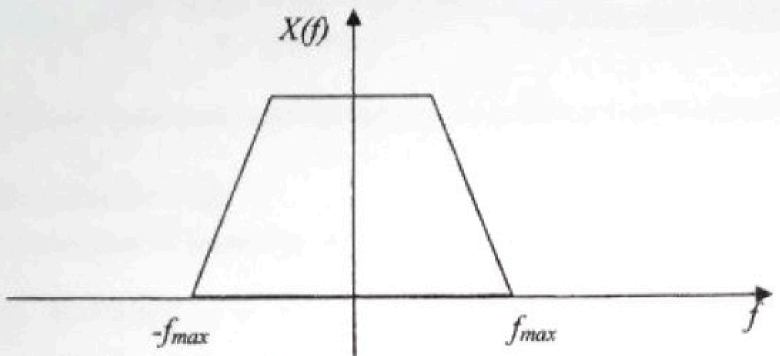
Université de Bordj Bou Arréridj
Année universitaire 2017/2018
Département d'Electronique
TD01
Unité : TNS

Dr. Khaled ROUABAH
M1-ST

Exercice N° :01

Soit *x(t)* un signal ayant un spectre *X(f)* limité en fréquence défini par :
$X(f) = 0 \quad pour \quad f \geq |f_{max}|$. Ce spectre est représenté sur la figure ci-dessous :



Soit f_e la fréquence d'échantillonnage.

1. Démonter, schématiquement, que f_e doit être supérieure ou égale à 2 fois la fréquence du signal f_{max} « $f_e \geq 2 f_{max}$ ».
2. Quel est le moyen le plus simple à utiliser pour récupérer le signal original. Tracer, schématiquement, l'opération de récupération du signal original.

Exercice N° : 02

Considérons un signal *x(t)* : $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$. Soit f_e la fréquence d'échantillonnage avec : $f_e = \frac{3}{4} f_0$.
Illustrer l'effet du sous échantillonnage de *x(t)*.

Exercice N° : 03

Calculer la fréquence de Nyquist et la période d'échantillonnage pour chacun des signaux suivants.

a) $x(t) = 5\cos 1750\,(\pi t)\cos(4000\,\pi t)$

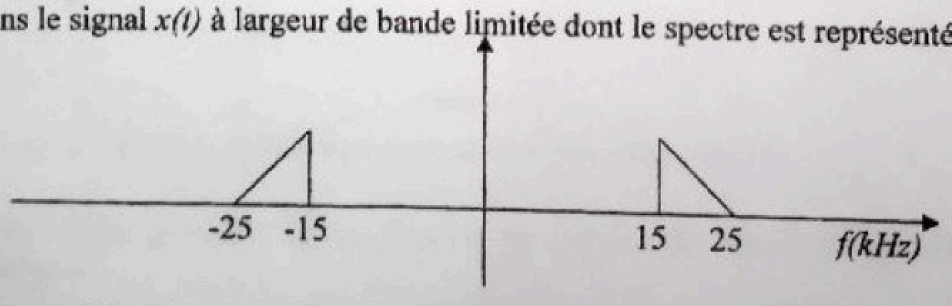
b) $x(t) = 5\cos^2 50(\pi t)$

c) $x(t) = 5\dfrac{\sin 1200\,(\pi t)}{\pi t}$

d) $x(t) = \left[\dfrac{\sin 280\,(\pi t)}{\pi t}\right]^2$

Exercice N° : 04

Considérons le signal *x(t)* à largeur de bande limitée dont le spectre est représenté sur la figure ci-dessous



- Tracer schématiquement le spectre du signal échantillonné avec les fréquences : f_e=*25, 50 KHz*.
- Indiquer, dans chaque cas, si le signal peut être correctement récupéré.

Université de Bordj Bou Arréridj
Année universitaire 2017/2018
Département d'Electronique
TD02
Unité : TNS

Dr. Khaled ROUABAH
M1-ST

Exercice N° : 01

On désire développer le signal $s(n)$ périodique discret de période N donné par :

$$s_N(n) = \begin{cases} N & pour\ -N_1 < n < N_1 \\ 0, & Ailleurs \end{cases}$$, sur une seule période. Avec $N_1 < N$

Trouver pour cette représentation les coefficients complexes S_k .

Exercice N° : 02

Déterminer et tracer les coefficients de Fourier S_k des signaux suivants. Tracer $|S_k|$.

1) $s(n) = \sin^2 2\pi \frac{1}{20} n$, **2)** $s(n) = \cos^3 \pi \frac{1}{5} n$.

Exercice N° : 03

Déterminer la transformée de Fourier des signaux suivants :

$$s(n) = \begin{cases} 1 & -11 < n < 11 \\ 0 & ailleurs\ . \end{cases}$$

$$s(n) = \begin{cases} n & pour\ -3 < n < 3 \\ 0, & Ailleurs \end{cases}$$

$$s(n) = \begin{cases} \cos 2\pi \frac{1}{10} n & -10 < n < 10 \\ 0 & ailleurs\ . \end{cases} ;$$

Exercice N° : 04

1. Déterminer la transformée de Fourier du signal $e(n)$ donné par : $e(n) = exp\left(j2\pi \frac{k}{N} n\right)$.
2. Démontrer que la transformée de Fourier d'un signal périodique discret, quelconque $s(n)$, de période « N » est donnée par :

$$S(f) = \sum_{k=[N]} S_k \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{k}{N} - l)$$

3. Déterminer la transformée de Fourier du signal périodique, $s(n)$ suivant :

$$s_N(n) = \begin{cases} 1 & -N_1 + 1 \leq n \leq N_1 - 1 \\ 0 & ailleurs\ . \end{cases}$$

$s_N(n)$ est le signal $s(n)$ périodique tronqué sur une seule période.

4. Déterminer et tracer la transformée de Fourier du signal périodique, $s(n)$ pour les cas suivants :

1) $s(n) = \cos 2\pi \frac{1}{10} n$, **2)** $s(n) = \sin^2 2\pi \frac{1}{20} n$, **3)** $s(n) = \cos^3 \pi \frac{1}{5} n$.

Université de Bordj Bou Arréridj
Année universitaire 2018/2019
Département d'Electronique
TD : 03
Unité : TNS

Pr. Khaled ROUABAH
M1-ST

Exercice N° : 01

Déterminer les DFT des signaux suivants :

1. $s(n) = 1 \qquad n = 0,1,2,\ldots, N-1,$

Application numérique

$s(n) = 1 \qquad n = 0,1,2,\ldots,20,$

2. $s\ (n) = \cos 2\pi \frac{1}{10} n; \quad n = 0,1,2,\ldots, N-1$, (N n'est pas un multiple de 10),
3. $s(n) = a^n \qquad n = 0,1,2,\ldots,20 \qquad$ avec : $|a| < 1$,
4. $s(n) = \frac{n}{10} - 1 \qquad 0,1,2,\ldots,20$.

Exercice N° : 02

1. Déterminer, en utilisant les coefficients de Fourier, les DFTs des signaux $s_1(n)$, $s_2(n)$, et $s_3(n)$ suivants.

$s_1(n) = \cos^2 4\pi \frac{1}{N} n.; \quad n = 0,1,2,\ldots, N-1,$

$s_2(n) = \sin^2 4\pi \frac{1}{N} n.; \quad n = 0,1,2,\ldots, N-1,$

$s_3(n) = \cos^2 \pi \frac{1}{10} n.; \quad n = 0,1,2,\ldots,2N-1.$

2. Représenter les résultats pour respectivement $N=10$, 20 et 40.

Exercice N° : 03

Déterminer la DFT inverse des signaux suivants.

- $S(K) = 21 \qquad K = 0,21,42,\ldots,$
- $S(K) = 10 \qquad K = 1 \quad K = 19,$
- $S(K) = N \qquad K = 0,$
- $S(k) = 1 \qquad K = 0,\ldots, N-1.$

Université de Bordj Bou Arréridj
Année universitaire 2017/2018
Département d'Electronique
TD : 04
Unité: TNS
Pr. Khaled ROUABAH
M1-ST

Exercice N° : 01

1. Déterminer la convolution discrète *z(n)* des deux signaux discrets *x(n) et y(n)* suivants :

$$x(n) = \begin{cases} 1 & -5 \le n \le 5 \\ 0 & \text{Ailleurs} \,. \end{cases} \qquad y(n) = \begin{cases} 1 & -3 \le n \le 3 \\ 0 & \text{Ailleurs} \,. \end{cases}$$

2. Répéter la question '1' pour les signaux *x(n)* et *y(n)* suivants :

$$x(n) = \begin{cases} 1 & 0 < n < 20 \\ 0 & \text{ailleurs} \,. \end{cases} \qquad y(n) = \begin{cases} 0.6^{|n|} & -10 \le n \le 10 \\ 0 & \text{ailleurs} \,. \end{cases}$$

Exercice N° : 02

Déterminer la convolution périodique *z(n)* des signaux périodiques *x(n) et* y*(n)* de même période *N=21* avec :

$$y_N(n) = \begin{cases} n & -5 \le n \le 5 \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases} \qquad x_N(n) = \begin{cases} 1 & -5 \le n \le 5 \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$$

$y_N(n)$ et $x_N(n)$ représentent respectivement $y(n)$ et $x(n)$ sur une seule période.

Exercice N° : 03

Calculer la convolution discrète circulaire *z(k)* des signaux discrets suivants :

1. $x(n) = 1 \quad n = 0,1 ..., N-1$

et $y(n) = 1 \quad n = 0,1 ..., N-1$

2. $x(n) = 1 \quad n = 0,1 ..., N-1$

et $y(n) = 0.8^n \quad n = 0,1 ..., N-1$

3. $x(n) = \sin \pi \dfrac{1}{10} n \quad n = 0,1 ..., N-1$

et $y(n) = \sin \pi \dfrac{1}{10} n \quad n = 0,1 ..., N-1$

Université de Bordj Bou Arréridj
Année universitaire 2018/2019
Département d'Electronique
TD : 05 — Pr. Khaled ROUABAH
Unité : TNS — M1-ST

Exercice N° : 01

Déterminer la région de convergence des séquences numériques suivantes :

$$x(n) = 1 \qquad n \in [0,+\infty[\qquad\qquad x(n) = a^n \qquad n \in [0,+\infty[$$

$$x(n) = a^n \qquad n \in]-\infty,+\infty[\qquad\qquad x(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ -b^n & n < 0 \end{cases} \qquad |a| < |b|$$

Exercice N° : 02

- Déterminer les transformées en Z des séquences numériques suivantes :

$$x(n) = \begin{cases} n+1 & 0 \leq n \leq 2 \\ 5-n & 2 < n \leq 4 \\ 0 & ailleurs \end{cases} \qquad\qquad x(n) = \begin{cases} \dfrac{-1}{2^n} & n > 0 \\ 0 & Ailleurs \end{cases}$$

$$x(n) = \begin{cases} \dfrac{-1}{2^n} & n > 0 \\ 2^n & Ailleurs \end{cases}$$

Exercice N° : 03

Soit $X(z)$ une fonction de z définie par : $X(z) = \dfrac{1}{1-z^{-1}}$ pour $|z| > 1$. On suppose que $X(z)$ est la transformée en z d'une séquence *x(n)*. Déterminer *x(n)* par la méthode des résidus

Exercice N° : 04

Soit le signal x(n), dont la transformée en z est donnée par :

$$X(z) = \frac{z^{-1}}{1-\sqrt{2}z^{-1}+z^{-2}} \qquad |z| > 1.$$

Déterminer les pôles de la transformée en z et retrouver les premiers échantillons de la séquence *x(n)* par la méthode de la division.

Exercice N° : 05

Calculer la TZ de la séquence *x(n)* donnée par : $x(n) = \begin{cases} 1-\sin\left(\dfrac{n\pi}{6}-\dfrac{\pi}{3}\right) & n \geq 0 \\ 0 & Ailleurs \end{cases}$

Déduire les TZ de :

$$x(n) = \begin{cases} 1+\cos\left(\dfrac{n\pi}{6}\right) & n \geq 1 \\ 0 & Ailleurs \end{cases}$$

Exercice N° : 01

On considère le filtre numérique régi par l'équation aux différences suivante :

$$y(n) = \frac{1}{3}\left[x(n+M) + x(n+M-1) + x(n+M-2)\right], \text{ avec } M \in N.$$

- ✓ Montrer que ce filtre est linéaire et invariant dans le temps.
- ✓ Calculer la transformée en z de la réponse impulsionnelle
- ✓ Quelle est la valeur de M pour laquelle le filtre est réalisable.
- ✓ Ce filtre est-il stable ?
- ✓ Déduire sa réponse impulsionnelle.
- ✓ Calculer la fonction de transfert pour $M=0$ et $M=1$ en déduire la réponse en fréquence.
- ✓ Quel est dans ce cas le type de ce filtre ?

Exercice N° : 02

Soit le filtre, défini par l'équation aux différences suivante :

$$y(n) - ay(n-1) = x(n) - 2ax(n-1) + a^2x(n-2).$$

Avec : $y(n) = 0, \quad n < 0$. Déterminer :

- ✓ La transformée en z de ce filtre.
- ✓ La nature de ce filtre (Causalité, *FIR*, *IIR*).
- ✓ La réponse en fréquence.
- ✓ La réponse impulsionnelle.

Exercice N° : 03

Soit le filtre, défini par l'équation aux différences (linéaire à coefficients constants)

$$ay(n) - by(n-1) = cx(n) - dx(n-1) + ex(n-2).$$

Avec : $y(n) = 0, \quad n < 0$. Déterminer :

- ✓ La transformée en z de ce filtre.
- ✓ La nature de ce filtre (*FIR*, *IIR*)
- ✓ La réponse impulsionnelle.
- ✓ La nature de ce filtre pour $b=0$.

$$x(n) = \begin{cases} \exp(-2n)\left[1-\cos\left(\dfrac{n\pi}{6}-\dfrac{\pi}{3}\right)\right] & n \geq 0 \\ 0 & Ailleurs \end{cases}$$

$$x(n) = \begin{cases} n\left[1-\cos\left(\dfrac{n\pi}{6}-\dfrac{\pi}{3}\right)\right] & n \geq 0 \\ 0 & Ailleurs \end{cases}$$

Exercice N° : 06

Calculer la TZ de la séquence numérique suivante :

$x(n) = 0.8^n u(n)$

Vérifier que le théorème de la valeur initial s'applique à cette séquence.

Exercice N° : 07

Déterminer la transformée en z inverse de $X(z)$ par la méthode de la décomposition en fonctions rationnelles.

Avec : $\dfrac{1}{z^{-2}-4z^{-1}+3}$; $|Z| > 1$

Université de Bordj Bou Arréridj
Année universitaire 2018/2019
Département d'Electronique
TD07
Unité : TNS

Pr. Khaled ROUABAH
M1-ST

Exercice N° : 01

Soit un filtre FIR d'ordre N et du type IV, caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(n)$ antisymétrique (N est impair).

1. Démontrer que la réponse en fréquence $H_{IV}(f)$ peut s'écrire comme suit :

$$H_{IV}(f) = j\exp\left(-j2\pi f\left(M+\frac{1}{2}\right)\right)\sum_{n=1}^{M+1} 2h(M+1-n)\sin\left(2\pi f\left(n-\frac{1}{2}\right)\right)$$

2. Répéter la question 1 pour les autres types de filtres (I, II, III).

Université de Bordj Bou Arréridj
Année universitaire 2018/2019
Département d'Electronique
TD08
Unité : TNS

Pr. Khaled ROUABAH
M1-ST

Exercice N° : 01

Le sur-échantillonneur de facteur « $L=2$ », représenté par le diagramme ci-contre, insère simplement des zéros entre les échantillons.

$$x(n) \longrightarrow \textcircled{\uparrow 2} \longrightarrow y(n)$$

1- Pour chacun des cas suivants, donner la forme de $y(n)$ et déterminer sa TZ $Y(Z)$. représenter graphiquement les 10 1[er] échantillons de $x(n)$ et de $y(n)$. Déduire la TF $Y(f)$.

a- $x(n) = 1 \qquad n \in [0, +\infty[$

b- $x(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ -b^n & n < 0 \end{cases} \qquad |a| < |b|$

c- $x(n) = \begin{cases} \dfrac{-1}{2^n} & n > 0 \\ 0 & Ailleurs \end{cases}$ $\qquad X(Z) = \dfrac{1}{1-2Z}$

2- Répéter la question (1) pour un sur-échantillonneur de facteur « L »

Exercice N° : 02

Répéter les questions du 1[er] exercice pour le cas d'un sous-échantillonneur représenté par les deux diagrammes montrés ci-dessous.

$$x(n) \longrightarrow \textcircled{\downarrow 2} \longrightarrow y(n) \qquad\qquad x(n) \longrightarrow \textcircled{\downarrow M} \longrightarrow y(n)$$

Exercice N° : 03

Le système suivant est utilisé pour effectuer un changement de taux fractionnaire. C'est le résultat de la mise en cascade d'un système d'interpolation avec un système de décimation. Les deux filtres des deux systèmes précédents sont remplacés par un seul filtre comme l'illustre la figure ci-dessous. Le signal d'entrée est donné par :

$x(n) = U(n)$

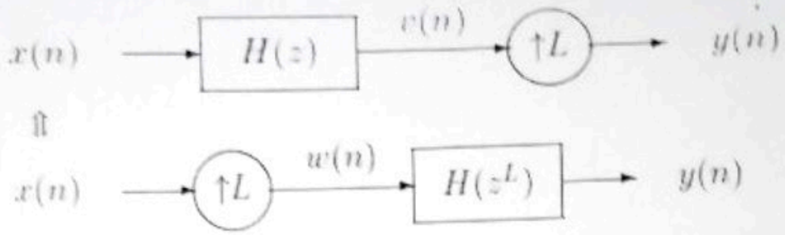
$$x(n) \longrightarrow \textcircled{\uparrow L} \longrightarrow \boxed{H(z)} \longrightarrow \textcircled{\downarrow M} \longrightarrow y(n)$$

1- Donner la forme $Y(Z)$ pour $L=2$ et $M=3$. On donne : $h = [0.0462 \quad 0.9076 \quad 0.0462]$

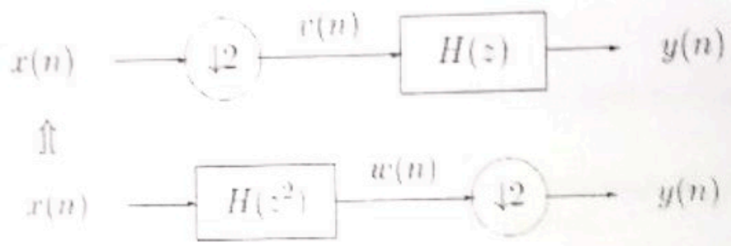
Exercice N° : 04

Pour chacun des cas (a) et (b) suivants, démontrer que les deux systèmes montrés dans les schémas blocs suivants, sont équivalents (Identité de Noble).

a)



b)



Exercice N° : 05

1- Déterminer les cinq premiers échantillons des composantes polyphasées (pour $M=2$) de la séquence $x(n)$ pour chacun des cas suivants :

a- $x(n) = (0.5)^n U(n)$

b- $x(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ -b^n & n < 0 \end{cases} \quad |a| < |b|$

c- $x(n) = \begin{cases} \dfrac{-1}{2^n} & n > 0 \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$

2- Déduire la TZ de chaque composante.

3- Répéter la question (2) pour $M=5$.

Exercice N° : 06

Démontrer, en utilisant la décomposition polyphasée et l'identité de Noble, que les deux systèmes suivants sont équivalents :