جامعة الإخوة منتوري- قسنطينة -
كلية العلوم والتكنولوجيا
السنة الثانية ST

السنة الدراسية 2018/2017
المدة : ساعة واحدة

امتحان قصير المدى في مقياس الرياضيات 3

التمرين الأول (5 نقاط)

اختر واحدا فقط من التكاملات المضاعفة الآتيه

$$I = \iint_D \frac{\ln(\sqrt{x^2+y^2})}{x^2+y^2}\,dxdy \qquad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad / \; 1 \leq x^2+y^2 \leq 4\}$$

$$J = \iint_D (x+y)e^{(x^2-y^2)}dxdy \qquad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}_+^2 \quad / \; 0 \leq x+y \leq 1\}$$

باستعمال التحويل لـ J ; $\begin{cases} x = \frac{u+v}{2} \\ y = \frac{u-v}{2} \end{cases}$

التمرين الثاني (10 نقاط)

أدرس طبيعة أربع سلاسل فقط من بين الخمس سلاسل التالية

1) $\sum_{n\geq1} \frac{2n+5}{(n^2+1)\sqrt{n+3}}$ 2) $\sum_{n\geq1} \left(1+\frac{a}{n}\right)^{-n^2}$; $a > 0$ 3) $\sum_{n\geq1} (-1)^n \frac{\sin(n)}{n^2}$

4) $\sum_{n\geq0} \frac{n!\,n^2}{(2n)!}$ 5) $\sum_{n\geq1} \ln\left(\frac{n+1}{n}\right) \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n+4}}\right)$

التمرين الثالث (5 نقاط)

- أدرس التقارب الناظمي لسلسله التوابع

$$\sum_{n\geq1} \frac{e^{-nx}\cos(nx)}{n(n+1)} \qquad x \in [0,+\infty[$$

- استنتج النهاية

$$\lim_{x\to0^+} \sum_{n\geq1} \frac{e^{-nx}\cos(nx)}{n(n+1)}$$

Corrigé type Interr MATh3 2017

Exo1. 1)?

$x = r\cos\theta$ $\quad x^2+y^2=r^2$; $1\leq x^2+y^2\leq 4 \Rightarrow 1\leq r\leq 2$ 0,5

$y = r\sin\theta$ $\quad x, y\in\mathbb{R} \Rightarrow \theta\in[0, 2\pi[$. 0,5

$D = \{(r,\theta)\in\mathbb{R}^2 \,/\, 0\leq\theta\leq 2\pi ;\ 1\leq r\leq 2\}$. 0,25

$f(x,y) = \frac{\ln r}{r^2}$ 0,5 . $dx\,dy = |\det J|\,dr\,d\theta = r\,dr\,d\theta$; $r\neq 0$. 0,25 0,25 0,25

$I = \int_0^{2\pi}\left(\int_1^2 \frac{\ln r}{r^2}\times r\,dr\right)d\theta = \int_0^{2\pi}\left(\int_1^2 \frac{\ln r}{r}\,dr\right)d\theta$ 0,5

$\int_1^2 \frac{\ln r}{r}\,dr = \left.\frac{(\ln r)^2}{2}\right]_1^2 = \frac{(\ln 2)^2}{2}$. 0,5 0,5

1) $= \frac{(\ln 2)^2}{2}\times 2\pi = \pi(\ln 2)^2 = I$ 0,5 0,5

$\begin{cases} x = u+v \\ y = \frac{u-v}{2} \end{cases}$

$x\geq 0 \Rightarrow u+v\geq 0 \Rightarrow v\geq -u$. 0,25

$y\geq 0 \Rightarrow u-v\geq 0 \Rightarrow v\leq u$. 0,25

$0\leq x+y\leq 1 \Rightarrow 0\leq u\leq 1$. 0,25

$D = \{(u,v)\in\mathbb{R}^2 \,/\, 0\leq u\leq 1 ;\ -u\leq v\leq u\}$. 0,25

$x+y = u$; $x^2-y^2 = (x-y)(x+y) = u.v$ 0,5

$f(x,y) = (x+y)^2\, e^{x^2-y^2} = u^2.e^{u.v}$

$dx\,dy = |\det J|\,du\,dv = \frac{1}{2}\,du\,dv$ $\quad \frac{1}{2}\neq 0$. 0,25 0,75 0,25

$J = \frac{1}{2}\int_0^1\left(\int_{-u}^{u} u^2 e^{vu}\,dv\right)du = \frac{1}{2}\int_0^1 u^2\left(\int_{-u}^{u} e^{vu}\,dv\right)du$ 0,5

$\int_{-u}^{u} e^{vu}\,dv = \left.\frac{1}{u}\,e^{vu}\right]_{-u}^{u} = \frac{1}{u}\left(e^{u^2}-e^{-u^2}\right)$. 0,5 0,25

$J = \frac{1}{2}\int_0^1\left(u\,e^{u^2} - u\,e^{-u^2}\right)du = \frac{1}{4}\left[e^{u^2}+e^{-u^2}\right]_0^1 = \frac{1}{4}\left(e+e^{-1}-2\right)$

Exo2

(0,5)

① $\sum_{n\geq 1} \frac{2n+5}{(n^2+1)\sqrt{n+3}}$

س.ح موجبة نطبق التكافؤ. (0,5 point)

$$\left.\begin{array}{l} 2n+5 \sim 2n \\ (n^2+1)\sqrt{n+3} \sim n^2\sqrt{n} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{2n+5}{(n^2+1)\sqrt{n+3}} \sim \frac{2n}{n^2\sqrt{n}} = \frac{2}{n\sqrt{n}} = \frac{2}{n^{3/2}} = V_n$$

(0,5) (0,5) (0,5)

(0,5)

$\sum V_n$ س Riemann متقاربة $\alpha = 3/2 > 1$ $\Leftarrow$ $\sum U_n$ متقاربة

② $\sum_{n\geq 1} \left(1+\frac{a}{n}\right)^{-n^2}$; $a>0$

س.حدود موجبة نطبق Cauchy. (0,5)

$$(U_n)^{1/n} = \left(\left(1+\frac{a}{n}\right)^{-n^2}\right)^{1/n} = \left(1+\frac{a}{n}\right)^{-n} \quad (0,5)$$

$$\lim_{n\to+\infty} (U_n)^{1/n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\left(1+\frac{a}{n}\right)^n} = \frac{1}{e^a} = e^{-a} \quad (0,5)$$

$a>0 \Rightarrow -a<0 \Rightarrow$

$e^{-a} < e^0 < 1$ (0,5) $\lim (U_n)^{1/n} = e^{-a} < 1 \Rightarrow$ تقارب

(0,5)

③ $\sum_{n\geq 1} (-1)^n \frac{\sin n}{n^2}$

سلسلة كيفية ندرس التقارب المطلق (0,25)

$$|U_n| = \left|\frac{\sin n}{n^2}\right|$$

$$\sum \frac{|\sin(n)|}{n^2}$$

س.ح موجبة نطبق المقارنة (0,25)

$$|\sin(n)| < 1 \Rightarrow \frac{|\sin(n)|}{n^2} < \frac{1}{n^2} = V_n \quad (0,5)$$

$\sum V_n$ س R $\alpha = 2 > 1$ متقاربة (0,5)

$\sum |U_n|$ متقاربة $\Leftarrow$ $\sum U_n$ متقاربة

(0,5) (0,5)

(5) $\sum\limits_{n\geq 1} \underset{\geq 0}{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)} \underset{\geq 0}{\sin\left(\frac{1}{\sqrt{n+4}}\right)}$

(0,25) سـ. حدود موجبة نطبق التكافؤ

$\ln\left(1+\frac{1}{n}\right) \sim \frac{1}{n}$ (0,5) لأن $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$ (0,25)

$\sin\left(\frac{1}{\sqrt{n+4}}\right) \sim \frac{1}{\sqrt{n+4}} \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$ (0,5) لأن $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n+4}} = 0$ (0,25)

$\ln\left(1+\frac{1}{n}\right) \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n+4}}\right) \sim \frac{1}{n\sqrt{n}} = \frac{1}{n^{3/2}} = V_n$ (0,25)

(0,25) $\sum V_n$: Ri , $\alpha = 3/2 > 1$ متقاربة ومنه

$\sum U_n$ متقاربة (0,25)

Exercice 3

$$\left|\frac{e^{-nx}\cos(nx)}{n(n+1)}\right| = \frac{e^{-nx}\,|\cos(nx)|}{n(n+1)}$$

$x>0 \Rightarrow -nx<0 \Rightarrow e^{-nx}<1$ (0,5)

$|\cos nx| < 1$ (0,5)

d'où $\left|\frac{e^{-nx}\cos(nx)}{n(n+1)}\right| \leq \frac{1}{n(n+1)}$ (0,5) $\sim \frac{1}{n^2}$ (0,5)

(0,5) $\sum \frac{1}{n^2}$ س R $\alpha = 2 > 1$ متقاربة

(0,5) $\sum U_n(x)$ متقاربة تماما على $\mathbb{R}^+$ (0,5) $\Leftarrow$ متقاربة

بانتظام على $[0,+\infty[$.

النهاية

(0,5) $U_n(x)$ توابع مستمرة على $\mathbb{R}^+$

$\sum U_n(x)$ متقاربة بانتظام على $\mathbb{R}^+$ ومنه

$$\lim_{x\to 0^{>}} \sum_{n\geq 1} \frac{e^{-nx}\cos(nx)}{n(n+1)} = \sum_{n\geq 1} \lim_{x\to 0} U_n(x)$$ (0,5)

$= \sum \frac{1}{\quad}$

Exercice 2

(1) $\sum_{n\geq 0} \frac{n!\, n^2}{(2n)!}$

(0,5) 0, لـ . حدود موجبة نطبق D'Alembert

$$u_{n+1} = \frac{(n+1)!\,(n+1)^2}{(2n+2)!} \quad (0{,}25)$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)!\,(n+1)^2}{(2n+2)!} \times \frac{(2n)!}{n!\; n^2}$$

$$= \frac{(n+1)\cancel{n!}\,\cancel{(2n)!}}{\cancel{n!}\,(2n+2)(2n+1)\cancel{(2n)!}} \cdot \frac{(n+1)^2}{n^2}$$

$$= \frac{(n+1)^3}{n^2(2n+1)(2n+2)} \quad (1pt)$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{n^3}{4n^4} \; (0{,}25) = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{4n} = 0 \; (0{,}25) \Rightarrow$$ متقاربة (0,25)

page4

جامعة الإخوة منتوري- قسنطينة - السنة الدراسية 2018/2017

كلية العلوم والتكنولوجيا المدة : ساعة ونصف

السنة الثانية ST

امتحان الدورة العادية في مقياس الرياضيات 3

التمرين الأول (3 نقاط)

احسب نصف قطر تقارب السلسلتان الصحيحتان التاليتان و أوجد ميدان تقاربهما

1) $\sum_{n\geq 1}(\ln n)^n \; x^n$ 2) $\sum_{n\geq 0} e^{-n^2} x^n$

التمرين الثاني (6 نقاط)

لتكن الدالة الدورية الزوجية ذات الدور 2π المعرفة بـ : $\forall x \in [-\pi,\pi], \quad f(x) = \pi^2 - x^2$

1- عين سلسلة فوريي المرافقة لـ f على المجال $[-\pi,\pi]$.
2- علما أن شروط ديريكلي محققة، ما هو مجموع هذه السلسلة؟
3- استنتج المجاميع $\sum_{n\geq 1}\frac{1}{n^2}$, $\sum_{n\geq 1}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$

التمرين الثالث (7 نقاط)

1- أحسب التكامل $\int_2^{+\infty}\frac{dx}{x(\ln x)^2}$

2- أدرس طبيعة التكاملات التالية

1) $\int_0^{1/2}\frac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}\,(1-x)}dx,$ 2) $\int_{-5}^{2}\frac{1}{(x-2)^2\sqrt{x+5}}dx,$

3) $\int_1^{+\infty}\left(x+1-\sqrt{x^2+2x+2}\right)dx$

التمرين الرابع (4 نقاط)

حل المعادلة التفاضلية التالية باستعمال تحويلات لابلاص

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = 1 \\ y(0) = 1; y'(0) = 2 \end{cases}$$

Corrigé type Contrôle MATH03 – 2017 – 2018

Exercice 1

$\sum_{n\geq 1} (\ln n)^n x^n$; $R = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{|a_n|^{\frac{1}{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\ln(n)} = 0 \Rightarrow \mathcal{D} = \{0\}$ 0,25 0,5 0,75

$\sum_{n\geq 1} e^{-n^2} x^n$; $R = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{|a_n|^{1/n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{e^{-n}} = \infty \Rightarrow \mathcal{D} = \mathbb{R}$ 0,25 0,5 0,75

Exercice 2

(*) $b_n = 0 \quad \forall n \geq 1$ 0,25

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\,dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} (\pi^2 - x^2)\,dx = \boxed{\frac{2}{3}\pi^2 = a_0}$$ 0,25 0,5

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\cos(nx)\,dx = \frac{2}{\pi}\underbrace{\int_0^{\pi} (\pi^2 - x^2)\cos(nx)\,dx}_{I}$$ 0,25

$$I = \left[\frac{1}{n}(\pi^2 - x^2)\cancel{\sin(nx)}^{\,0}\right]_0^{\pi} + \frac{2}{n}\underbrace{\int_0^{\pi} x\sin(nx)\,dx}_{I'}$$ 0,5

$$I' = \left[-\frac{x}{n}\cos(nx)\right]_0^{\pi} + \frac{1}{n}\int_0^{\pi}\cos(nx)\,dx$$

$$I' = -\frac{\pi}{n}(-1)^n + \frac{1}{n}\cdot\frac{1}{n}\left[\cancel{\sin(nx)}^{\,0}\right]_0^{\pi} = \frac{(-1)^{n+1}}{n}\cdot\pi$$ 0,5

$$a_n = \frac{2}{\pi}\times\frac{2}{n}\,\frac{(-1)^{n+1}}{n}\cdot\pi = \frac{4}{n^2}(-1)^{n+1} \ldots$$ 0,25

سلسلة Fourier الملحقة لـ f هي

$\forall x \in [-\pi, +\pi]$ $$\frac{2}{3}\pi^2 + \sum_{n\geq 1}\frac{4}{n^2}(-1)^{n+1}\cos(nx)$$ 0,5

(*) شرط Dirichlet متحقق : f من الصنف C^1 بقطاع 0,25

ومنه سلسلة Fourier متقاربة الى 0,25

$$\frac{2}{3}\pi^2 + 4\sum_{n\geq 1}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}\cos(nx) = S(x)$$

f مستمرة عند x_0 إذا $S(x_0) = f(x_0)$

0,25 0,25

* حساب المجاميع

$x_0 = 0$; $f(0) = \pi^2$ 0,25

$$f(0) = S(0) \Rightarrow \frac{2}{3}\pi^2 + 4\sum_{n\geq 1}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = \pi^2$$ 0,25

$$\Rightarrow \sum_{n\geq 1}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$$ ... 0,5

$x_0 = \pi$; $f(\pi) = 0$ 0,25

$$f(\pi) = S(\pi) \Rightarrow \frac{2}{3}\pi^2 - 4\sum_{n\geq 1}\frac{(-1)^n(-1)^n}{n^2} = 0$$ 0,25

$$\Rightarrow \sum_{n\geq 1}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$ 0,5

Exercice 3

$$I = \int_2^{+\infty}\frac{dx}{x(\ln x)^2}\,dx.$$

0,25

f معرفة ومستمرة على $[2,+\infty[$ $\Rightarrow f \in Loc[2,+\infty[$

$$I = \int_2^{+\infty}\frac{1}{x}(\ln x)^{-2}dx = \left.\frac{(\ln x)^{-2+1}}{-2+1}\right]_2^{+\infty} = -\left[\frac{1}{\ln x}\right]_2^{+\infty}$$ 0,25

$$= -\left(\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{\ln 2}\right) = \frac{1}{\ln(2)} \Rightarrow$$ متقاربة

0,25 0,25

$$I = \int_0^{\frac{1}{2}}\frac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}(1-x)}\,dx$$

ندرس التقارب في جوار 0

f معرفة ومستمرة على $]0,\frac{1}{2}]$ $\Rightarrow f \in Loc]0,\frac{1}{2}]$ 0,25

$\forall x \in]0,\frac{1}{2}]$; $f(x) \geq 0$ 0,25

نطبق قاعدة Riemann عند 0

$$\lim_{x \to 0^>} \frac{x^{\alpha}(\ln x)^2}{\sqrt{x}(1-x)} = \lim_{x \to 0^>} x^{\alpha-\frac{1}{2}} \frac{(\ln x)^2}{1-x}$$

0,25

نختار α حيث $\alpha - \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \alpha > \frac{1}{2}$

ومنه

$$\lim_{x \to 0^>} x^{\alpha-\frac{1}{2}} \frac{(\ln x)^2}{1-x} = \frac{0}{1} = 0 = k.$$

ونحن نستطيع تطبيق قاعدة Riemann بحيث

$$\alpha < 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \alpha < 1$$

1 point

نختار $\alpha = \frac{2}{3}$

Pour $\alpha = 2/3$ $\lim_{x \to 0^>} x^{2/3-1/2} \frac{(\ln x)^2}{1-x} = \lim_{x \to 0^>} \frac{x^{1/6}(\ln x)^2}{1-x} = 0.$

$\alpha = \frac{2}{3} < 1$; $k = 0 \neq \infty \Rightarrow$ تكامل متقارب 0,25

$$I = \int_{-5}^{2} \frac{1}{(x-2)^2\sqrt{x+5}}\, dx \quad ; \quad I_1 = \int_{-5}^{0} f(x)\, dx \; ; \; I_2 = \int_{0}^{2} f(x)\, dx.$$

0,25

دراسة I_2 في الجوار 2. 0,25

f معرفة ومستمرة على $[0,2[\Rightarrow f \in Loc[0,2[$.

$\forall x \in [0,2[$; $f(x) \geq 0$. 0,25

نطبق قاعدة Riemann.

$$\lim_{x \to 2^<} (2-x)^{\alpha} \frac{1}{(x-2)^2\sqrt{x+5}} = \lim_{x \to 2^<} \frac{(2-x)^2 \times 1}{(2-x)^2\sqrt{x+5}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \neq 0$$

0,25 0,5

$\alpha = 2 \geq 1$; $k = \frac{1}{\sqrt{7}} \neq 0 \Rightarrow$ تكامل متباعد I_2. 0,25

ومنه I متباعدة 0,25

$$I = \int_{1}^{+\infty} \left(x+1-\sqrt{x^2+2x+2}\right) dx.$$

$\lim_{x \to 0^{>}} \frac{x^{\alpha}(\ln x)^2}{\sqrt{x}(1-x)} = \lim_{x \to 0^{>}} x^{\alpha - \frac{1}{2}} \frac{(\ln x)^2}{1-x}$

نختار α حيث

0,25 $\alpha > \frac{1}{2} \iff \alpha - \frac{1}{2} > 0$

ومنه

$\lim_{x \to 0^{>}} x^{\alpha - \frac{1}{2}} \frac{(\ln x)^2}{1-x} = \frac{0}{1} = 0 = k$.

ونحن نستطيع تطبيق قاعدة Riemann يجب

$\alpha < 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \alpha < 1$ 1 point

نختار $\alpha = \frac{2}{3}$

Pour $\alpha = 2/3$ $\lim_{x \to 0^{>}} x^{2/3 - 1/2} \frac{(\ln x)^2}{1-x} = \lim_{x \to 0^{>}} \frac{x^{1/6}(\ln x)^2}{1-x} = 0$.

$\alpha = \frac{2}{3} < 1$; $k = 0 \neq \infty \Rightarrow$ تكامل متقارب 0,25

$I = \int_{-5}^{2} \frac{1}{(x-2)^2\sqrt{x+5}} \, dx$; $I_1 = \int_{-5}^{0} f(x)\,dx$; $I_2 = \int_{0}^{2} f(x)\,dx$ 0,25

دراسة I_2 في الجوار 2 0,25

f معرفة ومستمرة على $[0,2[\Rightarrow f \in Loc[0,2[$

$\forall x \in [0,2[$; $f(x) \geq 0$ 0,25

نطبق قاعدة Riemann

$\lim_{x \to 2^{<}} (2-x)^{\alpha} \frac{1}{(x-2)^2\sqrt{x+5}} = \lim_{x \to 2^{<}} \frac{\cancel{(2-x)^2} \times 1}{\cancel{(2-x)^2}\sqrt{x+5}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \neq 0$ 0,25 0,5

$\alpha = 2 \geq 1$; $k = \frac{1}{\sqrt{7}} \neq 0 \Rightarrow$ تكامل متباعد I_2 0,25

ومنه I متباعدة 0,25

$I = \int_{1}^{+\infty} -\left(x + 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 2}\right) dx$.

page 3

$$x+1-\sqrt{x^2+2x+2} = \frac{-1}{x+1+\sqrt{x^2+2x+2}}$$

$$\int_1^{\infty} -\left(x+1-\sqrt{x^2+2x+2}\right) dx = +\int_1^{\infty} \frac{1}{x+1+\sqrt{x^2+2x+2}}\, dx$$ 0,25

دراسة التقارب في جوار $+\infty$ ، 0,25

f معرفة ومستمرة على $[1,+\infty[\Leftarrow f \in Loc[1,+\infty[$

$$\forall x \in [1,+\infty[\quad \frac{1}{x+1+\sqrt{x^2+2x+2}} \geq 0$$ 0,25

نطبق التكافؤ ou قاعدة Riemann في جوار $+\infty$

$$f(x) = \frac{1}{x\left[1+\frac{1}{x}+\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}}\right]} \sim \frac{1}{2x}$$ 0,5

0,5 $\int_1^{\infty} \frac{1}{2x}\, dx = \frac{1}{2}\int_1^{\infty} \frac{1}{x}\, dx$ $\quad \alpha = 1$, Riemann متباعد

0,25 ومنه تكامل متباعد

Exo 4

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = 1 \\ y(0) = 1 \ ; \ y'(0) = 2 \end{cases}$$

$\mathcal{L}(y) = Y(s)$ 0,25

$\mathcal{L}(y') = sY(s) - y(0) = sY(s) - 1$ 0,25

$\mathcal{L}(y'') = s^2Y(s) - sy(0) - y'(0)$ 0,25
$= s^2Y(s) - s - 2$

$\mathcal{L}(y'') + 2\mathcal{L}(y') - 3\mathcal{L}(y) = \mathcal{L}(1)$ 0,25

$s^2Y(s) - s - 2 + 2sY(s) - 2 - 3Y(s) = \frac{1}{s}$ 0,5

$Y(s)(s^2+2s-3) = \frac{1}{s} + s + 4$ 0,25

$= \frac{s^2+4s+1}{s}$ 0,25

$Y(s) = \frac{a}{s} + \frac{b}{s-1} + \frac{c}{s+3}$ 0,75

$a = \frac{-1}{3}$, $b = \frac{3}{2}$; $c = \frac{1}{6}$

$y(t) = \mathcal{L}^{-1}(Y(s))$ 0,25

$y(t) = -\frac{1}{3} + \frac{3}{2}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-3t}$

0,25 0,25 0,25

LMD, ST_2

جامعة منتوري، قسنطينة

امتحان احصاء، احتمالات

تمرين 1:

دراسة احصائية أعطت النتائج التالية:

الفئات	[15, 20[	[20, 25[	[25, 35[	[35, 50[
$f_i / a_i = \frac{f_i}{a_i}$	0,04	0,08	0,01	0,02

1- شكل الجدول الاحصائي ثم ارسم المخطط التفاضلي والتكاملي.
2- احسب خاصيات التمركز وخاصيات التشتت.
3- مثل بيانيا M، Q_1، Q_3.
4- عين النسبة المئوية للأفراد داخل المجال $[M, \bar{X}+\sigma[$
5- عين قيمة العدد الحقيقي α حيث: $35\% \in [Q_1, \bar{X}+\alpha\sigma[$

تمرين 2:

ليكن الحدثان A، B حيث $P(A)=\frac{1}{5}$، $P(A\cup B)=\frac{1}{2}$
احسب $P(B)$ في الحالات التالية:
1- نفرض أن A، B متنافيان (غير متلائمين)
2- نفرض أن A، B مستقلين
3- نفرض أن الحدث A لا يمكن أن يتحقق إلا إذا تحقق الحدث B.

تمرين 3:

الجدول التالي يمثل النتائج الممكنة واحتمالاتها لرمي نرد مزور.

F_i	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$P=P(F_i)$	a	$5/21$	$1/21$	$4/21$	b	$3/21$

1- ما هي الشروط التي تحققها a، b حتى يكون P احتمال.
2- نفرض أن F [illegible]

LMD, ST2

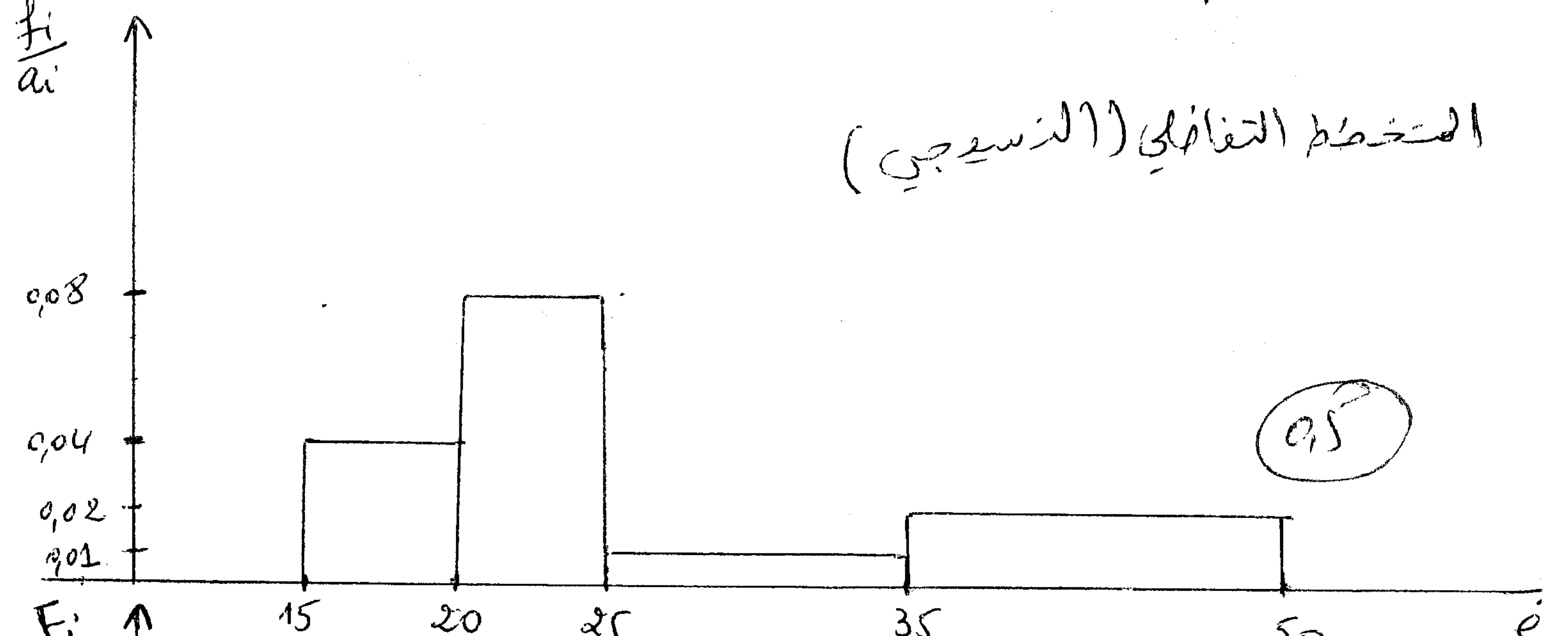
تصحيح احصاء احتمالات

تمرين 1 (12)

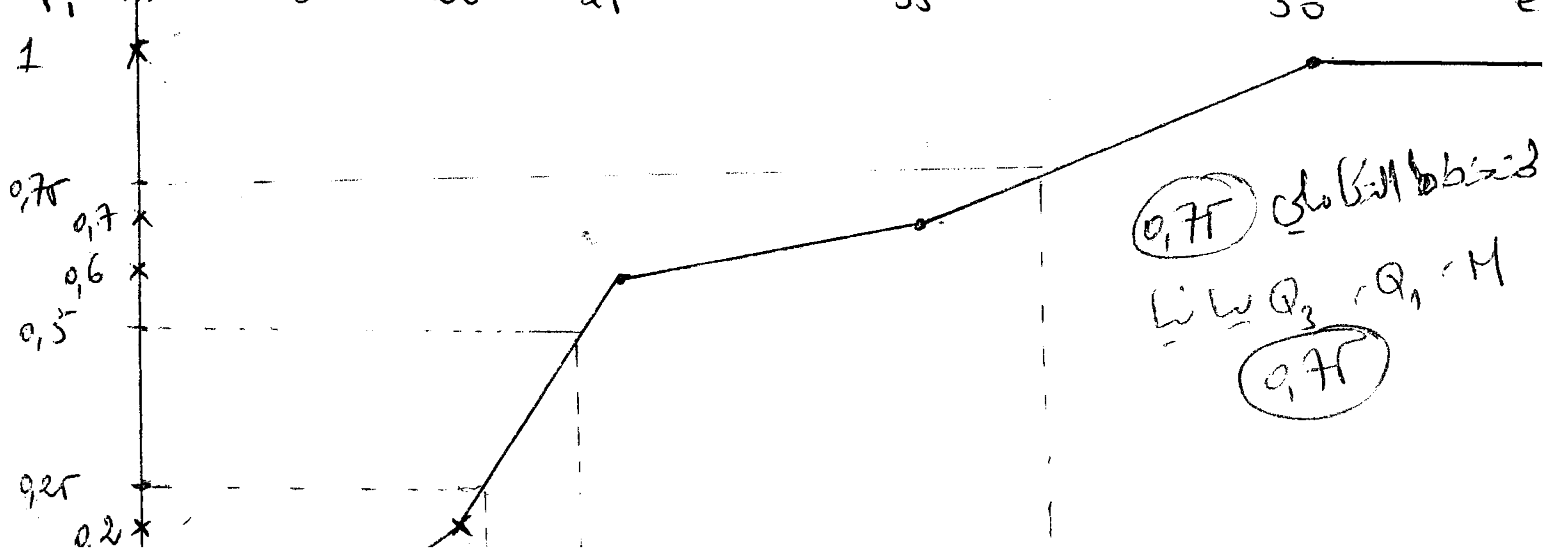
e_i	f_i/a_i	a_i	f_i	c_i	$f_i c_i$	$f_i c_i^2$	F_i
15							0
[15 – 20[	0,04	5	0,2	17,5	3,5	61,25	
20							0,2
[20 – 25[	0,08	5	0,4	22,5	9	202,5	
25							0,6
[25 – 35[	0,01	10	0,1	30	3	90	
35							0,7
[35 – 50[	0,02	15	0,3	42,5	12,75	541,875	
50							1
$\sum$			1		28,25	895,625	

(1,5)

المخطط التفاضلي (النسيجي)



(0,5)



المخطط التكاملي (0,75)

M ، Q_1 ، Q_3 بيانيا

(0,75)

2)

صيات التمركز
الصف النمطي (المنوالي) : $[20\ ,\ 25[$ 0,25

* $F(Q_1)=0,25$, $Q_1\in[20,25[$: $\frac{Q_1-20}{5}=\frac{0,25-0,2}{0,4}$ 0,25

$\Rightarrow Q_1=20+5\,\frac{0,25-0,2}{0,4}=\boxed{20,625}$ 0,5 0,25

* $F(M)=0,5$; $M\in[20,25[$: $\frac{M-20}{5}=\frac{0,5-0,2}{0,4}$

$\Rightarrow M=20+5\,\frac{0,5-0,2}{0,4}=\boxed{23,75}$ 0,5

0,25
* $F(Q_3)=0,75$; $Q_3\in[35,50[$: $\frac{Q_3-35}{15}=\frac{0,75-0,7}{0,3}$

$\Rightarrow Q_3=35+15\,\frac{0,75-0,7}{0,3}=\boxed{37,5}$ 0,5

* $\bar{X}=\sum_{i=1}^{4}f_i c_i=\boxed{28,25}$ 0,5

2. خاصيات التشتت :

1- الامتداد : 0,25 * $E=50-15=35$

$E=e_k-e_0$;

2. 0,25
* $I_Q=Q_3-Q_1=37,5-20,625=\boxed{16,875}$

3. * $Var(X)=\sum_{i=1}^{4}f_i c_i^2-\bar{X}^2=895,625-(28,25)^2$

$Var(X)=\boxed{97,56}$ 0,75

4. * $\sigma(X)=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{97,56}=\boxed{9,88}$ 0,25

$[M,\ \bar{X}+\sigma[=[37,5\quad,\ 38,13[$ 0,25

0,5 $F(\bar{X}+\sigma)-F(M)=\,?$ $F(M)=0,5$ 0,25

$F(\bar{X}+\sigma)=F(38,13)=\,?$; $38,13\in[35,50[$:

$\frac{38,13-35}{}=\frac{F(38,13)-0,7}{}\Rightarrow F(38,13)=(0,21)(0,3)+0,7$

3) $F(\bar{x}+\sigma) - F(M) = 0,76 - 0,5 = \underline{0,26}$ 0,25 :إذن

$\Rightarrow 26\% \in [M, \bar{x}+\sigma[$

$35\% \in [Q_1, \bar{x}+\alpha\sigma[\; ; \; \alpha = ?$

$F(\bar{x}+\alpha\sigma) - F(Q_1) = 0,35 \Rightarrow F(\bar{x}+\alpha\sigma) = 0,35 + 0,25 = 0,6$ 0,5 0,5

$F(\bar{x}+\alpha\sigma) = 0,6 \Rightarrow \bar{x}+\alpha\sigma = 25 \Rightarrow \alpha\sigma = 25 - \bar{x} = -3,25$ 0,75

$\Rightarrow \alpha = \frac{-3,25}{9,88} = -0,33 \; ; \; \boxed{\alpha = -0,33}$ 0,25

و منه:

$35\% \in [Q_1, \bar{x} - 0,33\sigma[$

تمرين 2: (4,5)

$P(A) = \frac{1}{5}, \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$

1) A، B متنافيان إذن 0,5 $A \cap B = \phi$

$\Rightarrow P(A \cap B) = 0$ 0,5

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

$\Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \boxed{0,3}$

$\boxed{P(B) = 0,3}$ 1

2) A، B مستقلان إذن:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ 0,5

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)[1 - P(A)] = P(A) + P(B) P(\bar{A})$

$\Rightarrow P(B) = \frac{P(A \cup B) - P(A)}{1 - P(A)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{4}{5}} = 0,375$

$\boxed{P(B) = 0,375}$ 1

3) $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A \Rightarrow p(A \cap B) = p(A)$

et $p(A \cup B) = p(B)$

$\Rightarrow p(B) = p(A \cup B) = \frac{1}{2} = 0,5$ (1)

$$\boxed{p(B) = 0,5}$$

(3,5) تمرين 3:

1) $* \; p(F_1) = a \; ; \quad a \in [0,1]$. (0,25)

$p(F_5) = b \; ; \quad b \in [0,1]$ (0,25)

(1)

et $a + \frac{5}{21} + \frac{1}{21} + \frac{4}{21} + b + \frac{3}{21} = 1 \Rightarrow a + b + \frac{13}{21} = 1$

$$\Rightarrow \boxed{a + b = \frac{8}{21}} \quad (*)$$ (0,5)

(0,5)

2) Si $p(F_5) = 2p(F_1) \Leftrightarrow b = 2a$.

نعوض في $(*)$

$3a = \frac{8}{21} \Rightarrow \boxed{a = \frac{8}{63}}$ (0,5)

ومنه:

$\boxed{b = \frac{16}{63}}$ (0,5)

جامعة الإخوة منتوري   امتحان مقياس الاهتزازات   : المدة :ساعة و نصف   قسنطينة في 18-01-2018

قسم علوم وتكنلوجيا

<u>أسئلة حول الدرس:</u>

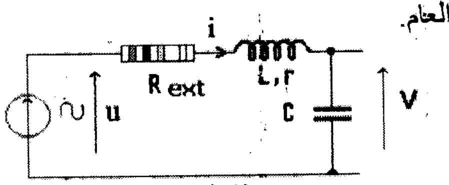
1- لتكن دارة RLC ذات عامل جودة Q = 0,4 موصل بمولد ذو جهد جيبي . ارسم الإشارة بين قطبي المكثفة. ماذا يحدث عند زيادة تواتر المولد ابتداء من الصفر.

اعد نفس السؤال عند تعويض المقاومة R بمقاومة R/10 .

2- ليكن نظام غير مخمد ,مكون من مذبذبين متزاوجين بالمرونة. المذبذب الأول محرض جيبيا. اكتب صيغة جملة المعادلات التفاضلية للإحداثيات s_1 وs_2. ارسم تغيرات سعة الحل الخاص لـ s_1 وs_2 بدلالة نبض التحريض.

3- لتكن جملة المعادلات التفاضلية $\ddot{\theta}_1 + \omega_0{}^2\theta_1 = -a\ddot{\theta}_2 \quad , \ddot{\theta}_2 + \omega_0{}^2\theta_2 = -a\ddot{\theta}_1$

ما نوع التزاوج . جد الأنباض الذاتية بصيغة مختصرة. اكتب بدون الحساب صيغة الحل العام.



الشكل 1

<u>التمرين1 :</u>

لدينا الدارة الكهربائية على تسلسل الشكل (1) , مكونة من مقاومة $R_{ext}=27\Omega$, مكثفة C=893 nF و وشيعة مجهولة القيم.

توتر المولد $u = U_0 \sin \omega t$

1- باستعمال معادلات كيرشوف جد المعادلة التفاضلية للتيار I.

2- إذا كان

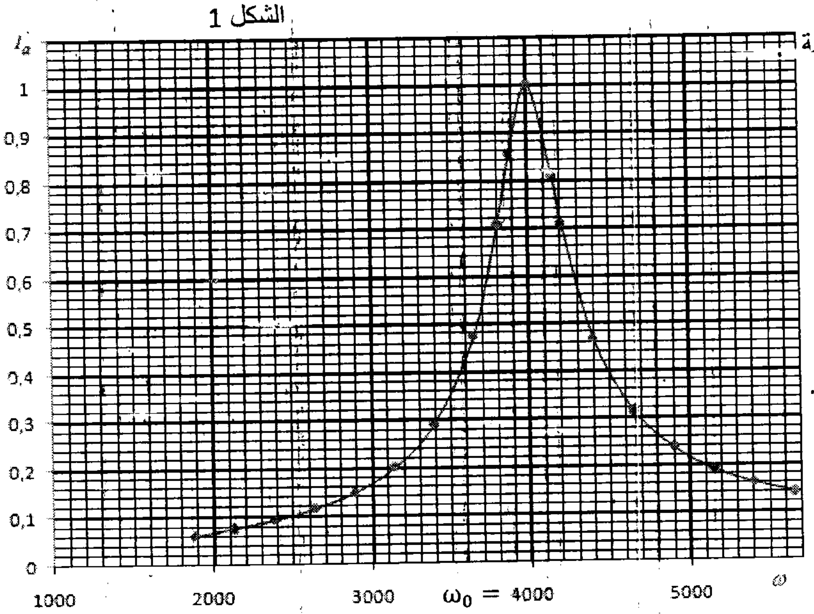
$$\frac{I_a(\omega)}{I_{a_{max}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}{R^2}}}$$

جد معادلة أنباض التقاطع ثم حدد حلولها ω_1 , ω_2

3- استنتج عبارة شريط العبور و عامل الجودة بدلالة الأنباض.

4- تم تسجيل منحنى الرنين $I_a(\omega)$ الشكل (2)

جد قيمة r و L ثوابت الوشيعة.



الشكل 2

<u>التمرين2 :</u>

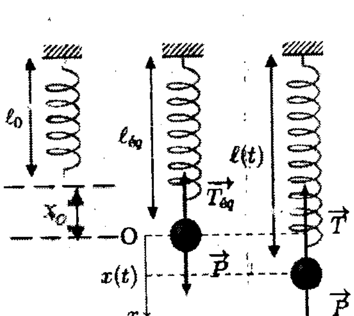
I. علقت كتلة m في طرف نابض لولبي ثابت صلابته k . كما هو ممثل في الشكل (3).

1. جد مقدار تمدد النابض عند التوازن x_0.

نزيح النابض عن موضع توازنه ثم نتركه يهتز بدون سرعة ابتدائية.

2. أكتب المعادلة التفاضلية لحركة m بدلالة الإحداثية x فاصلتها بالنسبة لموضع التوازن.

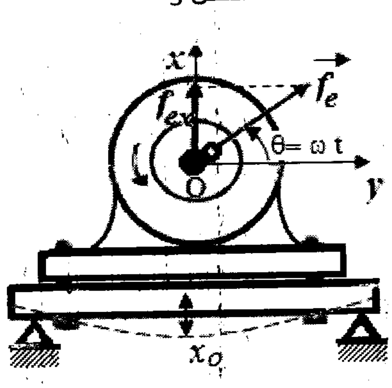
3. أعط عبارة النبض الذاتي بدلالة x_0



الشكل 3

II. محرك مثبت على قضيب مرن (في منتصفه يؤدي دوز نابض), نتيجة لوزن هذا المحرك ينثني القضيب بمقدار x_0 = 1 cm . (الشكل 4)

عند تشغيل المحرك يخضع القضيب إلى قوة شاقولية f_{ex}.



4. أعط شكل هذه القوة.

5. حدد قيمة نبض الرنين ω_r.

6. جد عدد دورات المحرك في الدقيقة عند الرنين.

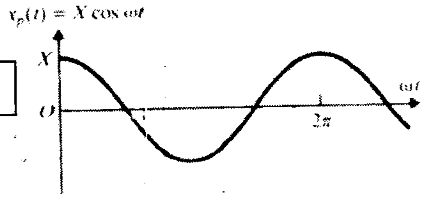
7. كيف يمكن تفادى تحطم النظام.

g= 9,81 m/s²

حل الامتحان فى الفيزياء 3 سنة 2018/2017

أسئلة حول الدرس:

1- الإشارة جيبيه



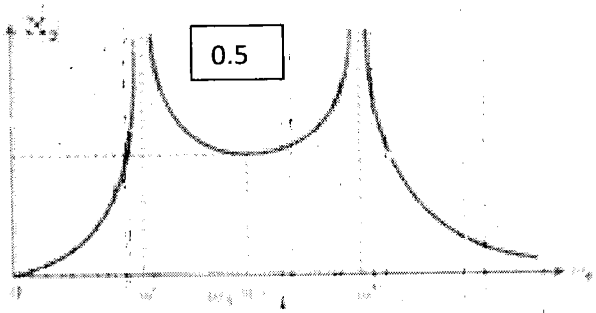
0.25

0.5 | $Q = 0{,}4 < 1/\sqrt{2}$ تخامد قوي. عندما يتزايد التواتر تتناقص السعة العظمى حتى تأخذ قيمة صغيرة جدا | 0.25

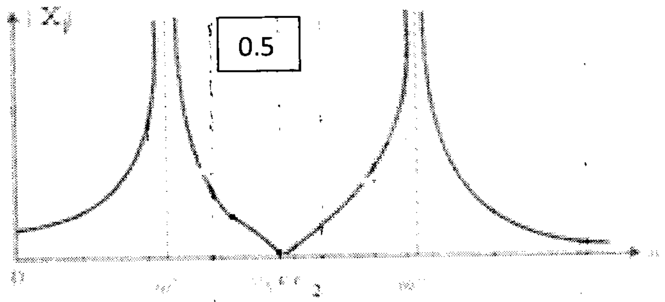
بتعويض R/10 : $Q' = 10\,Q = 4$ تخامد ضعيف. عندما يتزايد التواتر تتزايد السعة العظمى حتى الذروة ثم تتناقص السعة حتى تأخذ قيمة صغيرة جدا 0.5 | 0.5

-2

$$\begin{cases} \ddot{s_1} + \omega_1{}^2 s_1 = a s_2 + A\cos\omega_e t \\ \ddot{s_2} + \omega_2{}^2 s_2 = b s_1 \end{cases}$$ 1



0.5



0.5

-3 نوع الترابط هو ترابط بعطالة 0.5

طريقة مختصرة في حالة الأنظمة المتماثلة

$$\ddot{\theta}_1 + \omega_0{}^2\theta_1 = -a\ddot{\theta}_2$$
$$\ddot{\theta}_2 + \omega_0{}^2\theta_2 = -a\ddot{\theta}_1$$

نضع

$$X(t) = \theta_1 + \theta_2 \quad ; \quad Y(t) = \theta_1 - \theta_2$$ 0.25

$$(1+a)\ddot{X} + \omega_0{}^2 X = 0 \quad ; \quad (1-a)\ddot{Y} + \omega_0{}^2 Y = 0$$

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0{}^2}{(1+a)} X = 0 \quad ; \quad \ddot{Y} + \frac{\omega_0{}^2}{(1-a)} Y = 0$$ 0.25

الأنباض الذاتية 0.25 $\Omega_2 = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{(1-a)}}$ و $\Omega_1 = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{(1+a)}}$ 0.25

$$\theta_1(t) = A_1^{(1)}\cos\left(\Omega_1 t + \phi_1^{(1)}\right) + A_1^{(2)}\cos\left(\Omega_2 t + \phi_1^{(2)}\right)$$ 0.25

$$\theta_2(t) = A_1^{(1)}\cos\left(\Omega_1 t + \phi_1^{(1)}\right) - A_1^{(2)}\cos\left(\Omega_2 t + \phi_1^{(2)}\right)$$ 0.25

التمرين1 :

-1

$$U_c + U_L + U_R - e(t) = 0$$
$$L\frac{di}{dt} + Ri + U_c = e(t) \quad ; \quad q = CU_c \;; i = \frac{dq}{dt}$$ 0.5

0.5

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = U_0\sin\omega t \quad \Rightarrow L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = \omega U_0\cos\omega t \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}\,i = \frac{\omega U_0}{L}\cos\omega t$$

$$\frac{I_a(\omega)}{I_{a_{max}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}{R^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

-2

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm R \quad \Rightarrow \quad \omega^2 \pm \frac{R}{L}\omega - \omega_0^2 = 0 \quad ; \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \qquad \boxed{1}$$

$$\Delta = \left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4\omega_0^2$$

$$\boxed{0.5} \quad \omega_1 = -\frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4\omega_0^2} \quad ; \quad \omega_2 = \frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4\omega_0^2} \qquad \boxed{0.5}$$

-3

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \quad \boxed{0.5} \qquad ; Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{L\omega_0}{R} \quad \boxed{0.5}$$

-4

$$\omega_0 = 4000\, rads^{-1} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{1}{4000^2 893\ 10^{-9}} = 70\, mH \qquad \boxed{0.5}$$

$$(0,5) \quad \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 4200 - 3800 = 400 \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{4000}{400} = 10 \quad (0,5)$$

$$R = R_{ext} + r = \frac{1}{QC\omega_0} \Rightarrow r = \frac{1}{QC\omega_0} - R_{ext}$$

$$r = \frac{1}{10\ 893\ 10^{-9}\ 4000} - 27 = 1\ \Omega \quad (0,5)$$

التمرين2 :

-1

$$\sum \vec{F_i} = \vec{p} + \vec{T}_{éq} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad mg = k\,x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{mg}{k} \qquad \boxed{1}$$

-2

$$T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad ; \quad V = \frac{1}{2}kx^2 \quad ; \quad L = T - V \quad ; \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \qquad \boxed{1}$$

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \qquad \boxed{1}$$

-3

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{x_0}} \qquad \boxed{1}$$

-4

$$F_{ex} = F_0 \sin \omega t \qquad \boxed{1}$$

-5

$$\omega_r = \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{x_0}} = \sqrt{\frac{9,81}{10^{-2}}} = 31,321\, rads^{-1} \qquad \boxed{1}$$

-6

$$\omega_r = 2\pi f_r \quad \Rightarrow \quad f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = \frac{31,321*60}{2\pi} = 299,1 \approx 300\ tr/mn \qquad \boxed{1}$$

-7

$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow f \gg f_r$ يجب الابتعاد عن نبض الرنين بقيمة كبيرة جدا $\boxed{1}$

قسم علوم و التكنولوجيا **الخميس 9-01-2018**

امتحان الأول في مادة المكانيك القياسية

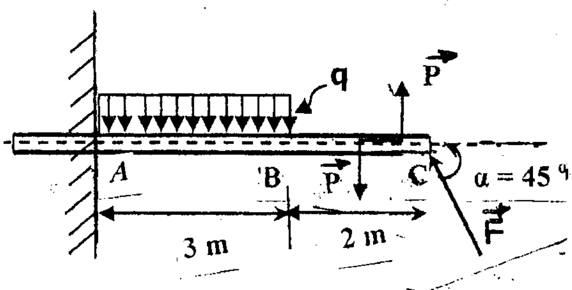
للسنة الثانية : هندسة مدنية- ميكانيكا- تكييف ST2

تمرين رقم 1 الإستاتيك : 5 نقـــاط

أحسب ردود الفعل المسند A علما أن الرافد AC مهملة الوزن خاضعة لمجموعة من القوى، F ، الحمل الموزع و مزدوجة $(\vec{P}, \vec{P})$ المبين في الشكل رقم 1 لما أن:

$AB = 3\ m\ ,\ BC = 2\ m\ ,\ \alpha = 45^{\circ},\ F = 4\ N\ ,\ q = 1{,}5\ N/m\ ,\ P = 2\ N$

ملاحظة: البعد العمودي بين قوتي المزدوجة يساوي $a = 2\ m$ و A مسند موثوق

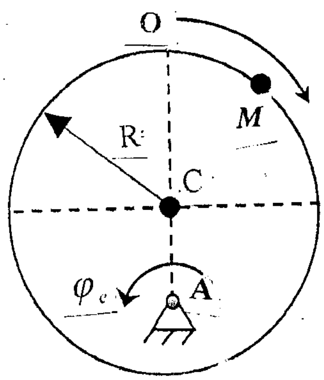


الشكل 1

تمرين رقم 2 لحركة المركبة : 7 نقـــاط

كرية M (Sphère) تتحرك على محيط قرص نصف قطره يساوي R= 2 cm وفقا للمعادلة : $\widehat{OM} = 8\pi t^3,\ cm$ في نفس الوقت القرص يقوم بحركة دورانية حول المحور AZ في المستوي XY وفقا المعادلة : $\varphi_e = 3t^2 + 4t,\ rd$ (AZ عمودي على المستوي XY شكل 2) علما أن : AC =1,5 cm .

عين السرعة المطلقة والتسارع المطلق للكرية M في اللحظة الزمنية $t = 0{,}5\ ,(S)$.



الشكل 2

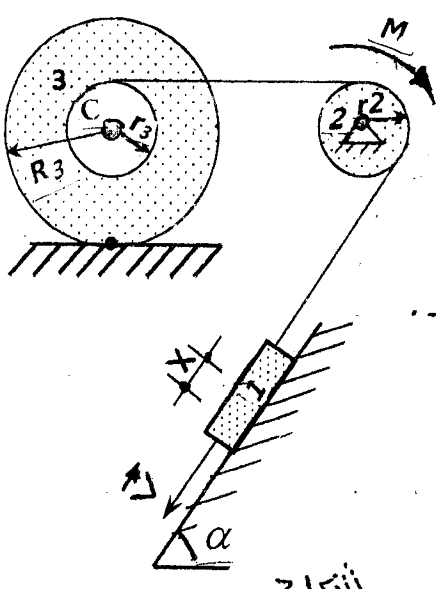
تمرين رقم3 الطاقة الحركية : 8 نقـــاط

جملة ميكانيكية مركبة ثلاث أجسام.

- جسم 1 كتلته M1=m ينزلق على مستوى مائل بزاوية α مع المستوي الأفقي (الشكل رقم3) ، معامل الاحتكاك بين الجسم 1 و المستوي المائل يساوي f.
- بكرة ثابتة 2 كتلتها M2 = 3m ، نصف قطرها r2 =r تدور حول محور ثابت عمودي على مستوى الشكل3 مع العلم أن الجسم 2 خاضع لعزم M .
- بكرة 3 كتلتها M3 =9 m ذات محزين نصف قطريها $R_3 = 2r$ و $r_3 = r$ تتدحرج بدون انزلاق على مستوى أفقي ، نصف قطرها القصور الذاتي $i = r\sqrt{2}$.

الأجسام الثلاثة متصلة ببعضها بعض بخيوط عديمة الإمتطاط و مهملة الكتلة

بتطبيق نظرية الطاقة الحركية عين سرعة و تسارع الجسم 1 علما إن النظام ينطلق من وضعية السكون . ملاحظة: عزم العطالة الجسم 2 يساوي: $I = \frac{1}{2} M_2 r_2^2$



الشكل 3

pour AFFICHAGE

EXERCICE N° 1 : (5 POINTS)

$\sum F_{kx} = 0$; $X_A - F\cos 45° = 0$ (1) (1,0)

$\sum F_{ky} = 0$, $Y_A - Q + F\sin 45° = 0$ (2) (1,0)

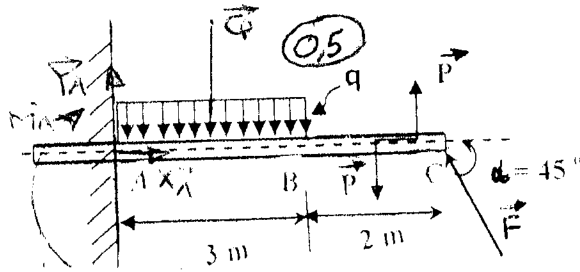
$\sum M_A(\vec{F_k}) = 0 \rightarrow M_A - Q \times 1,5 + F\sin 45 \times 5 + P \times 2 = 0$ (3) (1,25)

$Q = q\ell = 1,5 \times 3 = 4,5\,N$ (0,25)

(1) $\rightarrow X_A = 2,828\,N$ (0,25)

(2) $\rightarrow Y_A = -1,672\,N$ (0,25)

(3) $\rightarrow M_A = +11,390\,N$ (0,5) ✗



EXERCICE N° 2 : (7 POINTS)

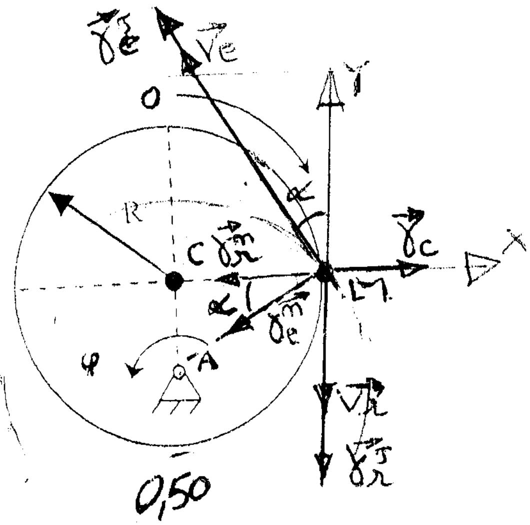
POSITION DU POINT M à $t = 0,5\,s$

$\alpha = \frac{\widehat{CM}}{R} = \frac{8\pi t^2}{2} = \boxed{\frac{\pi}{2}\ \text{rad}}$ (0,50)

VITESSE ABSOLUE $\vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{V_e}$ (0,25)

VITESSE RELATIVE : $\vec{V_r}$ (0,50)

$V_{r\,(t=0,5\,s)} = \frac{d(\widehat{CM})}{dt} = \frac{d(8\pi t^3)}{dt} = 24\pi t^2 = 6\pi = \boxed{18,84\ \text{cm/s}}$



VITESSE D'ENTRAINEMENT $\vec{V_e}$

$V_e = \omega \times AM$ (0,25)

VITESSE ANGULAIRE $\omega = \frac{d\varphi_e}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^2 + 4t)$

$\Rightarrow \omega_{t=0,5} = 6t + 4 = \boxed{7\ s^{-1}}$ (0,25)

$AM = \sqrt{AC^2 + R^2} = \sqrt{1,5^2 + 2^2} = \boxed{2,5\ \text{cm}}$ (0,25)

$\Rightarrow V_e = 7 \times 2,5 = \boxed{17,50\ \text{cm/s}}$ (0,25)

- $\sin\alpha = \frac{AC}{AM} = \frac{1,5}{2,50} = 0,60$ (0,25)
- $\cos\alpha = \frac{CM}{AM} = \frac{2,0}{2,50} = 0,80$

1ère METHODE : $\vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{V_e}$ (0,25)

$V_{ax} = -V_e \sin\alpha = 17,50 \times 0,6 = 10,5\ \text{cm/s} \Rightarrow V_a = \sqrt{V_{ax}^2 + V_{ay}^2} = \sqrt{10,5^2 + (4,84)^2} = \boxed{11,39\ \text{cm/s}}$ (0,25)

✗ $V_{ay} = V_r + V_e \cos\alpha = -18,84 + 17,5 \times 0,8 = -4,84\ \text{cm/s}$ ✗

ACCELERATIONS :

$\vec{\gamma_a} = \vec{\gamma_r} + \vec{\gamma_e} + \vec{\gamma_c} = \vec{\gamma_r^n} + \vec{\gamma_r^\tau} + \vec{\gamma_e^n} + \vec{\gamma_e^\tau} + \vec{\gamma_c}$ (0,25)

$\gamma_r^n = \frac{V_r^2}{R} = \frac{18,84^2}{2} = \boxed{177,74\ \text{cm/s}^2}$ (0,5)

$\gamma_r^\tau = \frac{dV_r}{dt} = 48\pi t = \boxed{75,36\ \text{cm/s}^2}$ (0,5)

$\gamma_e^n = \omega^2 \times AM = 7^2 \times 2,5 = \boxed{122,50\ \text{cm/s}^2}$ (0,50)

- ACCELERATION ANGULAIRE

$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \boxed{6\ s^{-2}}$ (0,25)

$\gamma_e^\tau = \varepsilon \cdot AM = 6 \times 2,50 = \boxed{15\ \text{cm/s}^2}$ (0,50)

$\gamma_c = 2\omega_e V_r \sin(\vec{\omega_e}, \vec{V_r}) = 2 \times 7 \times 18,84 \times 1 = \boxed{263,76\ \text{cm/s}^2}$ (0,50)

PROJECTION SUR LES AXES X et Y

$\vec{\gamma_a} = \vec{\gamma_r^n} + \vec{\gamma_r^\tau} + \vec{\gamma_e^n} + \vec{\gamma_e^\tau} + \vec{\gamma_c}$ (0,25) ✗

$\gamma_{ax} = -\gamma_r^n - \gamma_e^n \cos\alpha - \gamma_e^\tau \sin\alpha + \gamma_c = -177,74 - 122,50 \times 0,8 - 15 \times 0,6 + 263,76 = -20,98$

$\gamma_{ay} = -\gamma_r^\tau - \gamma_e^n \sin\alpha + \gamma_e^\tau \cos\alpha = -75,36 - 122,5 \times 0,6 + 15 \times 0,8 = \boxed{-136,86\ \text{cm/s}^2}$

$\gamma_a = \sqrt{\gamma_{ax}^2 + \gamma_{ay}^2} = \sqrt{(-20,98)^2 + (-136,86)^2} = \boxed{138,39\ \text{cm/s}^2}$ (0,25)

✗

Pour AFFICHAGE

EXERCICE N°3:

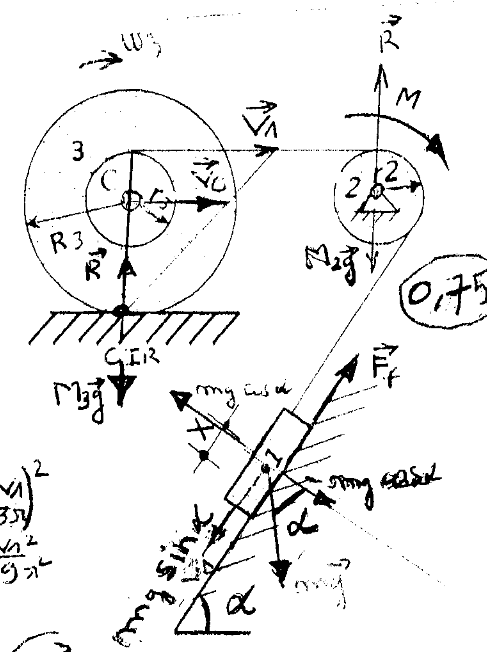
ENERGIE CINÉTIQUE DU SYSTEME:

$\sum T - T_0 = \sum A_k^e + \sum A_k^i$ — 0,25

$T_0 = 0, \sum A_k^i = 0 \Rightarrow T' = \sum A_k^i$

$T' = T_1 + T_2 + T_3$

ENERGIE CINETIQUE DU CORPS:



- $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1 = \boxed{\frac{1}{2} m V_1^2}$ — 0,5
- $T_2 = \frac{1}{2} I \omega_2^2$ — 0,25

$I = \frac{1}{2} m_2 r_2^2 = \frac{1}{2} \times 3m r^2 \Rightarrow T_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 3 m r^2 \times \frac{V_1^2}{r^2}$

$\omega_2 = \frac{V_1}{r}$ — 0,5

$\Rightarrow T_2 = \boxed{\frac{3}{4} m V_1^2}$ 0,5

- $T_3 = \frac{1}{2} M_3 V_C^2 + \frac{1}{2} I_C \omega_3^2$ — 0,25

$I_C = m_3 i^2 = 9 m i^2$ 0,25 $\Rightarrow T_3 = \frac{1}{2} \times 9m \left(\frac{2V_1}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 9 m i^2 \times \left(\frac{V_1}{3r}\right)^2$

$\omega_3 = \frac{V_1}{3r} = \frac{V_C}{2r} \Rightarrow V_C = \frac{2V_1}{3}$ 0,75 $T_3 = \frac{1}{2} \times 9m \times \frac{4V_1^2}{9} + \frac{1}{2} \times 9 m r^2 \times 2 \times \frac{V_1^2}{9r^2}$

$\boxed{T_3 = 3 m V_1^2}$ 0,25

$T' = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{3}{4} m V_1^2 + 3 m V_1^2 = \boxed{\frac{17 m V_1^2}{4}}$ 0,25

TRAVAIL:

$\sum A_k^e = A(\vec{P}_1) + A(\vec{P}_2) + A(\vec{P}_3) + A(\vec{F}_f) + A(\vec{M})$ 0,5

$F_f = -f m g \cos\alpha$

$A(\vec{P}_1) = m g \sin\alpha . X$ 0,5

$A(\vec{M}) = M \phi = M \frac{X}{r}$ — 0,75

$A(\vec{F}_f) = -f m g \cos\alpha . X$ 0,75

$\Rightarrow \sum A_k^e = m g \sin\alpha . X + M \frac{X}{r} - f m g \cos\alpha . X$

$\sum A_k^e = \left[m g (\sin\alpha - f\cos\alpha) + \frac{M}{r}\right] X$

$T' = \sum A_k^e$

$\frac{17}{4} m V_1^2 = \left[m g (\sin\alpha - f\cos\alpha) + \frac{M}{r}\right] X$ — 0,25

$\Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{4\left[m g (\sin\alpha - f\cos\alpha) + \frac{M}{r}\right] X}{17 m}}$ — 0,25

0,25

$\frac{17}{4} \times 2 m V_1 \frac{dV_1}{dt} = \left[m g (\sin\alpha - f\cos\alpha) + \frac{M}{r}\right] \frac{dX}{dt}$

$\frac{dV_1}{dt} \to \gamma_1$, $\frac{dX}{dt} \to V_1$

$\frac{dX}{dt} = V_1$

$\frac{dV_1}{dt} = \gamma$

$\Rightarrow$

$\boxed{\gamma = \left[\frac{g}{8,5}(\sin\alpha - f\cos\alpha) + \frac{M}{m r}\right] X}$ — 0,25

Université Frères Mentouri Constantine 1
Faculté des Sciences de la Technologie
ST2 - B

Le 14/01/2018

Contrôle de la Mécanique Des Fluides

(Durée 1h30min)

Exercice 1 : Pour une pression effective en A p_A=-0.11bar, déterminer la densité d_2 du liquide 2. (Recopier la figure 1)

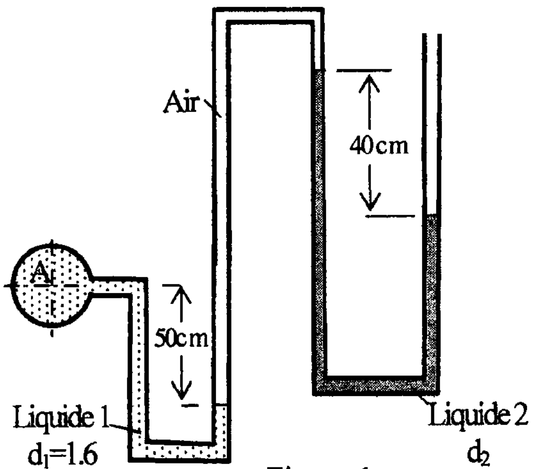


Figure 1

Exercice 2 : Le tube de venturi (figure 2) est placé dans des conduites pour mesurer le débit de l'écoulement à partir de la différence de pression.
Pour un fluide incompressible, parfait montrer que le débit volumique est relié à la lecture h du manomètre par la relation:

$$Q = \frac{A_2}{\sqrt{1-(\frac{D_2}{D_1})^4}}\sqrt{\frac{2gh(\rho-\rho_M)}{\rho}}$$

Où ρ_M et ρ sont les masses volumiques du fluide manométrique et du fluide en écoulement respectivement.

Exercice 3: De l'eau circule d'un grand réservoir 1 par une conduite de diamètre D=15cm et jaillit jusqu'au point B (figure 3). La pression effective au point 1 est 52kPa. Le débit dans la conduite est 20 litres/s.
Calculer la position du point 2 (z_2) pour les deux cas suivants:
1^er cas : On considère que l'eau est **un fluide parfait**.
2^ème cas : On considère que l'eau est un **fluide réel** de viscosité cinématique $\nu=10^{-6}$ m^2/s. La conduite est de longueur L=100m et une rugosité ε=0.15mm. Les coefficients de perte de charge singulière sont k_e=1 et k_c=0.5.

التمرين 1: من اجل ضغط فعال في A قدره p_A=-0.11bar احسب كثافة السائل 2 d_2.(اعد رسم الشكل 1)

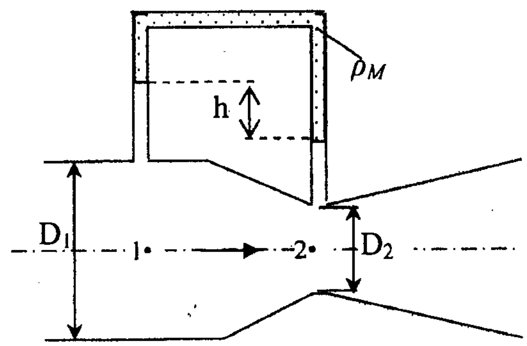


Figure. 2 Tube de venturi

التمرين 2: يوضع أنبوب فنتوري(شكل 2) في قنوات لقياس تدفق السيلان من خلال فرق الضغط.
من اجل مائع غير قابل للضغط و مثالي بين ان التدفق الحجمي بدلالة h يعطى بالعلاقة

$$Q = \frac{A_2}{\sqrt{1-(\frac{D_2}{D_1})^4}}\sqrt{\frac{2gh(\rho-\rho_M)}{\rho}}$$

ρ_M و ρ يمثلان الكتلة الحجمية للمائع المنومتري و المائع في حالة السريان على التوالي.

التمرين 3: ماء يسيل من خزان كبير 1 عبر أنبوب قطره D=15cm ثم ينبعث حتى النقطة 2. (شكل 3). الضغط الفعال في 1 هو 52kPa. التدفق في الأنبوب 20 litres/s. احسب وضعية النقطة 2 (z_2) في الحالتين التاليتين
1- نعتبر الماء **كمائع مثالي.**
2- نعتبر الماء **كمائع حقيقي** لزوجته الحركية $\nu=10^{-6}$ m^2/s. طول الأنبوب L=100m و خشونته ε=0.15mm. معاملات ضياع الحمولة المحلي k_e=1 و k_c=0.5 .

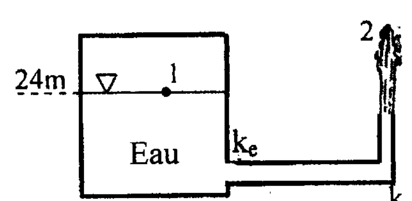


Figure 3

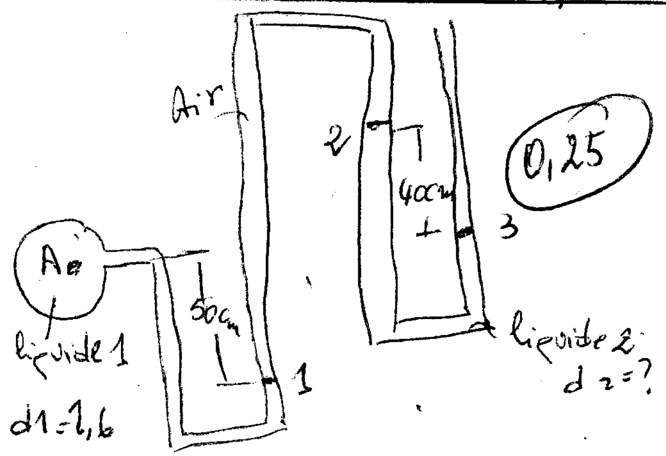
Bon courage

Corrigé du Contrôle

M.D.F. 2018

Exercice 1 (4,5 pts)

- Déterminer la densité du liquide 2



0,25

On applique l'éq. de l'hydrostatique entre A1, 1.2 et 2,3:

$P_A - \cancel{P_1} = \rho_1 g (z_1 - z_A)$ 0,5

$\cancel{P_1} - \cancel{P_2} = 0$ ($\rho_{air} \approx 0$). + 0,5

$\cancel{P_2} - P_3 = \rho_2 g (z_3 - z_2)$ 0,5

0,5

$P_A - P_3 = \rho_1 g (z_1 - z_A) + \rho_2 g (z_3 - z_2)$

$P_3 = P_{atm}$ donc: 0,25

$P_{A\,eff} = \rho_1 g \overbrace{(-0,5)}^{0,5} + \rho_2 g \overbrace{(-0,4)}^{0,5}$

$\rho_2 = \dfrac{P_{A\,eff} - \rho_1 g (-0,5)}{g(-0,4)}$ 0,25

$\rho_1 = d_1 \cdot \rho_{eau}$

$\rho_1 = 1,6 \times 10^3$

$\rho_1 = 1600\ kg/m^3$

0,125

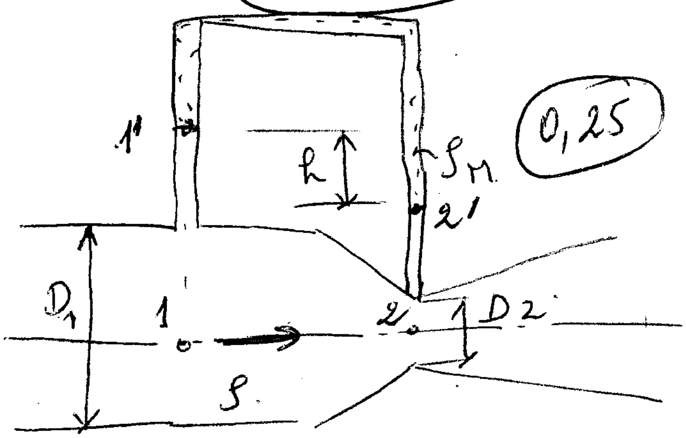
$\rho = -0,11 \times 10^5 - 1600 \times 9,81 (-0,5)$

$\rho_2 = 803,26\ kg/m^3$. 0,25

0,25

la densité $d_2 = \dfrac{\rho_2}{\rho_{eau}} = \dfrac{803,26}{1000} = \boxed{0,803 = d_2}$

Exercice 2 : 5,5 pts



0,25

Déterminer le débit volumique Q :

On a: $Q = U_1 A_1 = U_2 A_2$ 0,5

$U_1 = ?$ et $U_2 = ?$

On applique l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2

$\dfrac{U_1^2}{2g} + \dfrac{P_1}{\rho g} + \cancel{z_1} = \dfrac{U_2^2}{2g} + \dfrac{P_2}{\rho g} + \cancel{z_2}$ 0,5

$z_1 = z_2$ (venturi horizontal) 0,25

$\dfrac{P_1 - P_2}{\rho \cancel{g}} = \dfrac{U_2^2 - U_1^2}{2\cancel{g}}$ - - - - (1)

or: $U_1 A_1 = U_2 A_2 \Rightarrow U_1 = U_2 \dfrac{A_2}{A_1}$

$= U_2 \cdot \dfrac{\pi D_2^2/4}{\pi D_1^2/4}$ 0,5

$U_1 = U_2 \left(\dfrac{D_2}{D_1}\right)^2$ - - (2)

on remplace (2) dans (1) : on trouve :

$\dfrac{P_1 - P_2}{\rho} = \dfrac{U_2^2}{2}\left[1 - \left(\dfrac{D_2}{D_1}\right)^4\right]$ 0,5 détermine $P_2 - P_1$ du tube manométrique : On applique l'éq. de l'hydrostatique entre 1,1', 1'2' et 2',2 :

$$P_1 - P_{1'} = \rho g (z_{1'} - z_1) \quad 0{,}5$$

$$P_{1'} - P_{2'} = \rho_M g (z_{2'} - z_{1'}) \quad + \quad 0{,}5$$

$$P_{2'} - P_2 = \rho g (z_2 - z_{2'}) \quad 0{,}5$$

$$P_1 - P_2 = \rho g (z_{1'} - \cancel{z_1} + \cancel{z_2} - z_{2'}) + \rho_M g (z_{2'} - z_{1'})$$

$$= \rho g (z_{1'} - z_{2'}) + \rho_M g (z_{2'} - z_{1'}) \quad 0{,}5$$

$$\boxed{P_1 - P_2 = g(\rho - \rho_M) h} \quad 0{,}5$$

donc on remplace on trouve :

$$\frac{g(\rho - \rho_M) \cdot h}{\rho} = \frac{U_2^2}{2} \left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4 \right]$$

$$U_2 = \sqrt{\frac{2gh}{\rho} \frac{(\rho - \rho_M)}{\left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4 \right]}} \quad 0{,}25$$

$$\boxed{Q = U_2 A_2 = \frac{A_2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4 \right]}} \sqrt{2gh \left(\frac{\rho - \rho_M}{\rho} \right)}} \quad 0{,}25$$

Exercice 3 (10 pts)

Calculer la position du point 2 (z_2) :

1er cas : fluide parfait

On applique l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 \quad 0{,}5$$

$U_1 = 0$: (grand réservoir). 0,25

$P_1 - P_2 = P_1 - P_{atm} = P_{1\,eff} = 52 \times 10^3\ Pa$ 0,25 0,25

$z_1 = 24\ m$. 0,25

$U_2 = 0$ (point d'arrêt du jet) 0,25

on trouve :

$$z_2 = \frac{P_{1\,eff}}{\rho g} + z_1 \quad 0{,}5$$

$$z_2 = \frac{52 \times 10^3}{10^3 \times 9{,}81} + 24 = \boxed{29{,}3\ m = z_2}$$

2ème cas : fluide réel :

on applique l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + \Sigma \Delta H_L + \Sigma \Delta H_S \quad 0{,}5$$

avec les mêmes conditions du 1er cas :

on trouve :

$$z_2 = \frac{P_{1\,eff}}{\rho g} + z_1 - \Sigma \Delta H_L - \Sigma \Delta H_S \quad 0{,}5$$

Calculer $\Sigma \Delta H_L$ et $\Sigma \Delta H_S$.

$$\Delta H_L = \lambda \frac{U^2}{2g} \frac{L}{D} \quad 0{,}5$$

$$U = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 20 \times 10^{-3}}{\pi (0{,}15)^2} = \boxed{1{,}13\ m/s = U} \quad 0{,}5 \quad 0{,}5$$

$L = 100\ m$.

$D = 0{,}15\ m$.

calculer λ on détermine le régime d'écoulement : on calcule Re :

$$Re = \frac{U.D_H}{\nu} = \frac{1,13 \cdot 0,15}{10^{-6}}$$ 0,5

$Re = 169,5 \times 10^3 > 2300$ Donc 0,5

le régime est turbulent on calcule λ de la formule de Colebrook : 0,5

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log\left(\frac{\varepsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}}\right)$$ 0,5

$$= -2\log\left(\frac{0,15\times10^{-3}}{3,71(0,15)} + \frac{2,51}{169,5\times10^3\sqrt{\lambda}}\right)$$

$$= -2\log\left(0,27\times10^{-3} + \frac{14,8\times10^{-6}}{\sqrt{\lambda}}\right)$$ 0,5

$$= 10 - 2\log\left(27 + \frac{1,48}{\sqrt{\lambda}}\right)$$

on pose $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = X$ ~~on prend X_0~~

$X = 10 - 2\log(27 + 1,48X)$

on résoud cette éq. par la méthode du point fixe :

$X_1 = 10 - 2\log(27) = 7,137$.

$X_2 = 6,85 \rightarrow X_3 = 6,85$ 0,5

donc : $\lambda = \frac{1}{X_3^2} = \frac{1}{6,8^2} = \boxed{0,021 = \lambda}$ 0,5

$$\Delta H_L = 0,021 \cdot \frac{(1,13)^2}{2\times9,81} \cdot \frac{100}{0,15} = \boxed{0,924m = \Delta H_L}$$ 0,5

$$\Sigma\Delta H_S = \Delta H_{S_e} + \Delta H_{S_c}$$

$$= (K_e + K_c)\frac{U^2}{2g}$$ 0,5

0,5

Alors $Z_2 = 29,3 - 0,924 - 0,098$

$= 29,3 - 1,022$

$\boxed{Z_2 = 28,28 \, m}$ 0,5

UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI CONSTANTINE1
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECNOLOGIE
Tronc Commun ST 2ème Année - 2017

EXAMEN FINAL DE TECHNOLOGIE DE BASE
(CORRIGE TYPE)

Questions I : Métaux et alliages

1. Exprimer la différence entre les aciers et les fontes (2 pts): La fonte est un alliage fer-carbone dont la teneur en carbone dépasse 2 %, alors que l'acier est un alliage fer-carbone dont la teneur en carbone ne dépasse pas 2 %.
2. Compléter le tableau suivant en classant les aciers de l'extra-doux à l'extra-dur (2 pts):

Qualité	C (%)	Lim. Rupt. (Mpa)	Allong. (%)
Extra-doux	0.15	400	30
Doux	0.25	500	25
Mi-doux	0.35	600	20
Mi-dur	0.45	700	15
Dur	0.55	800	10
Extra-dur	0.65	900	5

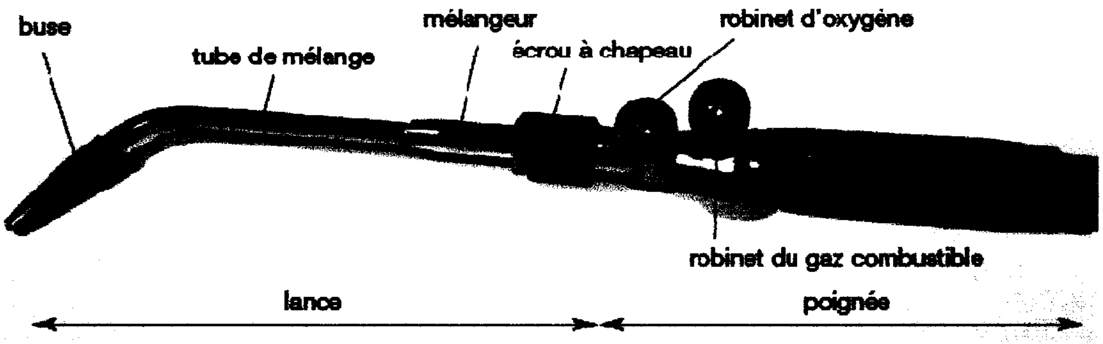
3. Donner la désignation d'un acier contenant : C = 0,2 %; Ni = 3,5 %; Cr = 1 %; Mo = 0,3 % (1 pt) : 20 N C D 14
4. Quels sont les éléments contenus dans cette désignation ? EN-GJMW-380-12 (1 pt): EN- Norme Européenne, GJMW- Fonte malléable à cœur blanc, 380- Résistance minimale à la rupture par traction (MPa), 12- Allongement après rupture en %.
5. Donner les différentes familles des matières plastiques (1 pt): les thermoplastiques, les thermodurcissables et les élastomères
6. Dans les matériaux composites, que représentent les désignations suivantes ? CMO, CMC, CMM ?(1 pt): CMO- Composite à Matrice Organique ; CMC- Composite à Matrice Céramique ; CMM- Composite à Matrice Métallique.
7. Qu'est-ce qu'un matériau intelligent ? donner son intérêt (2 pts): Un matériau intelligent est un matériau qui possède une ou plusieurs propriétés qui peuvent être considérablement modifiées de manière contrôlée par des stmuli externes. Ce matériau est au service de l'être humain.
8. Qu'est-ce qu'un matériau réfractaire ? donner le domaine d'utilisation (1 pt) : les réfractaires constituent les matériaux à base d'argile et des aluminosilicates provenant des feldspaths. Ils sont utilisés en poterie, tuiles, briques, porcelaines,...

Questions II : Procédés d'obtention de pièces

1. Dans le procédé de moulage, citer les différents types de moulage en sable (1 pt) : moulage en sable, moulage en coquille et moulage à la cire perdue.
2. Dans le tournage de pièces mécaniques, qu'appelle-t-on l'opération quand l'outil se déplace :
   a- Parallèlement à l'axe de la pièce (0.5 pt): Chariotage
   b- Perpendiculairement à l'axe de la pièce (0.5 pt) : dressage
3. Citer les modes d'action de la fraise (1 pt): fraisage de profil, fraisage en bout, fraisage combiné et tréfilage
4. Citer deux autres procédés d'obtention de pièces avec enlèvement de matière autres que le tournage et le fraisage (1 pt) : Perçage, brochage, rabotage, taillage...
5. Citer deux autres types de procédés d'obtention de pièces sans enlèvement de matières (1 pt): le laminage, l'extrusion, le profilage, le soudage,...

Questions III : Assemblage de pièces mécaniques

1. Citer 4 méthodes d'assemblage de pièces mécaniques (2 pts) : assemblage par boulonnage, par rivetage, par soudage, par collage,…
2. Expliquer le procédé d'assemblage de pièces utilisant cet outil ? (2 pts): cet outil représente un chalumeau pour soudage par gaz combiné (oxyacétylène) : mélange de l'oxygène et de l'acétylène



Université de Constantine 1

14 /01/2018 Durée : 1h30

LMD 2eme ST

Contrôle d'électronique fondamentale I

Exercice 1 (8 pts):

Soit le circuit suivant en régime continu.

1- Déterminer le modèle de Thévenin équivalent entre les bornes A et B.

On donne : $R_0 = 5\Omega$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 15\Omega$, $R_3 = 20\Omega$ et $E_1 = 8$ V, $E_2 = 12$ V et $E_3 = 2$ V.

2- On place ensuite une résistance de 10 Ω entre les points A et B, calculer le courant I_{AB} et la puissance aux bornes de la résistance de 10 Ω.

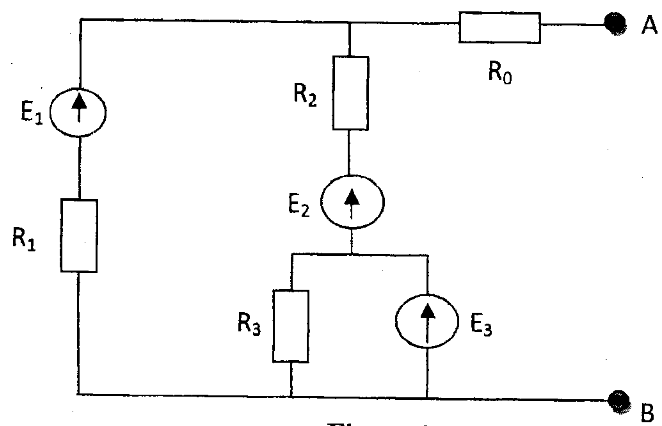


Figure 1

Exercice 2 (6 pts) :

Soit le quadripôle de la figure 2 fermé sur une charge Z_c.

1- Trouver la matrice impédance [Z] du quadripôle Q.

2- Calculer l'impédance d'entrée Z_e du quadripôle fermé sur la charge Z_c=R.

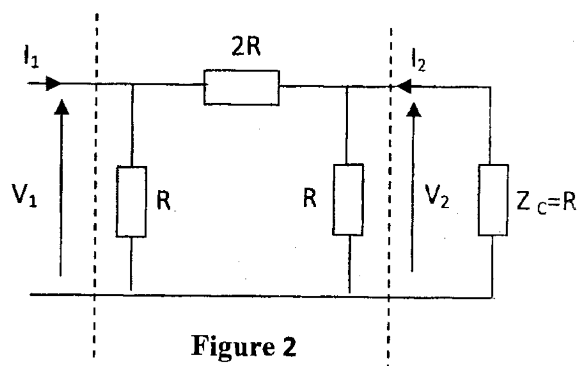


Figure 2

Exercice 3 (6 pts) :

1- Trouver la fonction de transfert H(jω) du circuit de la figure 3 et mettez-la sous la forme :

$$H(j\omega) = \frac{1 + j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_2}$$

préciser ω_1 et ω_2.

2- Tracer le diagramme de Bode dans le cas où : ω_1= 10 rd/s, ω_2= 1 rd/s.

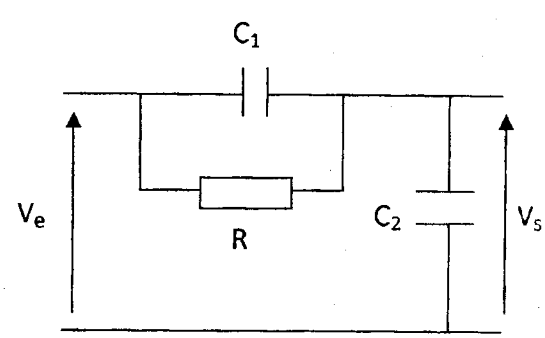


Figure 3

niversité de Constantine I

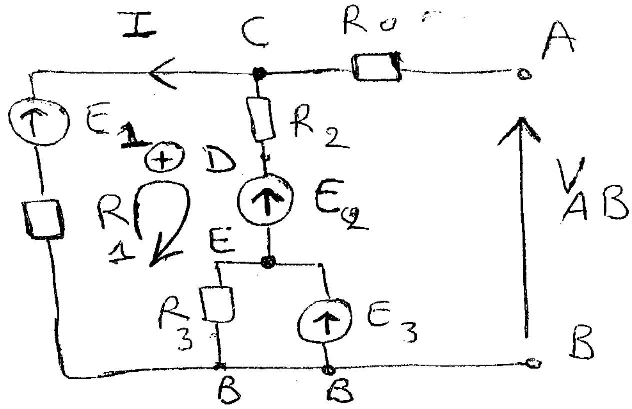
2017/2018

AS-83
14,21

Corrigé type de l'électronique fondamentale I

Exercice N° 1 (7 pts) :

1) Eth et Rth ?



* $E_{th} = V_A - V_B = V_{AB}$

$= (V_A - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_E)$

$+ (V_E - V_B)$. 0,5

$= 0 - R_2 I + E_2 + E_3$ 1

on doit calculer I ? $\Sigma V_i = 0$ (loi des mailles

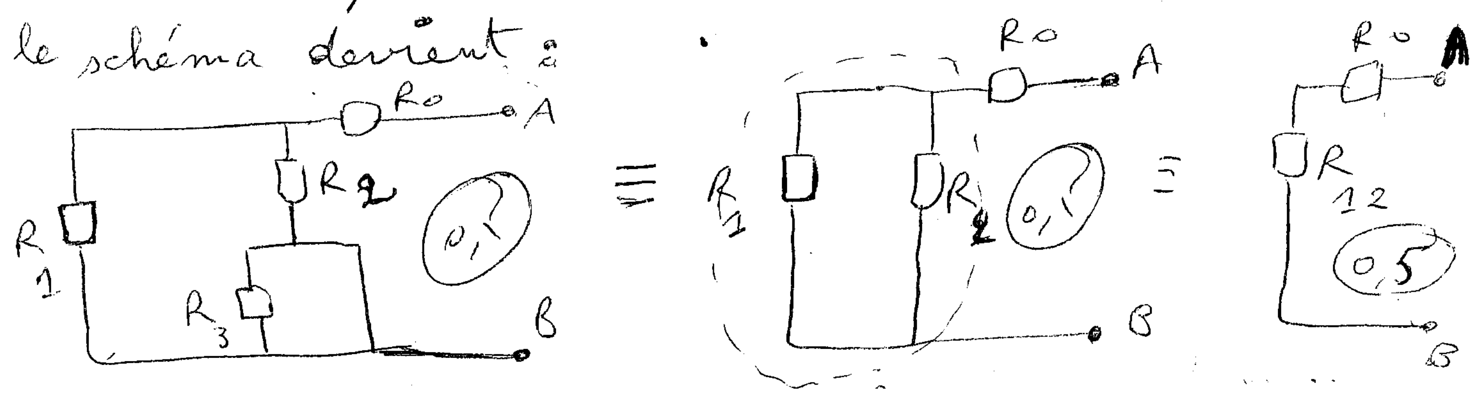
$R_1 I + E_1 + R_2 I - E_2 - E_3 = 0$ 1

$I = \dfrac{E_2 + E_3 - E_1}{R_1 + R_2} = \dfrac{12 + 2 - 8}{10 + 15} = 0,24$ 0,5

donc : $\boxed{E_{th} = 10,4\,V}$ 0,5

* Rth ? on doit passiver tous les générateurs (tension et courants) :

le schéma devient :

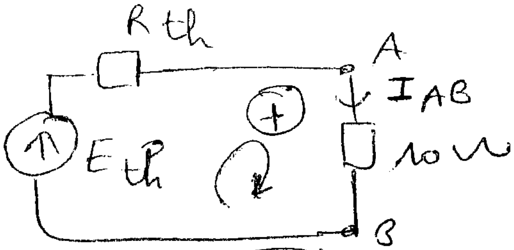


$$R_{th} = R_{12} + R_0 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_0 = \frac{10 \cdot 15}{10+15} + 5 \quad (0,5)$$

$$\boxed{R_{th} = 11\,\Omega} \quad (0,5)$$

2°/ Calcul du courant I_{AB} et $P_{10\Omega}$:

le circuit devient :



(0,25)

$$\sum V_i = 0 \Rightarrow E_{th} - (R_{th} + 10) I_A$$

$$\Rightarrow I_{AB} = \frac{E_{th}}{R_{th} + 10} = \frac{10,}{11+1}$$

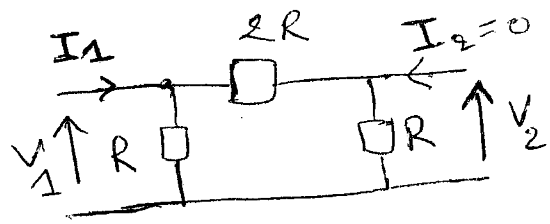
$$\boxed{I_{AB} = 0,49\,A} \quad (0,25)$$

donc ; $P_{10\Omega} = 10 \cdot (I_{AB})^2 = 10\,(0,49)^2.$

$$\boxed{P_{10\Omega} = 2,4 \text{ watt}} \quad (0,5)$$

Exercice N°2 (6 pts) :

1°/ Calcul du [Z]



* $Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = Z_{eq_1}$

$$Z_{eq_1} = (R + 2R) \,//\, R = \frac{3R \cdot R}{3R + R} = \frac{3R^2}{4R} = \frac{3R}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{Z_{11} = 3R/4\ \Omega} \quad (1,5)$$

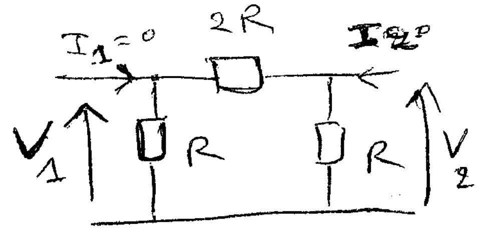
* $Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$

on utilise le diviseur de tension :

$V_2 = R \cdot V_1 \quad = \frac{R \cdot Z_{11} \cdot I_1}{\ } \Rightarrow V_2 = R \cdot 3R/4$

$$\Rightarrow \boxed{Z_{21} = R/4 \ \Omega}$$

et on a $\boxed{Z_{12} = Z_{21} = R/4 \ \Omega}$ 0,5

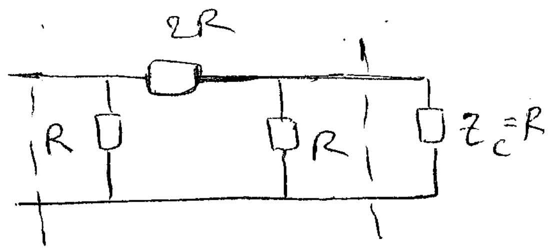


$*\quad Z_{22} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_{eq_2}$

$$Z_{eq_2} = (R+2R) \,//\, R = \frac{3R \cdot R}{3R+R} = \frac{3R^2}{4R} = 3R/4 \ \Omega.$$

$$\boxed{Z_{22} = 3R/4 \ \Omega}$$ 1,5

2°/ L'impédance d'entrée Z_e :



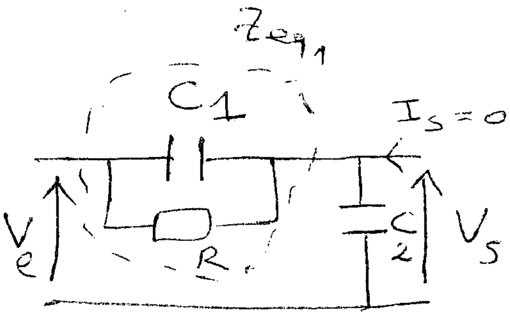
on applique la formule :

$$Z_e = Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + Z_c}$$ 0,5

$$= \frac{3R}{4} - \frac{(R/4)\cdot(R/4)}{\frac{3R}{4} + R} = \frac{5R}{7}$$

$$\boxed{Z_e = 5R/7 \ \Omega}$$ 0,5

Exercice N° 3 : (7pts) :



1°/ on a : $Z_{eq_1} = \dfrac{R \cdot \frac{1}{jC_1\omega}}{R + \frac{1}{jC_1\omega}}$

$$\Rightarrow Z_{eq_1} = \frac{R}{1 + jRC_1\omega}$$ 0,5

on applique le diviseur de tension.

$$V_s = \frac{\frac{1}{jC_2\omega} \cdot V_e}{Z_{eq_1} + \frac{1}{jC_2\omega}} \Rightarrow H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{\frac{1}{jC_2\omega}}{Z_{eq_1} + \frac{1}{jC_2\omega}}$$

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{jC_2\omega}}{\frac{R}{1+jRC_1\omega} + \frac{1}{jC_2\omega}} = \frac{1+jRC_1\omega}{1+jR(C_1+C_2)\omega}$$ (1,5)

donc : $$H(j\omega) = \frac{1+j\omega/\omega_1}{1+j\omega/\omega_2}$$

avec : $\omega_1 = \frac{1}{RC_1}$ rd/s (0,5) ; $\omega_2 = \frac{1}{R(C_1+C_2)}$ rd/s (0,5)

2°/ Diagramme de Bode :

Gain : $$G_{dB} = 20\log_{10}|H(j\omega)| = 20\log_{10}\left|\frac{1+j\omega/\omega_1}{1+j\omega/\omega_2}\right|$$

$$= 20\log_{10}\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2} - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}$$

$$= G_1 + G_2$$ (0,75)

phase : $$\phi = \arg\left(1+j\frac{\omega}{\omega_1}\right) - \arg\left(1+j\frac{\omega}{\omega_2}\right)$$

$$= \operatorname{arctg}\frac{\omega}{\omega_1} - \operatorname{arctg}\frac{\omega}{\omega_2} = \phi_1 + \phi_2$$ (0,75)

Les asymptotes :

* G_1, ϕ_1 : $\omega \ll \omega_1$: $\begin{cases} G_1 \simeq 0 \text{ dB} \\ \phi_1 \simeq 0 \text{ rd} \end{cases}$

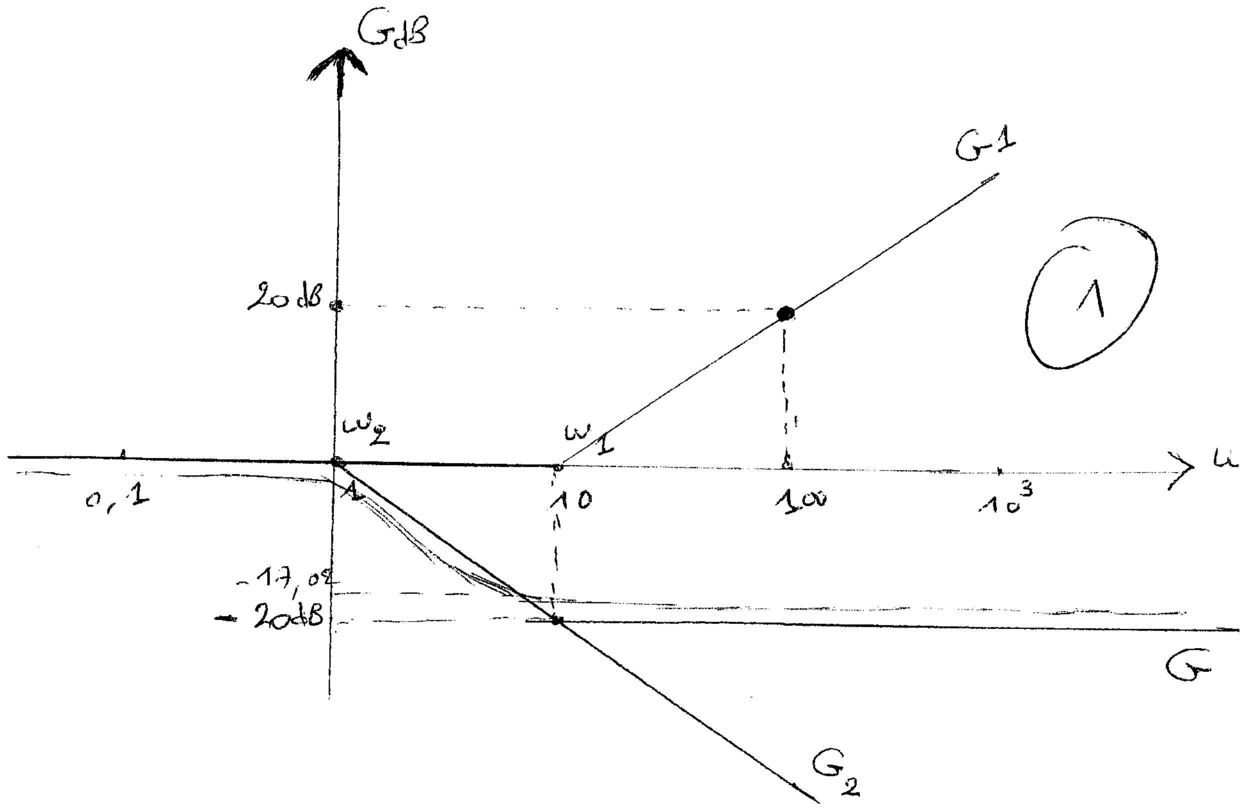
(0,25) $\omega \gg \omega_1$: $\begin{cases} G_1 \simeq 20\log\frac{\omega}{\omega_1} \rightarrow \text{droite de pente } 20\text{dB/décade} \\ \phi_1 \simeq \pi/2 \text{ rd.} \end{cases}$

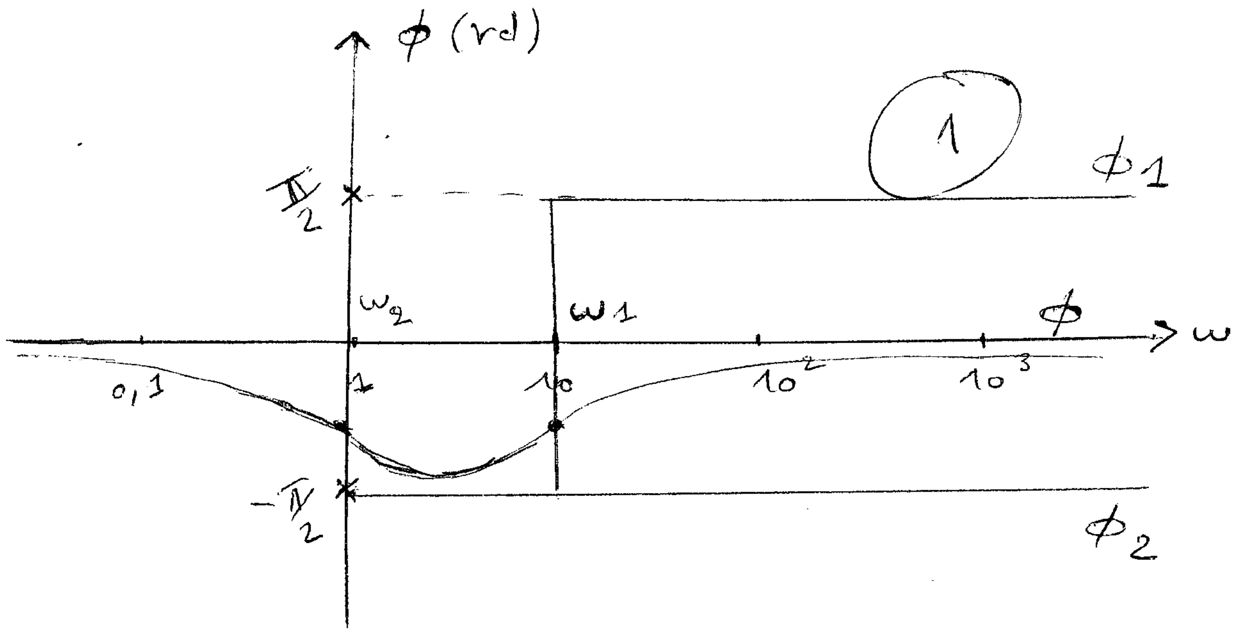
* G_2, ϕ_2 : $\omega \ll \omega_2$: $\begin{cases} G_2 \simeq 0 \text{ dB} \\ \phi_2 \simeq 0 \text{ rd} \end{cases}$

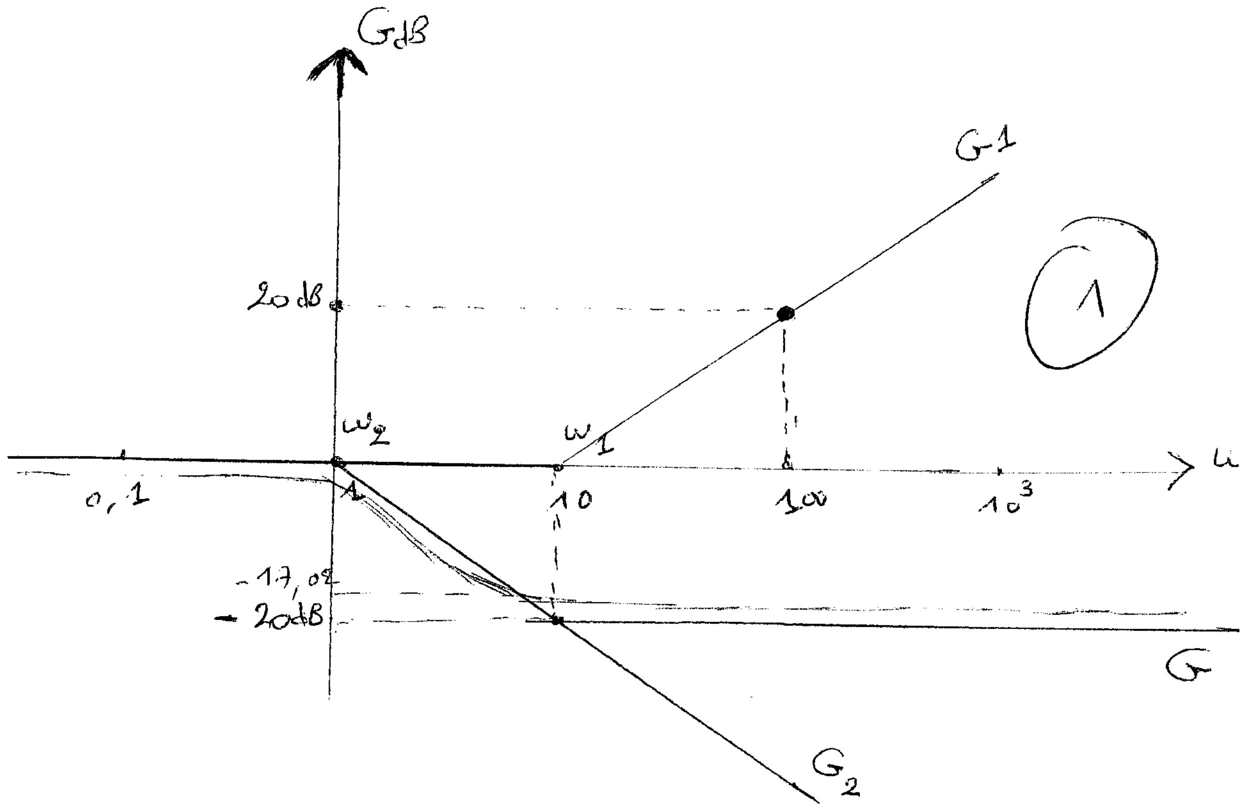
(0,25)

$\omega \gg \omega_2$ $\begin{cases} G_2 \simeq -20\log\frac{\omega}{\omega_2} \rightarrow \text{droite de pente} \end{cases}$

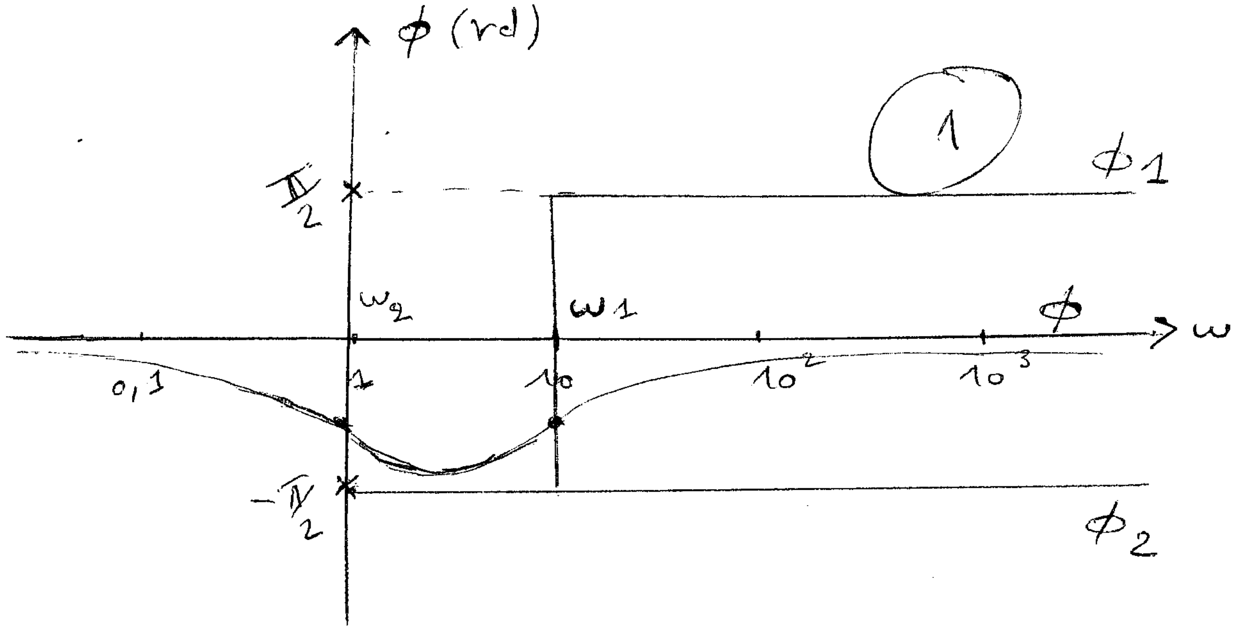
20dB/décade


GdB
G1
20 dB
1
ω2
ω1
u
0,1
1
10
100
10^3
-17,02
-20dB
G
G2


ϕ (rd)
1
ϕ1
π/2
ω2
ω1
ϕ
ω
0,1
1
10
10^2
10^3
-π/2
ϕ2



GdB
G1
20 dB
ω2
ω1
ω
0,1
10
100
10^3
-17,02
-20dB
G
G2
1



φ (rd)
π/2
-π/2
ω2
ω1
φ
ω
0,1
1
10
10^2
10^3
φ1
φ2
1

Université des frères Mentouri Constantine
Faculté des sciences de la technologie
Durée 1h30

LMD S.T.2

08/01/2018

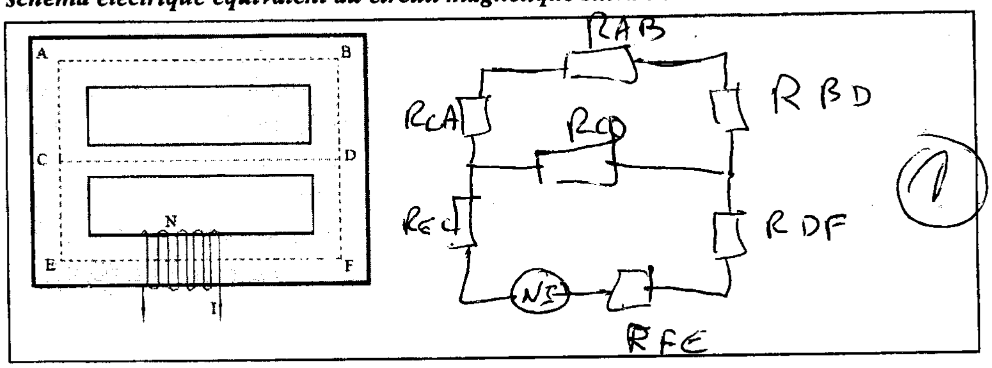
Contrôle N° 01 de l'électrotechnique fondamentale 01

Questions de cours (06 points)

1. ***Donner l'équivalent des grandeurs électriques suivant :***

• f.e.m	• Fmm
• le courant	• Φ
• R la résistance	• la reluctance

2. ***donner le schéma électrique équivalent du circuit magnétique suivant:***



1

3. ***Cocher la bonne réponse pour les questions ci-dessous :***

Un transformateur comporte :
- Une partie électrique primaire et secondaire
- Une partie mécanique
- Une partie magnétique
- Un système balais collecteur

La reluctance est :
- La résistance électrique du matériau
- La résistance magnétique du matériau
- La perméabilité du matériau

Le transformateur est une machine électrostatique à courant
- Continu
- Alternatif
- Continu et alternatif

pour une charge RC en série (R=10Ω, C=100µF, f=50Hz), la tension est en avance par rapport au courant
- Oui
- Non

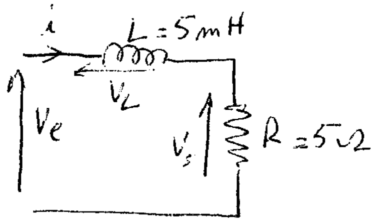
Dans une charge capacitive le signe (-) de la puissance réactive signifie que la charge :
- Fournie une puissance réactive
- Absorbe une puissance réactive
- La puissance apparente est nulle

Dans un système triphasé déséquilibré le courant de ligne est égal :
- la puissance apparente globale divisé par $\sqrt{3} * U_{LL}$
- La somme vectorielle des courants dans les différents nœuds de ligne

Nom & prénom :

Correction du contrôle N°1 de ELTF01 // 2017/2018

Exo 1 : 07



$V_e = V_m \sin(\omega t + 0)$

$\underline{V_s} = \dfrac{R}{R + jL\omega}\,\underline{V_e}$ 0,5 (diviseur de tension)

$\underline{V_s} = \dfrac{R\,V_m \angle 0}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}\angle \mathrm{arctg}\left(\frac{L\omega}{R}\right)} = \dfrac{R\,V_m}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}} \angle -\mathrm{arctg}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$

$\underline{V_L} = \dfrac{jL\omega}{R + jL\omega}\,\underline{V_e} = \dfrac{L\omega \cdot V_m \angle 0+(\pi/2)}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}\angle \mathrm{arctg}\left(\frac{L\omega}{R}\right)}$ 0,5

$= \dfrac{L\omega V_m}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}} \angle \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$

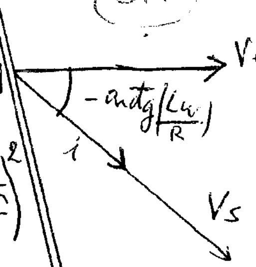
$\underline{i} = \dfrac{\underline{V_e}}{\underline{Z_{eq}}} = \dfrac{V_m}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}}\,\dfrac{\angle 0}{\angle \mathrm{arctg}(L\omega/R)}$

$\underline{i} = \dfrac{V_m}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}} \angle -\mathrm{arctg}(L\omega/R)$ 0,5

$\underline{i}$ 4,04 ∠ 17,44 * 0,5

$P = R \cdot I_{eff}^2$

$I_{eff} = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}} = \dfrac{V_m}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{R^2+(L\omega)^2}} = 4{,}04\,A$ 0,5

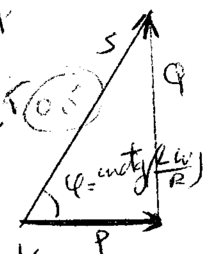


$P = 5 \times \left(\dfrac{21{,}213}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{5^2+(5\cdot 10^{-3}\times 2\pi\cdot 50)^2}}\right)^2$

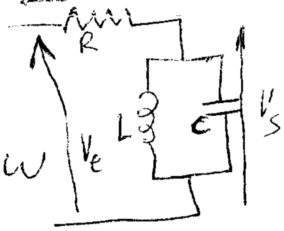
$P = 40{,}8\,W$

$Q = L\omega I_{eff}^2 = 12{,}82$ VAR 0,25

$S = \sqrt{P^2+Q^2} = 42{,}77$ VA 0,25 0,5



$\dfrac{V_s}{V_e} = ?$



$\underline{Z}'_{eq} = ?$

$\dfrac{1}{\underline{Z}'_{eq}} = \dfrac{1}{Z_L} + \dfrac{1}{Z_C} = \dfrac{1}{jL\omega} + jC\omega$

$\dfrac{1}{\underline{Z}'_{eq}} = \dfrac{1 - LC\omega^2}{jL\omega}$

$\Rightarrow \underline{Z}'_{eq} = j\,\dfrac{L\omega}{1 - LC\omega^2}$

$\underline{V_s} = \dfrac{Z'_{eq}}{R + Z'_{eq}}\,V_e$ (diviseur de tension)

$\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \dfrac{\frac{jL\omega}{1-LC\omega^2}}{R + \frac{jL\omega}{1-LC\omega^2}}$

$\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \dfrac{jL\omega}{1-LC\omega^2} \times \dfrac{1-LC\omega^2}{R(1-LC\omega^2)+jL\omega}$

$\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \dfrac{jL\omega}{R(1-LC\omega^2)+jL\omega}$

$* \dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \dfrac{L\omega}{\sqrt{R^2(1-LC\omega^2)^2+(L\omega)^2}} \angle \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\left(\frac{L\omega}{R(1-LC\omega^2)}\right)$ 0,5

$\underline{i} = \dfrac{\underline{V_e}}{\underline{Z_{eq}}}$ // $\underline{Z_{eq}} = R + j\,\dfrac{L\omega}{1-LC\omega^2}$

$* \underline{i} = \dfrac{21{,}213}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{L\omega}{1-L\omega^2 C}\right)^2}} = 4{,}04 \angle -17{,}48$

* charge inductive (courant en retard par rapport à la tension) 0,5

$* P = V_{eff}\cdot I_{eff}\cdot\cos\varphi = \dfrac{21{,}213}{\sqrt{2}} \times \dfrac{4{,}04}{\sqrt{2}} \times \cos(17{,}48)$ 0,5

$P = 40{,}8\,W$

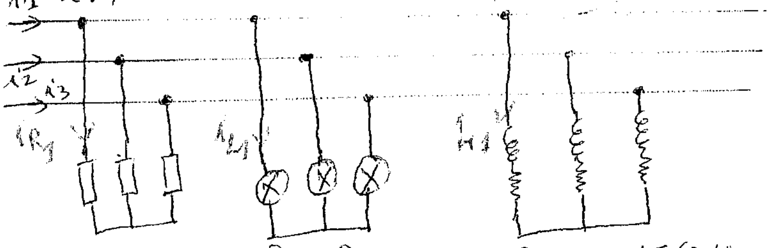
$* Q = V_{eff}\cdot I_{eff}\cdot\sin\varphi = 12{,}8$ VAR 0,5

$(\varphi = \varphi_V - \varphi_i = 0 - (-17{,}48) = 17{,}48)$ 0,5

$* S = \sqrt{P^2+Q^2} = 42{,}76$ VA

EXO 2

i_1 230/380 V, 50 Hz



$P_R = 3 \times P_{R1}$
$P_R = 3 \times 1\,10^3$
$P_R = 3\,KW$

$P_L = 3 P_{L1}$
$P_L = 3 \times 400\,W$
$P_L = 1{,}2\,KW$

$P_M = \sqrt{3}\, U I \cos\varphi_M$
$P_M = 6\,KW$
$Q_M = 5\,KVAR$

Partie 01

$P_T = P_R + P_L + P_M = 3\,10^3 + 1{,}2\,10^3 + 6\,10^3 = 10{,}2\,KW$ (0,5)

$Q_T = 5\,KVAR = Q_M$ (0,5)

$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(10{,}2\,10^3)^2 + (5\,10^3)^2} = 11{,}36\,10^3\,VA$

$S_T = 11{,}36\,KVA$

$i_1 = i_2 = i_3 = \frac{S}{\sqrt{3}\,U_{eff}} = \frac{11{,}36\,10^3}{\sqrt{3}\,380} = 17{,}26\,A$ (valeur efficace) (0,5)

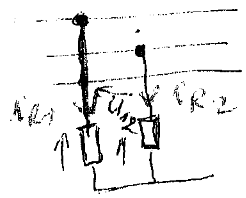
$\cos\varphi_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{10{,}2\,10^3}{11{,}36\,10^3} = 0{,}898$

$\Rightarrow \varphi_T = 27{,}13°$ (0,5)

Partie 02

Le radiateur de la phase 03 débranché

$\Rightarrow i_{R3} = 0 \Rightarrow i_{R1} = -i_{R2}$



$U_{12} - R\, i_{R1} + R\, i_{R2} = 0$

$\Rightarrow U_{12} - R\, i_{R1} - R\, i_{R1} = 0$

$\Rightarrow U_{12} = 2R\, i_{R1}$

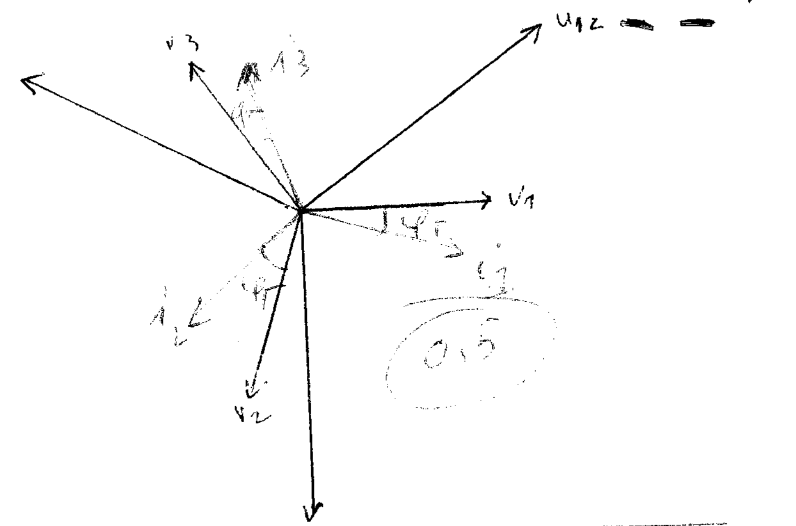
$R = ?$ $\quad P_{R1} = 1\,KW = \frac{V_{LN}^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V_{LN}^2}{P_{R1}} = \frac{230^2}{1000}$

$R = 52{,}9\,\Omega$

$\Rightarrow i_{R1} = \frac{U_{21}}{2R} = \frac{380\angle 30}{2 \times 52{,}9\angle 0} = 3{,}6\angle 30°\,A$

$i_{R2} = 3{,}6\angle 30-180 = 3{,}6\angle -150\,A$

1



$i_{L1} = \frac{P_L}{3V} = \frac{P_{L1}}{V} = \frac{400}{230} = 1{,}74\angle 0\,A$ (0,5)

$i_{L2} = 1{,}74\angle -120°\,A$

$i_{L3} = 1{,}74\angle +120°\,A$

$i_{M1} = \frac{P_M}{3V\cos\varphi_M} = 11{,}87\angle -39{,}8$ $\quad$ $\varphi = $ arctg $\frac{Q}{P}$; $\varphi = 39{,}8°$; $\cos\varphi = 0{,}768$

$i_{M2} = 11{,}87\angle -39{,}8-120$

$i_{M2} = 11{,}87\angle -159{,}8°$ (0,5)

$i_{M3} = 11{,}87\angle -39{,}8+120$

$i_{M3} = 11{,}87\angle 80{,}2°$

$i_1 = i_{M1} + i_{L1} + i_{R1}$

$= 11{,}87\cos(-39{,}8) + 1{,}74\cos(0) + 3{,}6\cos(30)$

$+ j\,[11{,}87\sin(-39{,}8) + 1{,}74\sin(0) + 3{,}6\sin(30)]$

$i_1 = 13{,}98 - j\,5{,}8 = 15{,}13\angle -22{,}5°\,A$

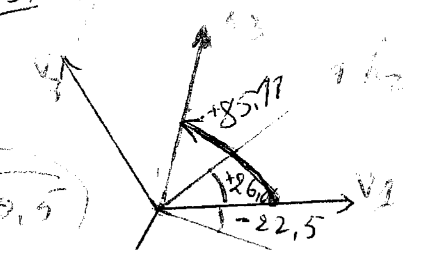
$i_2 = i_{M2} + i_{L2} + i_{R2}$

$i_2 = -15{,}13 - j\,7{,}4 = 16{,}84\angle +26{,}06\,A$

$i_3 = i_{M3} + i_{L3}$

$= 1{,}13 + j\,13{,}21$

$i_3 = 13{,}26\angle 85{,}11\,A$ (1)



Suite correction du contrôle N°1 ELTF01 2017/2018