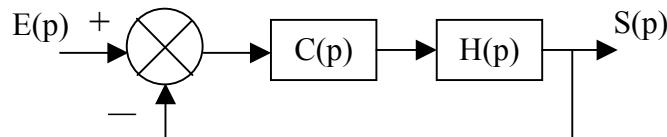


# 8. Synthèse des correcteurs

## 1. Introduction

Afin d'améliorer les performances d'un système asservi (stabilité, précision, rapidité), on introduit dans la chaîne directe un correcteur. Le schéma du système H asservi se présente sous la forme:



*Notation utilisée:*

- $H_{BO}(p) = H(p)$  : Fonction de transfert du système en boucle ouverte (FTBO),
- $H_{CO}(p) = C(p).H(p)$  : Fonction de transfert du système corrigé en boucle ouverte (FTCBO),
- $H_{BF}(p)$ : fonction de transfert du système en boucle fermée (FTBF) :

$$H_{BF}(p) = \frac{C(p).H(p)}{1 + C(p).H(p)}$$

*Objectif de la régulation:*

**Déterminer** les paramètres du correcteur en fonction du cahier des charges pouvant fixer l'erreur statique, le temps de réponse, la marge de phase, le coefficient d'amortissement...

*Critères:* Il existe deux types de critères d'amélioration:

les critères temporels:

- coefficient d'amortissement  $z$ ,
- erreur statique  $\epsilon_0$ , erreur de vitesse  $\epsilon_v \dots$
- temps de réponse  $Tr_{5\%}$ ,

les critères fréquentiels:

- marge de phase,
- bande passante

*Types de correcteurs:* Il existe deux principaux types de correcteurs, qu'on distingue dans le plan de Bode et Black:

- les correcteurs translatant :  
pas de déformation du lieu de transfert mais uniquement translation de celui-ci,
- les correcteurs déformant:  
déformation du lieu de transfert, en basse ou en haute fréquence, ou les deux.

## 2. Méthodes de détermination du correcteur

A partir de l'étude de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H(p)$ , on détermine le type de correcteur  $C(p)$  nécessaire à l'amélioration des performances.

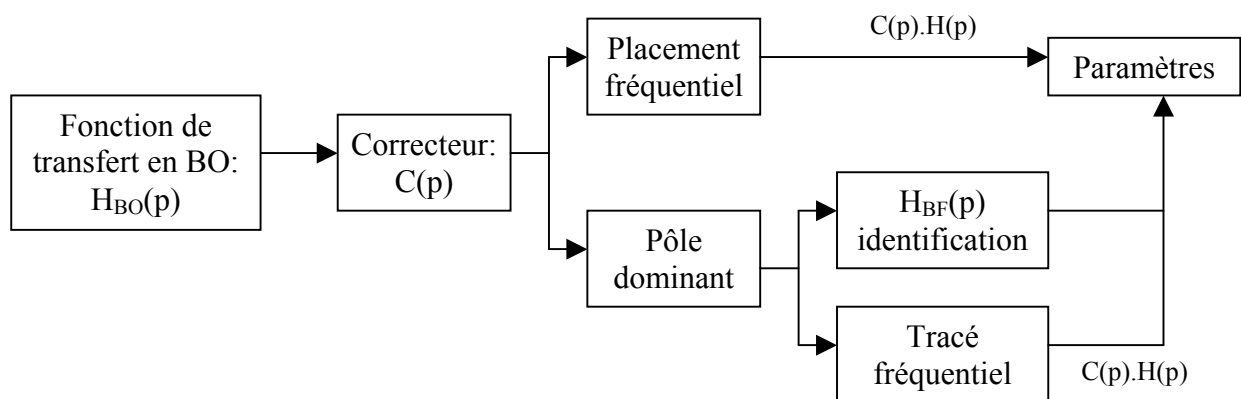
- Les correcteurs les plus souvent utilisés sont des correcteurs du type:
  - Proportionnel (P),
  - Proportionnel Intégral (PI),
  - Proportionnel Dérivé (PD),
  - Proportionnel Intégral Dérivé (PID),
  - A retard de phase,
  - A avance de phase,
  - A avance et à retard de phase.

Le but de la correction est donc de déterminer les **paramètres** du correcteur mis en place. Si une précision est imposée, on place d'abord un correcteur proportionnel, sinon on conserve ce paramètre qui permettra d'ajuster la marge de phase. On choisit ensuite une méthode de placement du correcteur parmi les deux méthodes suivantes :

- compensation du pôle dominant,
- placement fréquentiel.

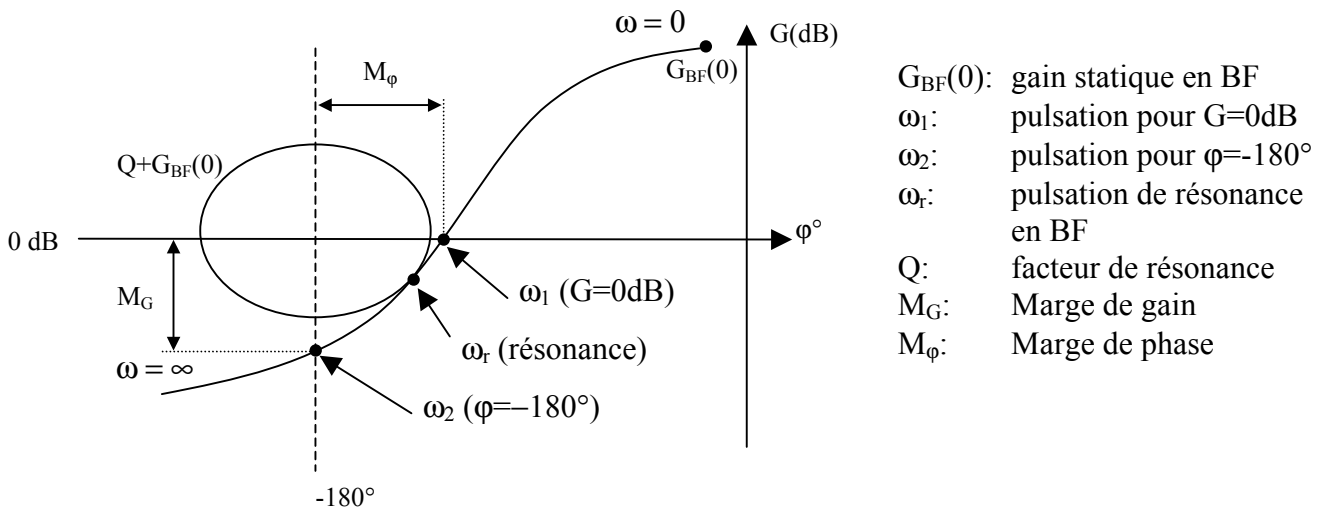
→ On détermine alors les paramètres du correcteur:

- ❑ *Méthode par placement fréquentiel:*  
méthode qui donne directement les paramètres du correcteur,
- ❑ *Méthode de compensation du pôle dominant:*  
Les paramètres du correcteur sont déterminés soit en identifiant les termes de la fonction de transfert du système en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  à la forme classique d'un second ordre, soit en traçant  $[C(p).H(p)]_{p=j.\omega}$  dans le plan de black et en ajustant les paramètres pour obtenir la marge de phase souhaitée.



### 3. Caractéristiques du système bouclé $H_{BF}$ (lieu de Black)

En traçant le lieu de Black du système en boucle fermée, on relève les informations concernant la bande passante, le facteur de résonance et le degré de stabilité.



- Précision:**

Si  $G_{BO}(0) = \infty$  alors  $G_{BF}(0) = 0 \text{ dB}$ .

De plus, si le système bouclé est stable, alors  $\varepsilon_0=0$  (pas d'erreur en régime permanent pour une entrée en échelon)

→ Fixer une erreur (de position, de vitesse...) impose un correcteur proportionnel.

- Bande passante:**

La plupart des processus physiques ont un comportement de type "passe-bas", c'est à dire que:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |C(j.\omega).H(j.\omega)| = 0$$

La pulsation de coupure ( $\omega_c$ ) à -3 dB en boucle fermée est définie par:

$$G_{BF}(\omega_c) - G_{BF}(0) = -3 \text{ dB}$$

$$\text{avec } G_{BF}(\omega) = 20 \cdot \log_{10} \left| \frac{C(j.\omega).H(j.\omega)}{1 + C(j.\omega).H(j.\omega)} \right|$$

Elle correspond à une division de l'amplitude par  $\sqrt{2}$  ou à une division par 2 de la puissance transmise. On parle alors de bande passante à -3 dB.

→ Fixer une bande passante impose un temps de réponse (Plus elle est grande, plus le temps de réponse est court)

- **Facteur de résonance:**

- La pulsation de résonance en boucle fermée ( $\omega_r$ ) correspond à la valeur de  $\omega$  pour laquelle le gain en boucle fermée  $G_{BF}(\omega)$  passe par un maximum (pulsation correspondant au point de tangence du lieu de black du système en boucle ouverte avec le contour de Hall de l'abaque)
- Le facteur de résonance  $Q$  du système lu sur l'abaque est :

$$Q = \frac{|H_{BF}(j.\omega_r)|}{|H_{BF}(0)|}$$

ce qui correspond en dB à :  $Q = G_{BF}(\omega_r) - G_{BF}(0)$

- Si le système en boucle ouverte admet un pôle à l'origine ou si  $G_{BO}(0) \gg 1$ , c'est à dire que  $G_{BF}(0) \approx 0$ , alors le facteur de résonance  $Q$  s'assimile à la valeur indiquée sur le contour de Hall du système en boucle fermée.

- **Marge de gain, marge de phase:**

- C'est l'écart de  $C(p).H(p)$  par rapport au point -1 (0 dB, -180°), c'est à dire le degré de stabilité du système bouclé. On a:

$$M\phi = \phi(\omega_1) + 180^\circ \quad \text{avec } G(\omega_1) = 0$$

$$M_G = -G(\omega_2) \quad \text{avec } \phi(\omega_2) = -180^\circ$$

→ *Fixer une marge de phase impose un coefficient d'amortissement*

## 4. Rôle du correcteur

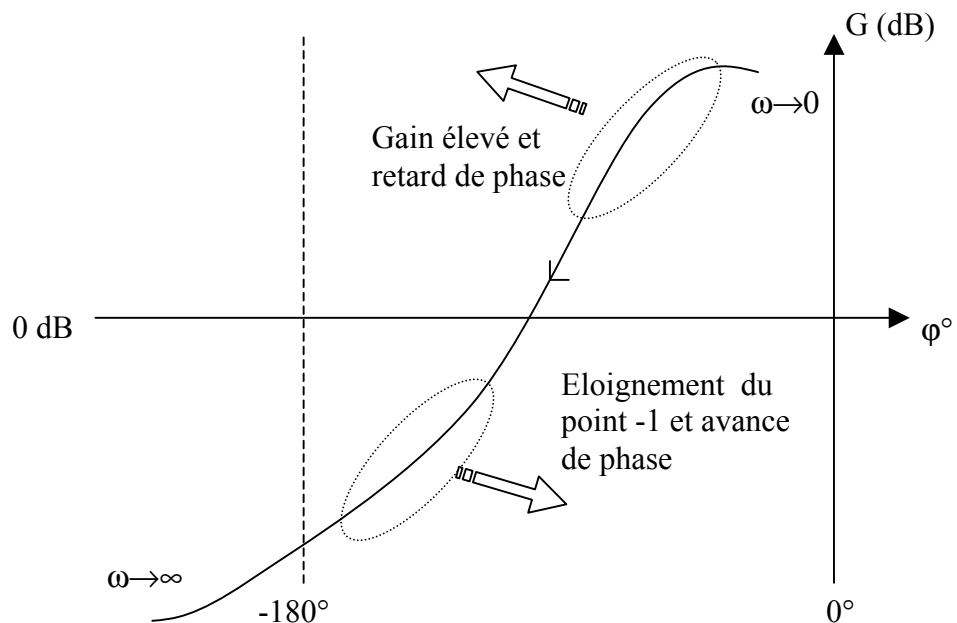
- Les objectifs principaux, lors d'un asservissement d'un système, sont:

- augmenter la stabilité,
- augmenter la précision, et en particulier diminuer l'erreur statique,
- augmenter la bande passante,
- diminuer le temps de réponse.

En supposant que la sortie suive **exactement** la consigne d'entrée imposée (asservissement idéal), la fonction de transfert du système bouclé serait égale à 1 (solution irréalisable en pratique)

→ Le correcteur physiquement réalisable est tel que le degré du dénominateur soit au moins égal à celui du numérateur.

- Lors de l'étude du correcteur, il convient donc:
  - d'éloigner le lieu de Black du point -1 (0 dB, -180°) de façon à augmenter la stabilité, c'est à dire augmentation de la marge de gain et de la marge de phase. Souvent on choisit:  $M_G = 10$  dB et  $M_\phi \geq 45^\circ$
  - d'augmenter le gain du système en boucle ouverte pour augmenter la précision. L'annulation de l'erreur statique peut être obtenue si le système en boucle ouverte admet une intégration (1/p).
  - D'augmenter la bande passante, ce qui diminue le temps de réponse,
  - Provoquer une avance de phase en moyenne et haute fréquences et un retard de phase en basse fréquence pour une meilleure stabilité.



- **Correcteurs étudiés:**

- proportionnel:  $C(p) = K$
- proportionnel et dérivée:  $C(p) = K.(1 + \tau_d \cdot p)$  (vrai en théorie, incomplet en pratique)
- proportionnel et intégral:  $C(p) = a + \frac{b}{p} = K \cdot \frac{1 + \tau_i \cdot p}{\tau_i \cdot p}$
- à retard de phase:  $C(p) = K \cdot \frac{1 + \tau_n \cdot p}{1 + b \cdot \tau_n \cdot p}$ ,  $b > 1$
- à avance de phase:  $C(p) = K \cdot \frac{1 + a \cdot \tau_n \cdot p}{1 + \tau_n \cdot p}$ ,  $a > 1$
- proportionnel, intégral et dérivée:  $C(p) = a + \frac{b}{p} + c \cdot p = \frac{K_n}{p} (1 + \tau_n \cdot p)(1 + \tau_v \cdot p)$   
(vrai en théorie, incomplet en pratique)