$$

C'est 1 transformation
abaisser $(0,5)$

$$2 \quad I_1 = \frac{S}{U_1} = \frac{760}{5375} = 0,14 \text{ A} \quad (0,5)$$

$$I_2 = \frac{S}{U_2} = \frac{760}{2365} = 0,32 \text{ A} \quad (0,5)$$

le symbole $(0,5)$

$$3 \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{S \cos \phi_2}{S \cos \phi_1 + P_{\text{pa}} + P_{\text{pau}}} \quad (0,25)$$

$$P_2 = 760 \cdot 0,8 = 608 \text{ Watt} \quad (0,25)$$

$$P_1 = 760 \text{ Watt} \quad (0,25)$$

$$\eta = \frac{608}{760} = 0,8 = 80\% \quad (0,5)$$

4) Schéma équivalent

Von cours $(0,5)$

Question de cours

- 1) fause. \rightarrow courant \rightarrow
- 2) Vrais
- 3) fause la même tension et courant différent
- 4) fause le courant \sim \rightarrow f
- 5) Vrais
- 6) $f = 100 \text{ kHz} \rightarrow$ Vrais
 $\omega = 100 \text{ rad/s} \rightarrow$ fause $\rightarrow \omega = 200 \pi \text{ rad/s}$
- 7) fause. Al \rightarrow Paramagnétique
- 8) Vrais
- 9) fause \rightarrow tesla

Contrôle de Rattrapage

Jeudi 21 Juin 2018 10h-11h30

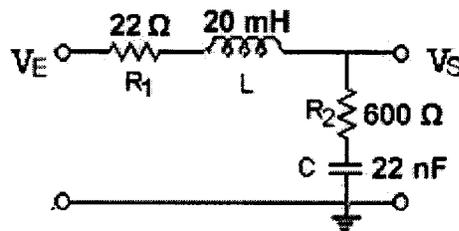
Question de cours : (6 points)

A – Expliquer en quoi consiste une courbe de gain en échelle bilogarithmique dans un diagramme de Bode.

B – Donner deux raisons que l'échelle bilogarithmique est meilleure que l'échelle linéaire en pratique.

Exercice 1 : (6 points)

a) Quel est le type et l'ordre du filtre RLC représenté sur la figure suivante



b) Etablir la fonction de transfert $H(\omega)$ et calculer la fréquence de coupure à -3dB f_c

Exercice 2 : (8 points)

- Donner l'expression temporelle du signal $s(t)$ modulé en amplitude AM à double bande latérale et à porteuse supprimée dans le cas général d'un signal modulant $x(t)$ quelconque.
- Que devient cette expression dans le cas particulier où le signal modulant est une sinusoïde pure de fréquence F

$$x(t) = A_0 \cos(2\pi Ft)$$

avec $F \ll f_0$ où f_0 désigne la fréquence porteuse,

- Calculer le spectre $S(f)$ du signal $s(t)$ pour ce cas particulier
- Représenter ce spectre graphiquement sur un schéma clair et précis

ST Télécommunications S4 UEF 2.2.1 TLC Corrigé type

Question de cours : (6 points)

A – L'échelle bilogarithmique utilise pour l'axe des fréquences une échelle en logarithme décimal (\log_{10}). 1 point

L'échelle d'amplitude est en décibels ($20\log |H(j\omega)|$). 1 point

B –

Première raison : Une échelle de fréquence logarithmique donne un intervalle égal pour un rapport égal sur tout l'axe des fréquences. Pour tout phénomène physique les changements sont sensibles à un observateur humain lorsque la variable décrivant ce phénomène varie au moins d'un ordre de grandeur. Ceci permet une bonne perception globale sur une s abscisse de longueur raisonnable

2 points

Deuxième raison : les courbes ont une symétrie améliorée 2 points

Exercice 1 : (6 points)

- a) Filtre passe-bas, 1 point
deuxième ordre 1 point

$$b) \quad H(j\omega) = \frac{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + j\omega L + R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1 + j\omega CR_2}{1 - \omega^2 LC + j\omega C(R_1 + R_2)} \quad 2 \text{ points}$$

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{1 + (\omega CR_2)^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + [\omega C(R_1 + R_2)]^2}}$$

Pour trouver la pulsation de coupure à -3dB ω_c , il faut résoudre l'équation

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{1 + (\omega CR_2)^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + [\omega C(R_1 + R_2)]^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad 1 \text{ point}$$

$$\frac{1 + (\omega CR_2)^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + j[\omega C(R_1 + R_2)]^2} = \frac{1}{2}$$

$$2[1 + (\omega CR_2)^2] = (1 - \omega^2 LC)^2 + [\omega C(R_1 + R_2)]^2$$

$$(LC)^2 \omega^4 + ([C(R_1 + R_2)]^2 - 2(CR_2)^2 - 2LC)\omega^2 - 1 = 0$$

$$(440e^{-12})^2 \omega^4 + ([22e^{-9}(622)]^2 - 2(22e^{-9}600)^2 - 880e^{-12})\omega^2 - 1 = 0$$

$$1936e^{-22} \omega^4 - 880e^{-12} \omega^2 - 1 = 0$$

La racine exacte est 74073 rd/s soit $f_c = 11.789 \text{ kHz}$

Toute réponse ω_c comprise entre 44000 rd/s et 75000 rd/s est considérée juste

$$\text{soit } 7 \text{ kHz} \leq f_c \leq 12 \text{ kHz}$$

1 point

Exercice 2 : (8 points)

a) $s(t) = mx(t)\cos(2\pi f_0 t)$

2 points

b) $s(t) = mA_0 x(t) \cos(2\pi f_0 t) = mA_0 \cos(2\pi Ft) \cos(2\pi f_0 t)$

1 point

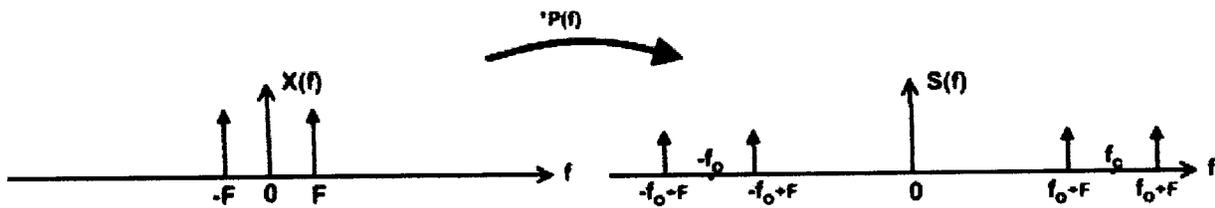
c) $s(t) = \frac{mA_0}{2} [\cos(2\pi(f_0 - F)t) + \cos(2\pi(f_0 + F)t)]$

2 points

d) Dans le cas général, la transformée de Fourier d'une sinusoïde $\cos(2\pi kt)$ s'exprime au moyen de l'impulsion de Dirac $\frac{1}{2}(\delta(f - k) + \delta(f + k))$, donc

$$S(f) = \frac{1}{4}mA_0[\delta(f - f_0 - F) + \delta(f - f_0 + F) + \delta(f + f_0 - F) + \delta(f + f_0 + F)]$$

2 points



1 point



Correction Rattrapage : Technologie des Composants Electroniques
ST2 / ELN



Exercice 1 (6 points)

1- La tension qu'on peut soumettre une résistance de 390 Ω, prévue pour dissiper une puissance maximale de

0,5 W est : $P_{max} = \frac{U_{max}^2}{R} \Rightarrow U_{max} = \sqrt{R P_{max}} = \sqrt{0,5 \times 390} = 13,96 \text{ V}$ (0,75)

2- Le courant maximal I_{max} qu'on peut faire passer dans une résistance 120 KΩ de 0,25W, sans risque de

l'endommager est : $P_{max} = U_{max} \times I_{max} = R \times I_{max}^2 \Rightarrow I_{max} = \sqrt{\frac{P_{max}}{R}} = \sqrt{\frac{0,25}{120 \times 10^3}} = 1,44 \text{ mA}$ (0,75)

3- Les couleurs de marquage des résistances : 680 Ω et 100 kΩ à une tolérance de 5% sont :

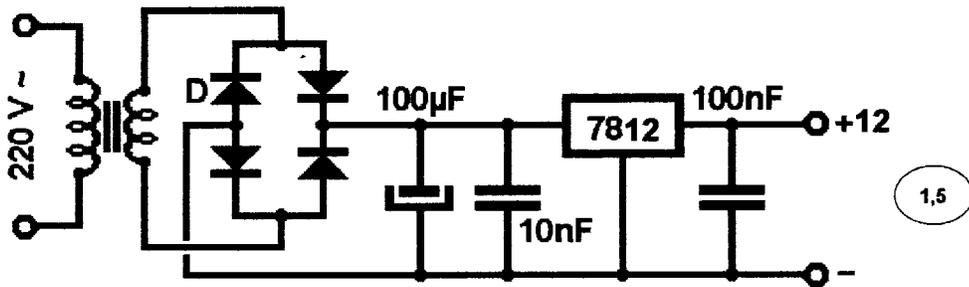
- 680 Ω à une tolérance de 5% : **Bleu, Gris, Marron, Or** (0,5)
- 100 Ω à une tolérance de 5% : **Marron, Noir, Jaune, Or** (0,5)

4- Les valeurs normalisées, de la série E12, pour les trois résistances 190 Ω, 450 Ω et 840 KΩ sont : (0,5)

La série E12 comporte les valeurs : 100 : 120 : 150 : 180 : 220 : 270 : 330 : 390 : 470 : 560 : 680 : 820

- Pour 190 Ω, on prend la valeur normalisée la plus proche qui est : **180 Ω** (0,5)
- Pour 450 Ω, on prend la valeur normalisée la plus proche qui est : **470 Ω** (0,5)
- Pour 840 kΩ, on prend la valeur normalisée la plus proche qui est : **820 kΩ** (0,5)

5- En utilisant le régulateur intégré 7812, le schéma pratique simplifié d'une alimentation stabilisée +12 V est :

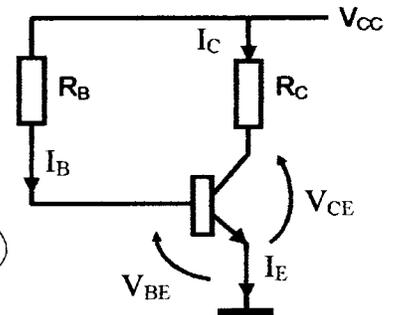


Exercice 2 (4 points)

1- Pour le montage montré dans le schéma suivant :

Les données : $I_B = 10 \mu\text{A}$, $I_C = 1 \text{ mA}$, $V_{CE} = 4 \text{ V}$, $V_{BE} = 0,6 \text{ V}$ et $V_{CC} = 9 \text{ V}$.

Calcule des valeurs de : R_B , R_C et β .



$V_{CC} = V_{CE} + R_C \times I_C \Rightarrow R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C} = \frac{9 - 4}{10^{-3}} = 5 \text{ k}\Omega$ (0,75)

$V_{CC} = V_{BE} + R_B \times I_B \Rightarrow R_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{I_B} = \frac{9 - 0,6}{10^{-5}} = 840 \text{ k}\Omega$ (0,75)

$I_C = \beta \times I_B \Rightarrow \beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{10^{-3}}{10^{-5}} = 100$ (0,5)

2- Pour le montage amplificateur suivant :

a) Ce montage est un amplificateur non-inverseur ; car le signal d'entrée à traiter V_e est appliqué sur l'entrée non-inverseuse "+" de l'AOP. (0,5)

b) Pour V_e un signal sinusoïdal d'amplitude 0,8 V, pour V_s un signal d'amplitude 5 V. Le gain nécessaire en tension A_v est :

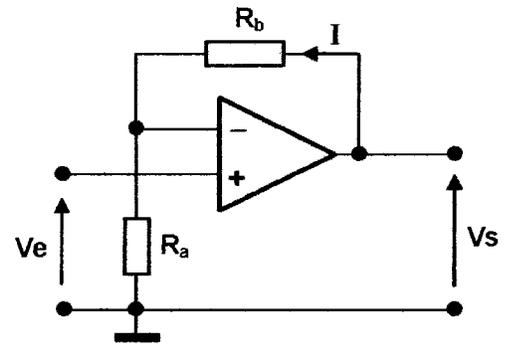
$$A_v = \frac{V_s}{V_e} = \frac{5}{0,8} = 6,25 \quad (0,5)$$

c) Les résistances R_a et R_b pour que le courant I_{eff} soit de 0,1 mA :

$$R_a = \frac{V_e^{eff}}{I_e} = \frac{0,8 / \sqrt{2}}{0,1 \times 10^{-3}} = 5,65 \text{ k}\Omega \quad (0,5)$$

$$R_a + R_b = \frac{V_s^{eff}}{I_{eff}} = \frac{5 / \sqrt{2}}{0,1 \times 10^{-3}} = 35,35 \text{ k}\Omega \quad (0,5)$$

$$\text{Donc : } R_b = (35,35 - R_a) = 35,35 \text{ k}\Omega - 5,65 \text{ k}\Omega = 29,7 \text{ k}\Omega \quad (0,5)$$



Questions de cours (10 points)

1- Les différents types de résistances sont :

- Résistances au carbone aggloméré (carbone + matière isolante) : faible prix, solide.
- Résistances à couche de carbone : faible prix, plus utilisées, toujours code des couleurs.
- Résistances à couche métallique : chères, grande précision, applications professionnelles. (1,5)
- Résistances à film métallique : plus chères, très stables.
- Résistances bobinés : puissance dissipée élevée (4 à 5 Watt), faible fréquences

Les principaux paramètres de choix d'une résistance sont :

- La valeur nominale indiquée par le constructeur et la précision de la valeur nominale (tolérance),
- La puissance maximale dissipée en Watt d'une résistance, (0,5)
- Le prix et la qualité d'une résistance

2- La différence entre les condensateurs chimiques et les condensateurs céramiques :

- Condensateurs chimiques : valeurs des capacités élevées (en μF), basses fréquences, polarisées (1,0)
- Condensateurs céramiques : valeurs capacités petites (nF et pF), hautes fréquences, non polarisées

3- Il existe plusieurs façons de tester un condensateur, pour savoir s'il fonctionne correctement ou non :

- Utiliser un multimètre avec un réglage pour la lecture de la capacitance.
- Débrancher le condensateur du circuit où il se trouve.
- Notez la valeur de la capacitance. (1,5)
- Connectez le multimètre aux bornes du condensateur (pour les condensateurs polarisées, reliez le fil positif "rouge" du multimètre au + du condensateur et le fil négatif "noir" à la masse.
- Vérifiez et comparez la mesure du multimètre. Si la capacitance que vous voyez s'afficher est proche de celle qui est notée sur le composant, vous savez qu'il est en bon état de marche. Si elle est inférieure de beaucoup ou si elle est proche de zéro, le condensateur est mort.

4- Les différents types de transformateurs en électronique et la fonction de chaque type sont :

- Transformateurs d'alimentation : pour produire les diverses tensions d'alimentation requises par les montages électriques. (1,0)
- Transformateurs d'adaptation d'impédance : pour améliorer la transmission de puissance entre deux étages.
- Transformateurs d'isolement : pour transmettre des signaux variables sans leurs valeur moyenne, quand celle-ci est très élevée.
- Transformateurs d'impulsions : pour produire de fortes tensions ou de forts courants.

5- Les principaux paramètres de choix d'une diode sont :

- le courant maximal en direct,
- la tension maximale en inverse, (1,0)
- la rapidité de fonctionnement.

Les différents types de diodes sont :

- Diodes de redressement
- Diodes stabilisatrices ou diodes Zéner
- Diodes à capacité variable (1,0)
- Diodes électroluminescentes et photodiodes

6- Les principaux paramètres de choix d'un transistor sont :

- La limite sur la tension entre base et émetteur (V_{BE_Max}),
- La valeur maximale sur la tension entre collecteur et émetteur (V_{CE_Max}), (1,0)
- La valeur maximale du courant de collecteur (I_{C_Max}),
- La puissance totale maximale ($V_{CE_Max} \times I_{C_Max}$).

Les différents types de transistors sont :

- Transistors bipolaires (NPN et PNP),
- Transistors à effet de champ à jonction ou TEC (à canal N et à canal P), (0,5)
- Transistors MOSFET.

7- Les avantages et les inconvénients des circuits logiques TTL et des circuits logiques COMS sont :

- Les circuits TTL sont assez rapides, mais consomment beaucoup d'énergie.
- Les circuits CMOS sont moins rapides et consomment peu d'énergie. (1,0)



CONTRÔLE D'ELECTRICITE

Nom : Prénom :

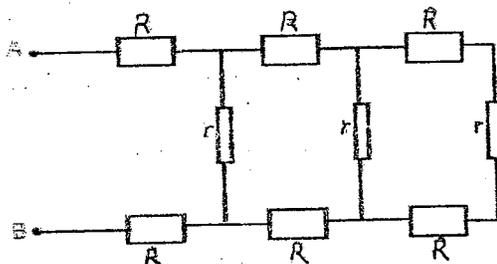
- Répondez par oui ou non :

Une réponse juste : c'est +0,5 point ; aucune réponse : c'est 0 point et une réponse fausse : c'est -0,25 point

- 1) La puissance électrique dissipée par une résistance est proportionnelle au courant qui le parcourt. *Oui*
- 2) Un transformateur est caractérisé par sa puissance. *Non*
- 3) Les transformateurs sont des liens indispensables entre les différentes parties du réseau de distribution de l'énergie électrique. *Oui*
- 4) Dans un montage en série la puissance totale est la somme de toute les puissances. *Oui*
- 5) On appelle branche toute partie du circuit électrique comprise entre deux nœuds. *Oui*
- 6) Une résistance est un conducteur ohmique. *Oui*
- 7) Les plaques d'un condensateur sont séparées par un isolant appelé diélectrique. *Oui*
- 8) La puissance électrique dissipée par une résistance est proportionnelle à la tension à ses bornes. *Oui*
- 9) On appelle nœud tout ensemble de branche qui forme une boucle fermée. *Non*
- 10) Un câble électrique comporte plusieurs conducteurs électriquement distincts. *Oui*

Exercice1 :

Soit le circuit électrique à courant continu suivant :



7,5
5,5
7

$$E - V_c = R_3 I_3 \quad \text{--- (1) } 0,5$$

$$E - V_c = (R_4 + R_5) I_4 \quad \text{--- (2) } 0,5$$

$$V_c = R_2 I_2 \quad \text{--- (3) } 0,5$$

de plus la loi des nœuds prévoit que

$$I_2 = I_3 + I_4 \quad \text{--- (4) } 0,5$$

Nous disposons bien de quatre équations à quatre inconnues.

on exprime tous les courants en fonction de V_c à l'aide des équations (1), (2), (3), puis à les remplacer dans l'équation (4)

on obtient:

$$I_3 = \frac{E - V_c}{R_3} \quad \text{(5) } 0,25$$

$$I_4 = \frac{E - V_c}{R_4 + R_5} \quad \text{(6) } 0,25$$

$$I_2 = \frac{V_c}{R_2} \quad \text{(7) } 0,25$$

l'équation (4) devient alors: $\frac{V_c}{R_2} = \frac{E - V_c}{R_3} + \frac{E - V_c}{R_4 + R_5}$

soit: $V_c \times \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5} \right) = E \times \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5} \right)$

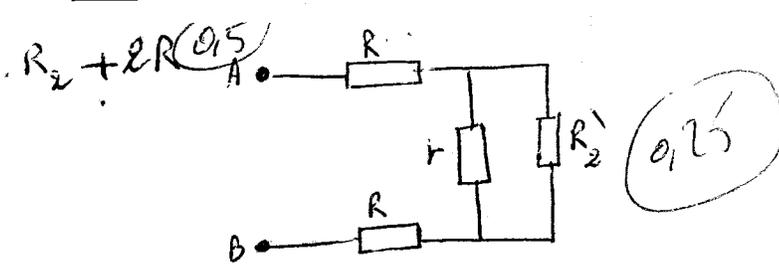
d'où: $V_c = E \times \frac{\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5} \right)}{\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5} \right)} \quad 0,5$

AN: $\Rightarrow V_c = 23 \text{ Volt} \quad 0,5$

les équations (5), (6), (7) nous donnent les valeurs de courant I_2, I_3, I_4

$I_2 = 0,23 \text{ A} \quad 0,25$ $I_3 = 0,115 \text{ A} \quad 0,25$ $I_4 = 0,115 \text{ A} \quad 0,25$

en appliquant la loi des nœuds au point B, on obtient: $I_x = I_3 + I_4 = 0,23 \text{ A} \quad 0,25$



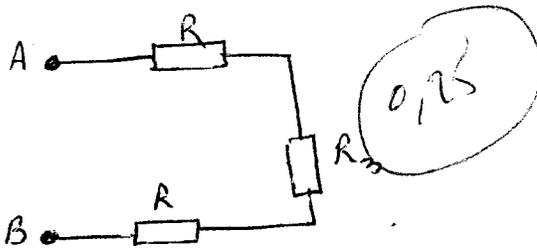
Now nous allons appeler R_3 l'association parallèle de r d'une part et de $R_2' = R_2 + 2R$ d'autre part, on obtient:

$$R_3 = \frac{r(2R + R_2)}{2R + r + R_2} \quad (0,5)$$

en remplaçant R_2 par sa valeur déjà obtenue on aura:

$$R_3 = \frac{r \left(2R + \frac{r(2R+r)}{2(R+r)} \right)}{2R + r + \frac{r(2R+r)}{2(R+r)}} = \frac{r(4R^2 + 6Rr + r^2)}{4R^2 + 8Rr + 3r^2} \quad (0,75)$$

Le schéma devient:



$$R_{eq} = 2R + R_3 = 2R + \frac{r(4R^2 + 6Rr + r^2)}{4R^2 + 8Rr + 3r^2} \quad (0,75)$$

Exercice (4)

on commence par le calcul le courant I_1 aux borne de la résistance R_1 règne la tension E .

ona donc: $I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{30}{20} = 1,5A \quad (0,25)$

→ si on calcul le potentiel au point c , il sera très facile de déterminer les autres courant. nous cherchons donc des équations permettant de déterminer V_c : la loi d'ohm nous donne trois équation