

Correction du partiel du 20 mars 2006

2.1) a) Avec des impulsions en cos. surélevée,
condition d'annulation d'IES: $\frac{1+\alpha}{2T} < B$

m bit/symbole :

$$\frac{(1+\alpha)D}{m} < B \rightarrow m > \frac{(1+\alpha)D}{2B} = \frac{1,2 \times 600k}{2 \times 300k} = 1,2$$

Donc $m \geq 2$, i.e.: $M = 4, 8$ ou 16

b) $D = 5 \cdot 10^5$ bit/s $\rightarrow \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} = 12$

$\rightarrow M = 4 : P_{eS} = 3 \cdot 10^{-4} \rightarrow P_{eR} = 1,5 \cdot 10^{-4}$

$\rightarrow M = 8 : P_{eS} = 3 \cdot 10^{-2} \rightarrow P_{eR} = 1 \cdot 10^{-2}$

$\rightarrow M = 16 : P_{eS} = 2 \cdot 10^{-1} \rightarrow P_{eR} = 5 \cdot 10^{-2}$

Conclusion : P_{eR} minimale pour $M = 4$

2.2) 1) $P(s_0 | \Pi) \geq_{n_1}^{n_0} P(s_1 | \Pi)$
 $p(\Pi | s_0) \cancel{P(s_0)} \geq_{n_1}^{n_0} p(\Pi | s_1) \cancel{P(s_1)} \quad (s_0 \text{ et } s_1 \text{ équiprobables})$
 $\exp\left(-\frac{A_0 \Pi^2}{2\sigma^2}\right) \geq_{n_1}^{n_0} \exp\left(-\frac{A_1 \Pi^2}{2\sigma^2}\right)$
 $A_0 \Pi^2 \geq_{n_0}^{n_1} A_1 \Pi^2$

Ainsi, le seuil de décision est la médiatrice de $[A_0, A_1]$
 $M \in \text{demi-plan contenant } A_i \Rightarrow r_i$

$$2) P(r_1 | s_0) = P(y > -x | s_0) \\ = P(x+y > 0 | s_0)$$

$$\text{On } s_0 \Rightarrow x = a_0 + b_x \text{ et } y = a_0 + b_y$$

$$\text{Donc } P(r_1 | s_0) = P(b_x + b_y > -2a_0 | s_0) \\ = P(b > \sqrt{2})$$

car b_x et b_y indépendants de s_0

$$= \int_{\sqrt{2}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2} \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma^2}\right) db$$

Chgt variable : $b' = \frac{b}{\sqrt{2}\sigma}$

$$= \int_{1/\sigma}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{b'^2}{2}\right) db'$$

$$= Q(1/\sigma)$$

Même calcul et même résultat pour $P(r_0 | s_1)$

$$3) P_e = P(\{(s_0, r_1); (s_1, r_0)\}) \\ = P(s_0, r_1) + P(s_1, r_0) \quad (\text{événements disjoints}) \\ = P(r_1 | s_0) P(s_0) + P(s_1 | r_1) P(r_1) \\ = Q(1/\sigma)$$

→ Si le bruit est le m^{ême} sur les 2 canaux,
pas d'intérêt

$$4) \text{ En reprenant les calculs précédents, } P_e = Q\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2}}\right) \\ \text{Comme } Q \text{ est décroissante,} \\ P_e \text{ est meilleure qu'avec le 1^{er} canal seul}$$