Systèmes de Com

Correction du partiel du 9 avril 2009

① Questions de cours : voir cours.

2.3 Codage de canal

a) Mots à coder : Mots de code : Poids de Hamming

Mots à coder	Mots de code	Poids de Hamming
000	00000	0
001	00101	2
010	01011	3
011	01110	3
100	10010	2
101	10111	4
110	11001	3
111	11100	3

$\rightarrow d_{min} = 2 \quad (= P_H \text{ min})$

b) $$s = rH^T = [10000] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = [1\ 0]$$

$s \neq 0$ donc il y a une erreur

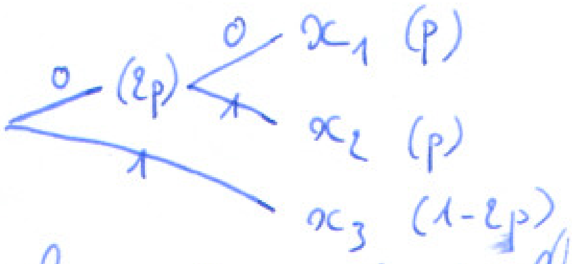
Pouvoir de correction $= \left[\dfrac{d_{min}-1}{2}\right] = 0$

On ne peut donc pas la corriger.

2.2 Codage de source

a) $p < \frac{1}{3}$, donc $P(x_3) > \frac{1}{3}$

On construit donc l'arbre suivant :



D'où le codage de Huffman : $\begin{cases} x_1 : 00 \\ x_2 : 01 \\ x_3 : 1 \end{cases}$

b) $\overline{T} = \sum_{i=1}^{3} P(x_i) n_i T_b = 4p \cdot T_b + (1-2p) T_b$
$= (1+2p) T_b$

$D = \frac{1}{T_b} = \frac{1+2p}{\overline{T}}$

Dans le cas d'un code de longueur fixe, cette longueur est 2. On a donc $D' = \frac{1}{T_b} = \frac{2}{\overline{T}}$

Quel que soit le codage, D_I et $H(X)$ restent les mêmes, donc $\overline{T}$ aussi

Ainsi, $D = \left(\frac{1+2p}{2}\right) D'$

2.1 a) Pour les 4 symboles intérieurs, 4 plus proches voisins / symbole

$$P(\overline{R_i} | S_i) = P(R_{j_1} | S_i) + P(R_{j_2} | S_i) + P(R_{j_3} | S_i) + P(R_{j_4} | S_i)$$

(car $R_{j_1}, \dots R_{j_4}$ sont des événements disjoints)

$$= 4p$$

De même, les 4 coins de la constellation ayant chacun 2 plus proches voisins,

$$P(\overline{R_i} | S_i) = 2p$$

Enfin, les 8 autres points extérieurs ont chacun 3 plus proches voisins $\rightarrow P(\overline{R_i} | S_i) = 3p$

b) $$e = \bigcup_{i=1}^{16} \left\{ (S_i, \overline{R_i}) \right\}$$

Donc $$P_e = \sum_{i=1}^{16} P(S_i, \overline{R_i})$$ (car événements disjoints)

$$P_e = \sum_{i=1}^{16} P(\overline{R_i} | S_i) P(S_i)$$

$$= \frac{1}{16} (4 \times 4p + 4 \times 2p + 8 \times 2p)$$

$$= \frac{5}{2} p$$