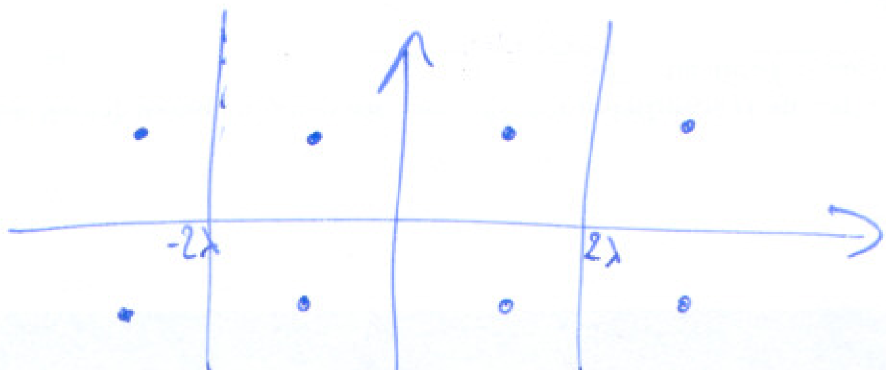
(2.1) a) C_1 : 000 001 011 010
100 101 111 110

C_2 : impossible quand 3 points sont 2 à 2 plus proches voisins

XYZ A

$XY\bar{Z}$ B — C $X\bar{Y}Z \to$ 2 bit d'écart avec B
$X\bar{Y}\bar{Z} \to$ ———————— A

b)



$$P(\overline{R_{ij}} \mid S_{ij}) = 1 - P(R_{ij} \mid S_{ij})$$

$$= 1 - P\left(\begin{matrix} 0 < z_c < 2\lambda \\ z_s > 0 \end{matrix} \middle| S_{ij} \right)$$

$$= 1 - P\left(\begin{matrix} 0 < x + b_c < 2\lambda \\ y + b_s > 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} x = \lambda \\ y = \lambda \end{matrix} \right)$$

$$= 1 - P\left(\begin{matrix} -\lambda < b_c < \lambda \\ b_s > -\lambda \end{matrix} \,\middle|\, \begin{matrix} x = \lambda \\ y = \lambda \end{matrix} \right)$$

$$= 1 - P\left(\begin{matrix} -\lambda < b_c < \lambda \\ b_s > -\lambda \end{matrix} \right) \quad \text{car } (b_c, b_s) \text{ indpdt de } (x,y)$$

$$= 1 - P(-\lambda < b_c < \lambda)\, P(b_s > -\lambda)$$

car b_c et b_s indpdts

$$P(-\lambda < b_c < \lambda) = \int_{-\lambda}^{\lambda} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{b_c^2}{2\sigma^2}\right) db_c$$

$$= \int_{-\lambda/\sigma}^{\lambda/\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz$$

$$= \left(1 - 2Q(\lambda/\sigma)\right)$$

$$P(b_s > -\lambda) = 1 - Q(\lambda/\sigma)$$

$$\rightarrow P(\overline{R_{ij}} \mid S_{ij}) = 1 - \left(1 - 2Q(\lambda/\sigma)\right)\left(1 - Q(\lambda/\sigma)\right)$$

$$= 3Q(\lambda/\sigma) - \cancel{3Q^2(\lambda/\sigma)}$$

car $Q(\lambda/\sigma) \ll 1$

$$P_e = \sum P(S_{ij})\, P(\overline{R_{ij}} \mid S_{ij})$$

$$= \frac{1}{8}\left(4 \times 3Q(\lambda/\sigma) + 4 \times 2Q(\lambda/\sigma)\right)$$

$$= \frac{5}{2} Q\left(\frac{\lambda}{\sigma}\right)$$

c) $$E_{S_1} = \frac{1}{8}\Bigg(\underbrace{4\times\frac{2\lambda^2 T}{2}}_{\text{symboles intérieurs}} + \underbrace{4\times\frac{(\lambda^2+9\lambda^2)T}{2}}_{\text{symb. ext}}\Bigg) = 3\lambda^2 \ldots$$

$$\Downarrow$$

$$P_1 = 3\lambda^2$$

$$E_{S_2} = \frac{1}{8}\left(2\times\frac{3T}{2} + 2\times\frac{T}{2} + 4\times(4+3)\frac{T}{2}\right)$$

$$= \frac{9}{4}T \rightarrow P_2 = 9/4$$

$$P_{S_1} = P_{S_2} \iff 3\lambda^2 = 9/4$$

$$\iff \lambda = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

d) $$K_1 = \frac{1}{8}\Big(\underbrace{4\times 3}_{\text{les 4 symb. intérieurs}} + \underbrace{4\times 2}_{\text{les 4 extérieurs}}\Big) = \frac{5}{2}$$

$$K_2 = \frac{1}{8}\Big(\overbrace{2\times 4 + 2\times 5}^{\text{intérieurs}} + \overbrace{4\times 2}^{}\Big) = \frac{13}{4} > K_1$$

e) $$P_e^{1} = \frac{5}{2}\, Q\left(\frac{1}{\sigma}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$P_e^{2} = \frac{13}{4}\, Q\left(\frac{1}{\sigma}\right)$$

Mêmes débit et puissance ($E_{S_1} = E_{S_2}$, même T)
Q est décroissante, donc $Q\left(\frac{1}{\sigma}\right) < Q\left(\frac{1}{\sigma}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$,
mais facteur $\frac{13}{4}$ au lieu de $\frac{5}{2}$ → difficile de conclure !

2.2 a) Bande occupee proportionnelle au debit

b) Arbre OVSF : chaque code est orthogonal à tous les autres sauf à ses ascendants et descendants

Il faut attribuer à chaque utilisateur un code de longueur inversement proportionnelle à son debit, de manière à occuper toute la bande : 2D → longueur 4

D → — 8

Par exemple : C21, C22 et C23 pour 2D

C37 et C38 pour D

Interêt du CDMA : si le nombre et le debit des utilisateurs change, il suffit de changer les codes attribués

La partie analogique (modulation de porteuse) ne change pas.

2.3 a) $BP = \frac{1+\alpha}{2T} = (1+\alpha)\frac{D}{2}$

$= \frac{1,4 \times 10^6}{2}$

$= 700 \text{ kHz}$

b) $BP \geq \frac{1+\alpha}{2T}$ avec $T = n T_b = \frac{n}{D}$

$BP \geq \frac{(1+\alpha)D}{2n} \rightarrow n \geq \frac{(1+\alpha)D}{2\,BP}$

$n \geq \frac{1,4 \times 10^6}{2 \times 2.10^5} = 3,5$

$n \geq 4$

$M \geq 2^4 = 16$