

Université Paris 5 / UFR de Mathématiques et Informatique
L3 MIA
Systèmes Numériques de Communication

Epreuve de contrôle continu (1h25) - 11 avril 2005

Documents et téléphones interdits. Calculatrices inutiles

Il est attendu la plus grande rigueur dans la rédaction des réponses, qui devront être claires, courtes et précises à la fois. Les trois parties peuvent être abordées dans l'ordre qui vous conviendra, mais les réponses à chaque partie ne devront pas être dispersées dans la copie. Vous trouverez en annexe quelques compléments éventuellement utiles pour les exercices.



Gaël Mahé, Université Paris 5 / UFR math-info, 2005.

La diffusion de ce document est régie par une [Licence Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

1 Questions de cours (7 points)

- 1) Quel est l'intérêt du code biphase (Manchester) par rapport au code NRZ ?
- 2) Dans une fibre optique, qu'est-ce que la dispersion intermodale ? En quoi limite-t-elle le débit ? Pourquoi est-elle plus faible pour les fibres à gradient d'indice que pour celles à saut d'indice ?
- 3) Quel est l'intérêt de la diffraction des ondes radio pour la radiodiffusion ? Pourquoi un système de radiodiffusion terrestre longue distance n'est pas envisageable aux hyperfréquences (fréquences au-delà de 10 GHz) ?
- 4) Donner deux intérêts de la modulation de porteuse.
- 5) Dessiner une constellation de modulation de phase à 8 états (MDP-8) et indiquer pour chaque symbole le mot binaire correspondant, en considérant un codage de Gray.

2 Exercices

2.1 Interférence entre symboles, débit et probabilité d'erreur (6 points)

On considère une transmission 8-aire (alphabet de 8 symboles) en bande de base sur un canal bruité de bande passante $\mathcal{B} = 70$ kHz. Le bruit de canal a une densité spectrale de puissance constante $N_0/2$. La puissance d'émission étant fixée, le rapport $(E_b/N_0)_{\text{dB}}$ (énergie par élément binaire sur N_0) est fonction du débit binaire D comme indiqué sur la figure 1

- 1) Combien de bits porte chaque symbole transmis ?
- 2) Pour annuler l'interférence entre symboles (IES), on utilise des impulsions en cosinus surélevé avec un facteur de retombée $\alpha = 0.4$. La durée T de chaque symbole doit alors vérifier :

$$\frac{1 + \alpha}{2T} \leq \mathcal{B}$$

Exprimer le débit maximal D_{max} sans IES en fonction de \mathcal{B} et α , puis le calculer.

- 3) On souhaite que la probabilité d'erreur par symbole n'excède pas 10^{-5} . D'après les courbes ci-dessous, le débit précédemment calculé permet-il d'atteindre cette performance ? Si non,
 - quel doit être le débit ?
 - permet-il une transmission sans IES ?

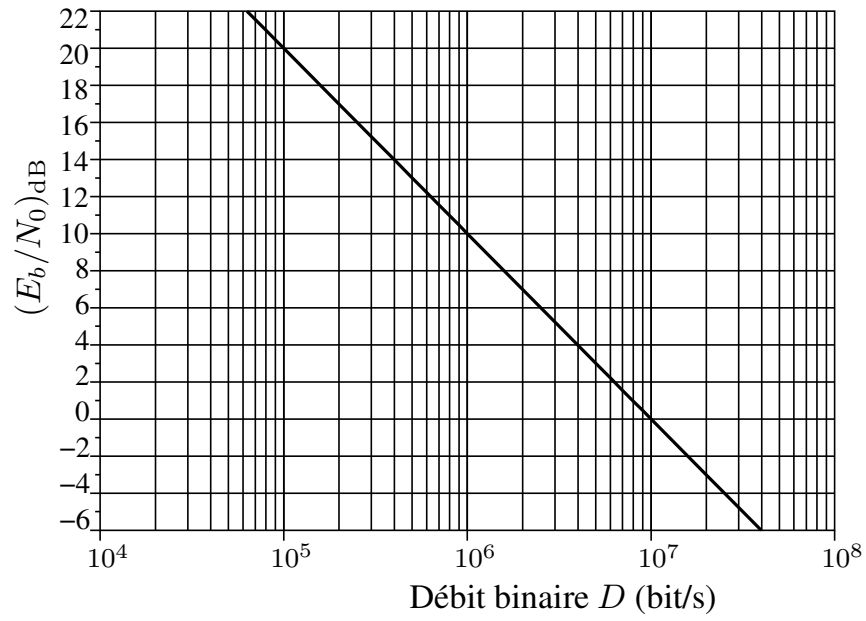


FIG. 1 – Rapport $(E_b/N_0)_{\text{dB}}$ en fonction du débit D .

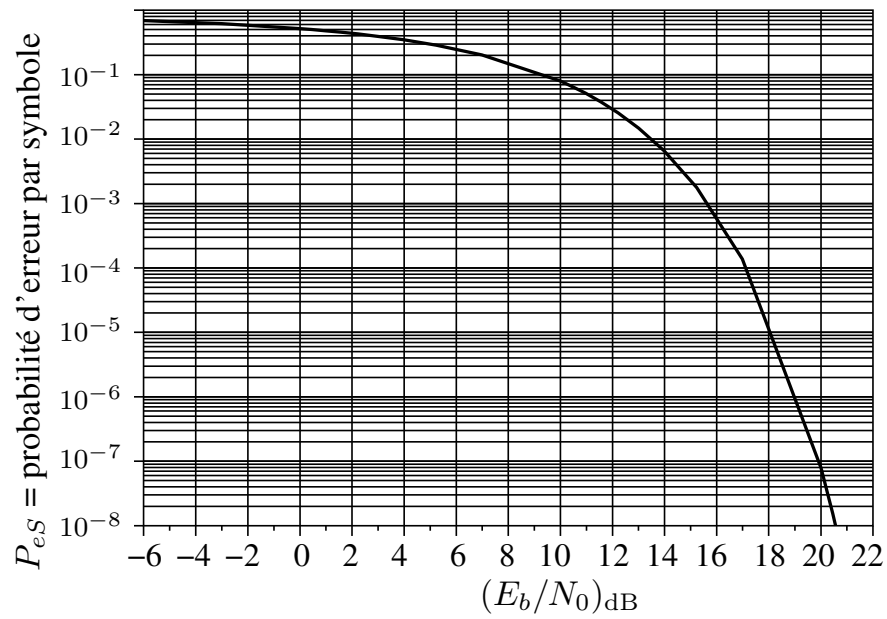


FIG. 2 – Probabilité d'erreur par symbole pour un code NRZ à symboles 8-aires.

2.2 Transmission binaire en bande de base (7 points)

On considère une transmission binaire en bande de base sur un canal bruité de bande passante infinie. En réception, on prélève, à intervalle $T = 1/D$ (D étant le débit binaire), une valeur z telle que :

$$\begin{aligned} z &= -A + b \quad \text{si un 0 a été émis} \\ z &= A + b \quad \text{si un 1 a été émis} \end{aligned}$$

avec A une valeur déterministe positive (dépendant de la puissance émise) et b une variable aléatoire gaussienne centrée de variance σ^2 (dépendant du bruit du canal).

On suppose que le rapport signal à bruit est suffisamment fort pour que $A > 2\sigma$. La détection de la valeur binaire émise (0 ou 1) se fait de la manière suivante :

- si $z < -A + 2\sigma$, alors on détecte 0 ;
- si $z > A - 2\sigma$, alors on détecte 1 ;
- si $-A + 2\sigma < z < A - 2\sigma$, alors on considère qu'il y a trop d'incertitude sur la valeur du bit émis, et on demande la ré-émission de la trame d'appartenance du bit.

1) On note $P(R|0)$ (respectivement $P(R|1)$) la probabilité de demande de ré-émission conditionnellement à l'émission d'un 0 (respectivement conditionnellement à l'émission d'un 1). Montrer que ces probabilités s'expriment :

$$P(R|0) = P(R|1) = P(2\sigma < b < 2A - 2\sigma)$$

2) En supposant que les valeurs 0 et 1 sont équiprobables, exprimer la probabilité de demande de ré-émission P_R en fonction de $P(R|0)$.

3) Montrer que $P_R = Q(2) - Q(\frac{2A}{\sigma} - 2)$, où Q est la fonction définie par :

$$Q : x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-z^2/2} dz$$

3 Annexe

Densité de probabilité p d'une variable aléatoire gaussienne centrée de variance σ^2 :

$$p(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right)$$

Il en résulte que :

$$\forall \alpha, \beta > 0, \quad P(\alpha < z < \beta) = P(-\beta < z < -\alpha)$$