

Université Paris Descartes / UFR de Mathématiques et Informatique - L3 MIA

Systèmes de Communication

Examen de 1ère session (1h30) - 23 mai 2007

Documents autorisés - calculatrices inutiles - téléphones interdits.

Il est attendu la plus grande rigueur dans la rédaction des réponses, qui devront être claires, courtes et précises à la fois. Les trois parties peuvent être abordées dans l'ordre qui vous conviendra, mais les réponses à chaque partie ne devront pas être dispersées dans la copie.

1 Questions de cours (8 points)

- 1) **Codage de source** - Soit un signal audio de spectre à support borné, de fréquence maximale 4000 Hz. La puissance de ce son est de 70 dB. Le signal est échantillonné à 8 kHz et chaque échantillon est codé sur 12 bit (quantification scalaire uniforme). Expliquer pourquoi, perceptivement, cette numérisation (échantillonnage + quantification) ne dégrade pas le son. Rappel : le rapport signal à bruit de quantification, en dB, vaut $6k$, où k désigne le nombre de bit par échantillon.
- 2) **Transmission en bande de base** - Pourquoi la synchronisation du récepteur est plus facile avec un code binaire RZ unipolaire qu'avec un code binaire NRZ ? Quel est l'inconvénient du code RZ unipolaire ?
- 3) **Multiplexage** - Pourquoi appelle-t-on les communications à multiplexage par code (CDMA) des communications à *étalement de spectre* ?
- 4) **GSM** - Lors de la transmission de la voix par un réseau GSM, pourquoi les bits de classe II ne sont pas protégés par un codage de canal ? Supposons que lors de la réception d'une trame, après le décodage convolutif de la classe I, il reste une erreur en position 20 et une autre en position 100. Comment se poursuit le décodage ?
- 5) **UMTS** - Quels sont les rôles respectifs du code de channelization et du code de scrambling ?

2 Exercices

2.1 Modulation de porteuse sur un canal à bande limitée (6 points)

On considère une transmission sur porteuse *via* un canal bruité de bande passante $B = 1.2$ MHz. L'objectif est de transmettre, sans interférence entre symboles (IES), avec un débit binaire D maximal et une probabilité d'erreur binaire $P_e < 10^{-3}$. Les courbes de la figure 1 indiquent pour différentes modulations la probabilité d'erreur en fonction de $(E_b/N_0)_{\text{dB}}$, où E_b désigne l'énergie par élément binaire et $N_0/2$ est la densité spectrale de puissance (constante) du bruit du canal

La puissance P de l'émetteur est fixée, de telle sorte que :

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{dB}} = 75 - 10 \log D$$

Pour annuler l'IES, on utilise des impulsions en cosinus surélevé, avec un facteur de retombée $\alpha = 0.2$.

- 1) Calculer la rapidité de modulation maximale R_{max} imposée par la limitation de la bande passante et en déduire les débits correspondants pour une MDP-2, une MDP-4 et une MAQ-16. En déduire les valeurs correspondantes de $(E_b/N_0)_{\text{dB}}$. A toutes fins utiles : $10 \log(2) \simeq 3$.
- 2) En tenant compte également de la spécification $P_e < 10^{-3}$, déterminez, en utilisant les courbes de la figure 1, quelle modulation, parmi MDP-2, MDP-4 et MAQ-16, permet d'atteindre le débit maximal. Les constructions graphiques seront reportées avec soin sur la figure 4 de la feuille de réponse et devront être clairement expliquées.

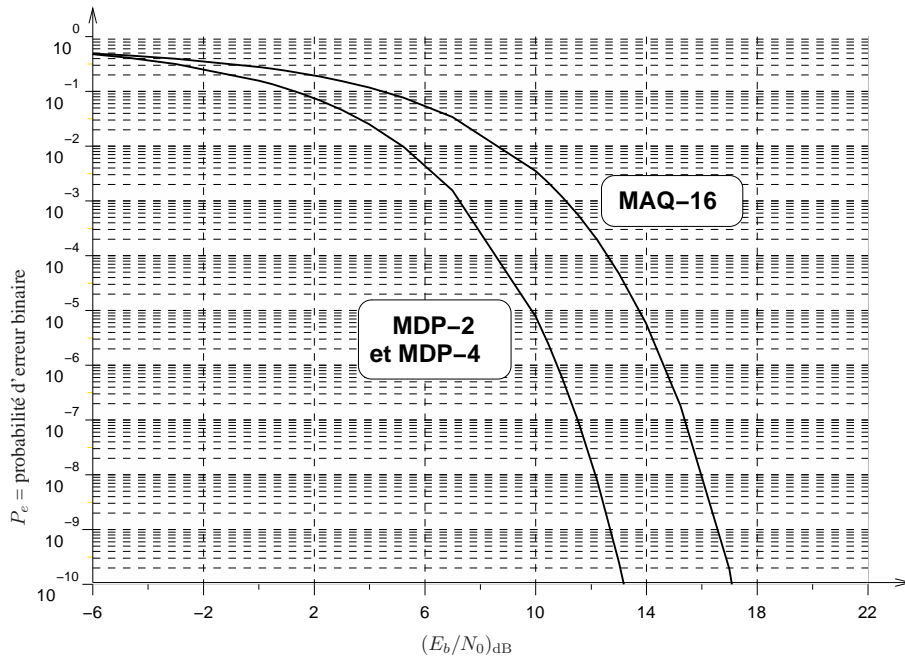


FIG. 1 – Probabilités d'erreur **binaire** de 3 modulations.

2.2 MAQ-16 efficace (7 points)

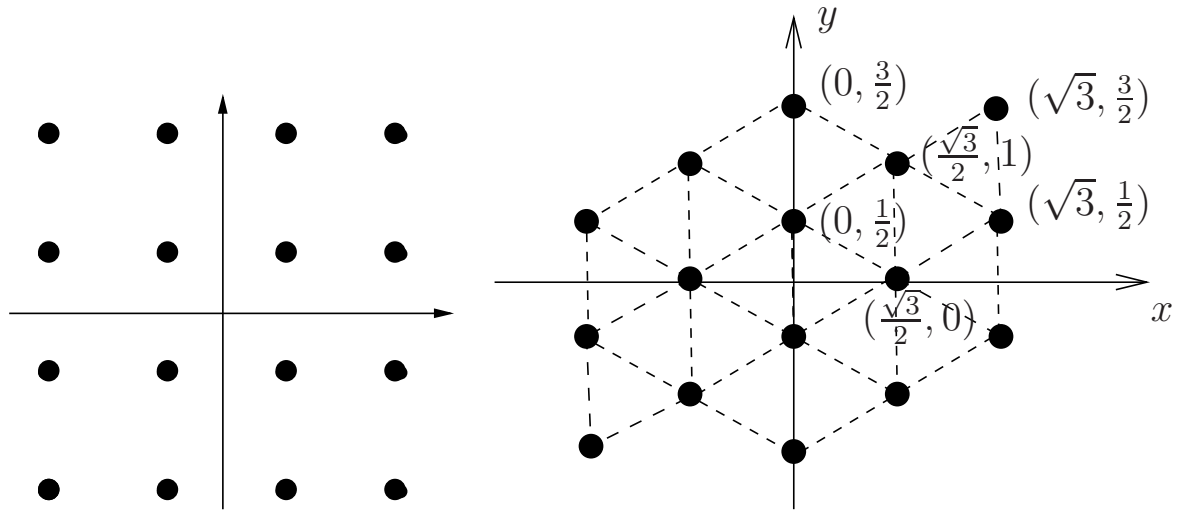


FIG. 2 – Constellations de MAQ-16.

On souhaite comparer l'efficacité de deux MAQ-16 (modulation d'amplitude de deux porteuses en quadrature à 16 états) dont les constellations sont représentées sur la figure 2. Sur la figure de droite, tous les triangles en traits pointillés sont équilatéraux. On rappelle que l'énergie d'un symbole de coordonnées (x, y) et de durée T est définie par :

$$E_{xy} = \frac{(x^2 + y^2)T}{2}$$

1) Les coordonnées sur la figure sont indiquées pour le cas où la distance minimale entre deux points est de 1. On se place d'abord dans ce cas pour les deux modulations. L'énergie moyenne par symbole pour la première MAQ-16 vaut alors :

$$E_S = \frac{5}{4}T$$

Calculer l'énergie moyenne par symbole E'_S pour la deuxième MAQ-16. Quelle est *a priori* la modulation la plus efficace ? (justifier votre réponse)

2) On note P_{eS} et P'_{eS} les probabilités d'erreur par symbole respectivement pour la première et la deuxième modulation. On note P_{eb} et P'_{eb} les probabilités d'erreur par élément binaire respectivement pour la première et la deuxième modulation. Expliquer pourquoi $P'_{eb} = P'_{eS}/3$ alors que $P_{eb} = P_{eS}/4$.

3) On se place désormais dans le cas général où la distance minimale entre deux points est quelconque et notée respectivement d et d' . Les énergies moyennes par symbole valent alors :

$$E_S = \frac{5}{4}d^2T$$

$$E'_S = \frac{37}{32}d'^2T$$

Pour une constellation de distance minimale λ et un canal avec un bruit de densité spectrale de puissance $N_0/2$, la probabilité d'erreur par symbole vaut :

$$P_e = K.Q\left(\frac{\lambda}{2\sqrt{N_0}}\right)$$

où K désigne le nombre moyen de plus proches voisins par point. C'est-à-dire qu'un point de la constellation a en moyenne K points à distance λ de lui. La fonction Q est définie par :

$$Q : x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-z^2/2} dz$$

Pour une même puissance P et un même débit binaire D , montrer que :

$$P_{eb} = \frac{3}{4}Q\left(\sqrt{\frac{1}{5} \frac{P}{N_0}}\right)$$

$$P'_{eb} = \frac{4}{3}Q\left(\sqrt{\frac{8}{37} \frac{P}{N_0}}\right)$$

La figure 3 représente ces deux probabilités en fonction du rapport signal à bruit P/N_0 . Indiquer quelle modulation est la plus efficace selon les conditions de transmission.

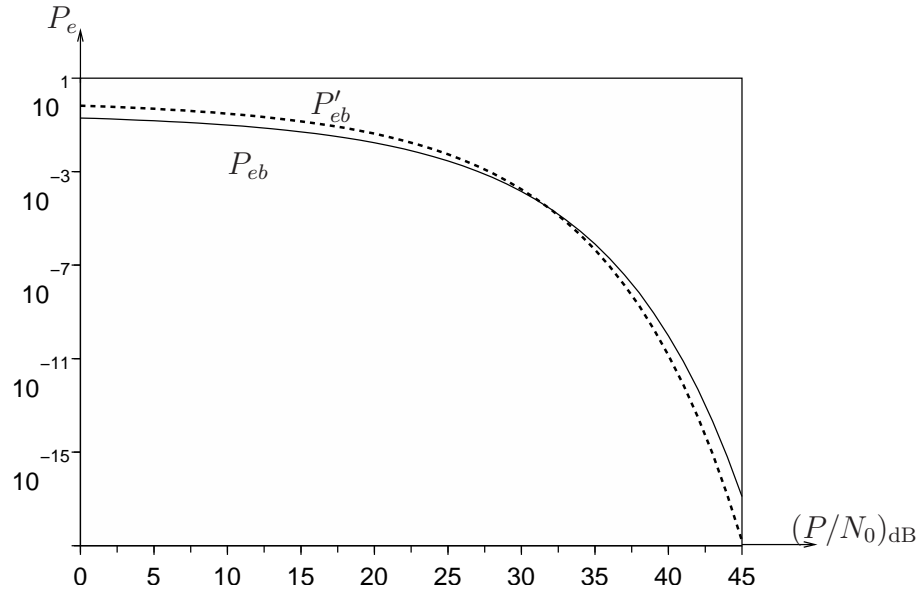


FIG. 3 – Probabilité d'erreur binaire pour les deux modulations.

3 Feuille de réponses

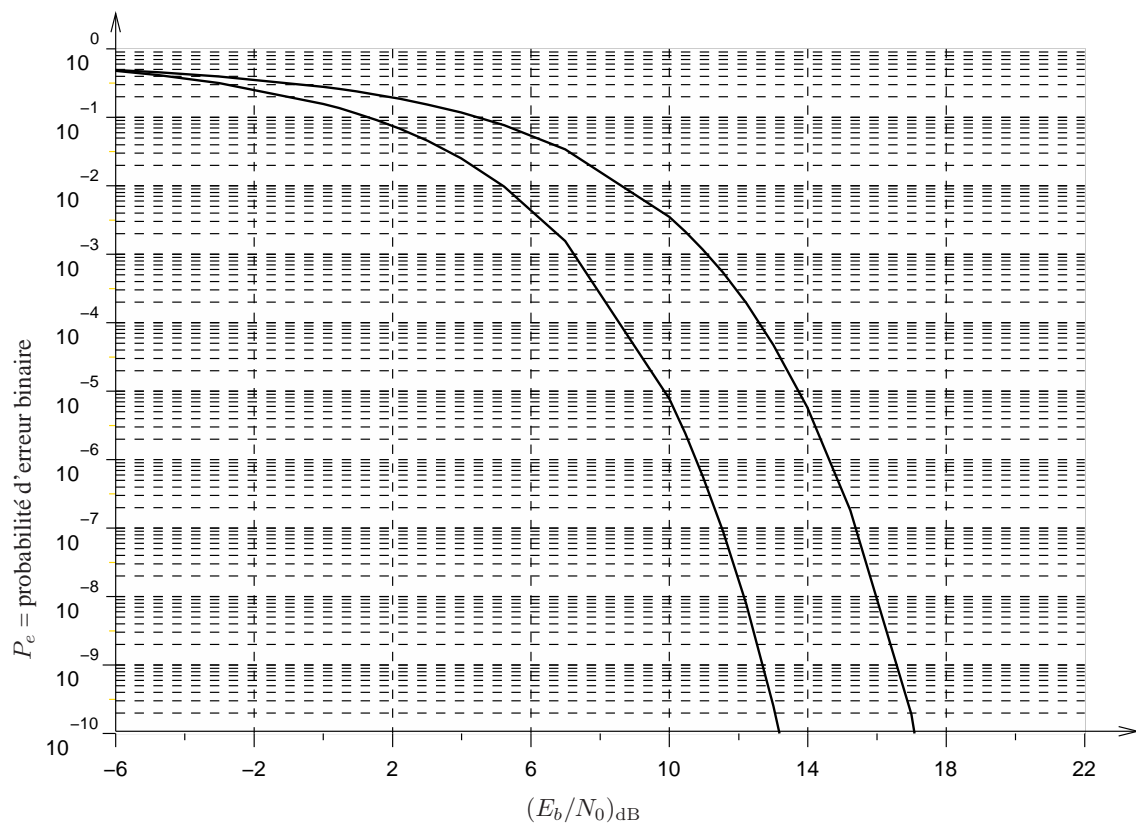


FIG. 4 – Constructions de la question 2.1.2.