

Systèmes de Communication  
Correction de l'examen du 23 mai 2007

① Questions de cours : voir cours

②.1 Modulation sur un canal à bande limitée

1) Largeur de bande occupée pour PDA/PAQ:

$$\frac{1+\alpha}{T} < B, \text{ i.e.: } R_{\max} = \frac{B}{1+\alpha} \\ = \frac{1,2 \cdot 10^6}{1,2} \text{ Baud} \\ = 1 \text{ MBaud}$$

→ Pour une PDP-2 :  $D_2^{\max} = 1 \text{ Mbit/s}$

PDP-4 :  $D_4^{\max} = 2 \text{ Mbit/s}$

PAQ-16 :  $D_{16}^{\max} = 4 \text{ Mbit/s}$

Valeurs correspondantes de  $(E_b/N_0)_{\text{dB}}$  :

- PDP-2 :  $(E_b/N_0)_{\text{dB}}^{\min} = 75 - 10 \log 10^6 = 15 \text{ dB}$

- PDP-4 :  $(E_b/N_0)_{\text{dB}}^{\min} = 75 - 10 \log(2 \cdot 10^6) = 12 \text{ dB}$

- PAQ-16 :  $(E_b/N_0)_{\text{dB}}^{\min} = 75 - 10 \log(4 \cdot 10^6) = 9 \text{ dB}$

### 3 Feuille de réponses

2)

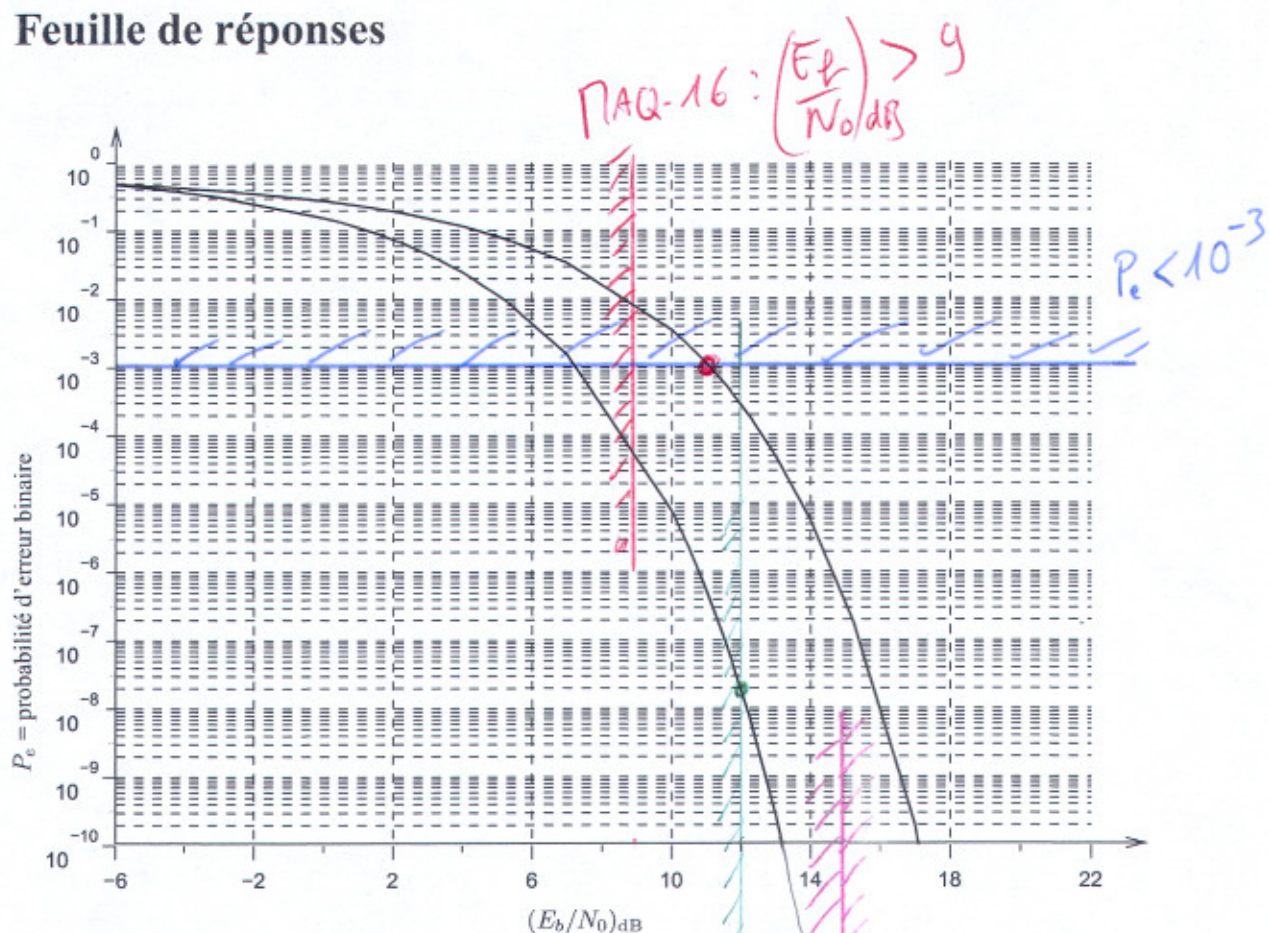


FIG. 4 – Constructions de la question 2.1.2.

Pour chaque modulation, on trace le seuil minimal de  $(E_b/N_0)$  et on cherche sur la courbe  $P_e = f(E_b/N_0)$  le point le plus proche de  $(E_b/N_0)_{\min}$  sous la contrainte  $P_e < 10^{-3}$  et  $(E_b/N_0)_{\text{dB}} < (E_b/N_0)_{\min}^{\text{dB}}$

C'est la PAG-16 qui permet le débit max

$$(2.2) \quad 1) E'_S = \frac{1}{16} \sum_{x,y} \frac{(x^L + y^L)T}{2}$$

$$\begin{aligned} E'_S &= \frac{T}{16 \times 2} \left[ 2 \times \frac{9}{4} + 2 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{3}{4} + 2 \times \frac{11}{4} + \right. \\ &\quad \left. + 4 \times \left( \frac{3}{4} + 1 \right) + 4 \times \left( 3 + \frac{1}{4} \right) \right] \\ &= \frac{T}{32} \left[ \frac{9}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{11}{2} + 7 + 13 \right] \\ &= \frac{37}{32} T \end{aligned}$$

Pour une même probabilité d'erreur ( $\hat{m}$  dmin) et un même débit ( $\hat{m}$  nombre de symboles et  $\hat{m} T$ ), la 2<sup>e</sup> PAQ-16 nécessite une énergie par symbole moins forte. Elle est donc plus efficace.

2) La 1<sup>re</sup> PAQ-16 permet un codage de Gray. Chaque symbole portant 4 bits,  $P_{eb} = P_{es}/4$  car 1 erreur sur 1 symbole se traduit par une erreur sur 1 seul bit (si confusion avec un plus proche voisin).

Pour la 2<sup>e</sup> PAQ-16, 3 points peuvent être mutuellement plus proches voisins (en triangle), ce qui ne permet pas un codage de Gray. Donc  $P_{eb}' < \frac{P_{es}'}{4}$

3) 1<sup>re</sup> PAQ-16 :

Nombre de plus proches voisins :

- 2 pour chacun des 4 coins
- 3 pour chacun des 8 autres points de la couronne
- 4 pour les 4 points centraux

$$\rightarrow K = \frac{1}{16} (2 \times 4 + 3 \times 8 + 4 \times 4) = 3$$

$$\text{Donc } P_e = \frac{1}{4} P_s = \frac{3}{4} Q \left( \frac{d}{2\sqrt{N_0}} \right)$$

$$\text{or } P = \frac{E_s}{T} = \frac{5}{4} d^2 \rightarrow d = \sqrt{\frac{4P}{5}}$$

$$\text{D'où : } P_{ee} = \frac{3}{4} Q \left( \sqrt{\frac{1}{5} \frac{P}{N_0}} \right)$$

2<sup>e</sup> PAQ-16

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{16} [2 \times 2 + 2 \times 4 + 2 \times 5 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + 2 \times 3 + 4 \times 6] \\ &= \frac{1}{8} [2 + 4 + 5 + 3 + 4 + 3 + 12] \\ &= \frac{33}{8} \approx 4 \end{aligned}$$

$$P_{ee'} = \frac{1}{3} P_{s'} = \frac{4}{3} Q \left( \frac{d'}{2\sqrt{N_0}} \right)$$

$$\text{or } P = \frac{E_{s'}}{T} = \frac{37}{32} d'^2 \rightarrow d' = \sqrt{\frac{32}{37} P}$$

$$\rightarrow P_{ee'} = \frac{4}{3} Q \left( \sqrt{\frac{8}{37} \frac{P}{N_0}} \right)$$