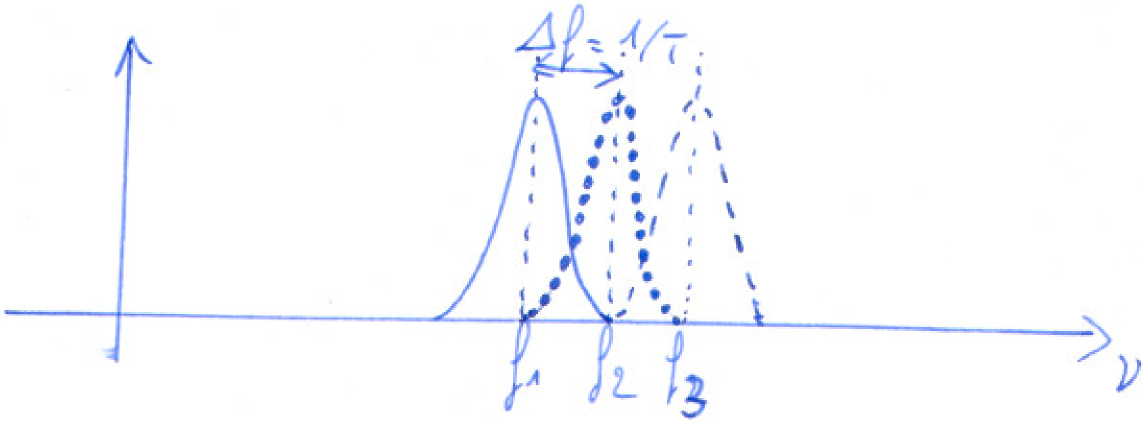
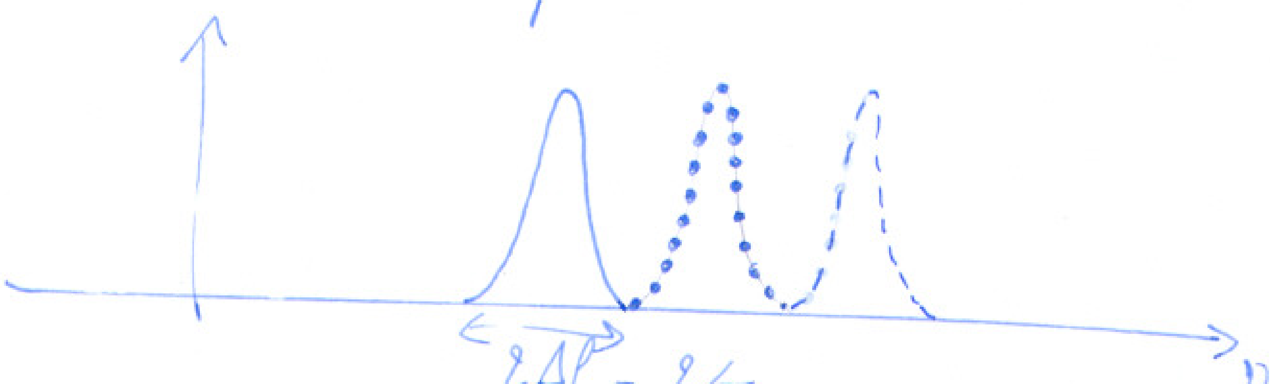
2.2 1)



Dans un multiplex frequentiel, il faudrait que les 3 lobes principaux soient bien disjoints, comme sur la figure ci-dessous. On aurait donc une occupation spectrale de $6\Delta f$ au lieu de $4\Delta f$.



On peut aussi utiliser des impulsions en cos surélevé dans le cas du multiplex frequentiel, ce qui reduit l'occupation spectrale (et évite de negliger les lobes secondaires des DSP).

L'occupation spectrale est alors de $3 \times \left(\frac{1+\alpha}{T}\right) < 4\Delta f$ si $\alpha > 0{,}33$

L'OFDM devient intéressant pour un grand nombre N de porteuses :

occupation OFDM $\simeq N\Delta f < (1+\alpha)N\Delta f =$ occupation multiplex

2) a) $P(R_{111} \mid S_{111})$

$= P(z_a, z_b, z_c \geq 0 \mid S_{111})$

$= P\left(\begin{array}{l} a_i + B_a \geq 0 \\ b_j + B_b > 0 \\ c_k + B_c > 0 \end{array} \middle| \begin{array}{l} a_i = A \\ b_j = A \\ c_k = A \end{array}\right)$

$= P(B_a > -A, B_b > -A, B_c > -A)$

(proba non conditionnelle car le bruit du canal est independant du symbole émis)

$= P(B_a > -A) P(B_b > -A) P(B_c > -A)$

car les B sont des VA independantes

$= P(B > -A)^3$ car les 3 bruits ont la m̂ loi de probabilité

$$P(B > -A) = \int_{-A}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

$$= 1 - \int_{-\infty}^{-A} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

$$= 1 - \int_{A}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

car fonction paire

$$= 1 - \int_{A/\sigma}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

(après chgt variable $x' = x/\sigma$

$= 1 - Q(A/\sigma)$

b) $P(\overline{R_{111}} \mid S_{111})$

$$= 1 - P(R_{111} \mid S_{111})$$

$$= 1 - (1 - Q(A/\sigma))^3$$

$$= 1 - (1 - 3Q(A/\sigma) + 3Q(A/\sigma)^2 - Q(A/\sigma)^3)$$

$$\simeq 3Q(A/\sigma)$$

en négligeant les termes d'ordre > 1

c) $P_e = P\left(\bigcup_{i,j,k} (S_{ijk}, \overline{R_{i,jk}})\right)$

$$= \sum_{i,j,k} P(S_{ijk}, \overline{R_{i,j,k}})$$

car événements disjoints

$$= \sum_{i,j,k} \underbrace{P(\overline{R_{ijk}} \mid S_{ijk})}_{3Q(A/\sigma)} \underbrace{P(S_{ijk})}_{1/8}$$

$$= 3Q(A/\sigma)$$