Université El Bachir El Ibrahimi BBA — 2021/2022
Faculté des sciences et de la technologie — Matière :Maths3
2 ème année (ST, GC, GP, GM, AUTO, ELECT ) — D.r A Bourahli

**Série** $N^o 03$
**Equations différentielles**

**Exercice1** Résoudre les équations différentielles suivantes

1) $y' sinx - ycosx = 0$
2) $y' + \frac{xy}{1-x^2} = 0$
3) $y' = \frac{x^2+3y^2}{2xy}$
4) $\left(1-x^3\right) y' + 3x^2 y = -y^2$

**Exercice2** Donner l'ensemble des solutions des équations différentielles suivantes

1) $y' - 4y = 3$ pour $x \in \mathbb{R}$
2) $y' + y = 2e^x$ pour $x \in \mathbb{R}$
3) $y' - tanxy = sinx$ pour $x \in -\left]\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$
4) $y' - \frac{y}{x} = x$ pour $x \in \mathbb{R}_+^*$
5) $(1+x) y' = 2 - y$ pour $x \in \mathbb{R}$

**Exercice3** Résoudre les problèmes de Cauchy suivants

1) $y' - 2y = 4, y(0) = 0, x \in \mathbb{R}$
2) $y' = \frac{y+1}{x}, y(1) = 0, x > 0$
3) $y' - 2y = 2x, y(0) = \frac{1}{4}, x \in \mathbb{R}$
4) $x^2 y' - (2x-1) y = x^2, y(1) = 1, x > 0$
5) $(x+1) y' - xy + 1 = 0, y(0) = 2, x > -1$

**Exercice4** Résoudre les équations différentielles suivantes

1) $y'' - 5y' + 6y = 0$
2) $y'' + 4y' + 4y = 0$
3) $y'' + 2y' + y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0$
4) $y'' + 4y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2$
5) $y'' + 3y' = 0, y(0) = 0, y(1) = 1$

**Exercice5** Résoudre les équations différentielles suivantes

1) $y'' - 3y' + 2y = 4x^2$
2) $y'' + 2y' + y = 0$
3) $y'' + y = cosx$
4) $y'' - y = -6cosx + 2sinx$

**Exercice6** Pour chacune des equations aux dérivées partielles ci-dessous, indiquer son ordre, si elle est linéaire ou non, si elle est linéaire homogène ou non

1) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial u}{\partial y} = y$

2) $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + u\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = 1$

3) $\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = 0$

4) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = sinx$

5) $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + sinu = e^y$

**Exercice7** Vérifier que les solutions $u(x,y) = x^2 - y^2$ et $u(x,y) = e^x siny$ sont bien des solutions de l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

**Exercice8** Résoudre l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u = 0$$

ou $u = u(x,y)$

**Exercice9** Déterminer la solution générale $u = u(x,y)$ de l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

En utilisant les nouvelles coordonées $\xi = x + y$ et $\eta = x - y$

**Exercice10** Calculer les intégrales suivantes en utilisant les propriétés des fonctions gamma et beta

1) $\int_0^{+\infty} u^4 e^{-u^3} du$

2) $\int_a^{+\infty} e^{2au-u^2} du$

3) $\int_0^1 \frac{du}{\sqrt[3]{1-u^4}}$

4) $\int_{-1}^1 \left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{\frac{1}{2}} du$