

## II- LE TRANSFORMATEUR

### 1 Généralités sur le transformateur

#### a) Qu'est-ce qu'un transformateur ?

Un transformateur a pour but de modifier les amplitudes des grandeurs électriques alternatives : il transforme des signaux de tension et de courant de fréquence donnée en signaux de même fréquence mais de valeurs efficaces différentes. L'une des particularités du transformateur est qu'il a un rendement très élevé, souvent proche de 100 % : dans les gros transformateurs, on a moins de 1 % de pertes. Pour simplifier, nous ne considérerons ici que le cas du transformateur monophasé, mais les principes physiques abordés s'appliquent aussi au cas du transformateur triphasé.

#### b) Pourquoi utiliser un transformateur ?

Le transformateur joue un rôle important dans le transport et la distribution de l'énergie électrique. En effet, si l'on s'intéresse aux pertes en ligne lors d'un transport de puissance électrique, et plus particulièrement aux pertes Joule, ces dernières sont, quelque soit le conducteur, d'autant plus importantes que le courant électrique est élevé. Or, à puissance transportée constante, l'utilisation d'une tension plus élevée implique un courant électrique plus faible puisque, d'une manière générale et quelque soit le nombre de phases utilisées, la puissance électrique  $P_{\text{elec}}$  est proportionnelle au produit de la tension  $V$  par le courant  $I$  :

$$P_{\text{elec}} \propto V \times I$$

De fait, afin de limiter au maximum les pertes en ligne, il faut transporter un courant aussi faible que possible quand les distances deviennent importantes, le transport de l'énergie électrique ne peut se faire qu'à très haute tension. Il est donc nécessaire d'élever la tension fournie par les générateurs avant de la transporter, et pour cela d'utiliser des transformateurs.

En résumé, le transformateur permet à l'énergie électrique d'être transportée à longue distance de façon économique et distribuée dans les industries et les habitations.

#### c) Constitution d'un transformateur monophasé

Comme nous pouvons le voir sur la figure 2.1, un transformateur monophasé est constitué :

- d'un circuit magnétique fermé ;
- de deux circuits électriques sans liaison entre eux, enroulés autour du circuit magnétique.

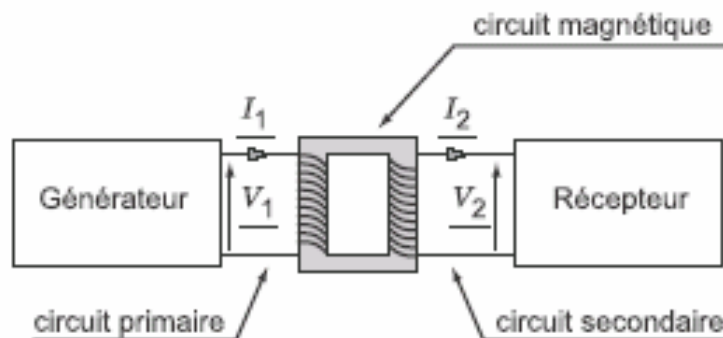


FIG. 2.1 – Schéma de principe d'un transformateur monophasé.

Le circuit électrique lié au générateur est appelé le circuit primaire, celui qui est lié au récepteur est appelé le circuit secondaire. Appelons  $V_1$  la valeur efficace de  $V_1$  au primaire et  $V_2$  la valeur efficace de  $V_2$  au secondaire alors :

- Si  $V_1 < V_2$ , le transformateur est dit élévateur de tension ;
- Si  $V_1 > V_2$ , le transformateur est dit abaisseur de tension ;
- Si  $V_1 = V_2$ , le transformateur est un transformateur d'isolement ;

#### d) Principe de fonctionnement

L'enroulement primaire est soumis à une tension sinusoïdale. Il est donc traversé par un courant sinusoïdal et donne naissance à travers le circuit magnétique à un flux sinusoïdal. Ce flux engendre alors une force électromotrice induite  $E_1$  dans l'enroulement primaire et  $E_2$  dans l'enroulement secondaire. Au niveau des bornes du secondaire, apparaît alors une tension sinusoïdale dont la fréquence est la même que celle de la tension appliquée au primaire, mais dont l'amplitude est différente. Le comportement du transformateur peut alors être appréhendé par le schéma reporté sur la figure 2.2.

#### Convention de signe :

Les conventions de signe que nous utiliserons dans le cas du transformateur monophasé sont celles reportées sur la figure 2.2 :

- en ce qui concerne les forces électromotrices (f.é.m)  $E_1$  et  $E_2$ , nous prenons comme convention le fait que des f.e.m positives tendent à faire circuler des courants positifs ;
- en ce qui concerne la tension d'entrée du primaire  $V_1$  et le courant  $I_1$ , puisque l'enroulement primaire absorbe l'énergie du générateur, il se comporte comme un récepteur :

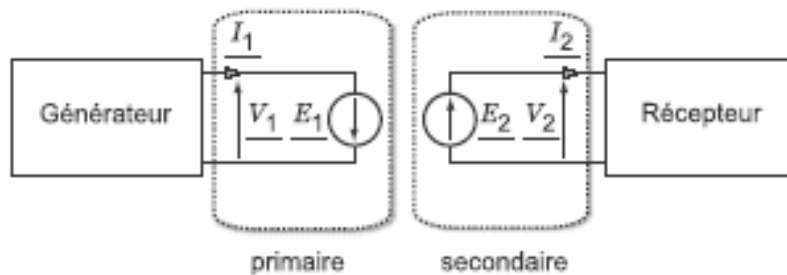


FIG. 2.2 – Principe de fonctionnement du transformateur. On utilise la convention récepteur pour le primaire (le sens positif de  $\underline{V_1}$  est pris en opposition avec celui de  $\underline{I_1}$ ) et générateur pour le secondaire (le sens positif de  $\underline{V_2}$  est pris dans le même sens que celui de  $\underline{I_2}$ ).

$V_1$  et  $I_1$  sont donc liés par la convention des récepteurs et leurs sens positifs sont pris en opposition ;

- en ce qui concerne la tension de sortie du secondaire  $V_2$  et le courant  $I_2$ , puisque l'enroulement secondaire se comporte comme un générateur et fournit de l'énergie au récepteur, ils sont reliés par la convention des générateurs et le sens positif de  $V_2$  est pris dans le même sens que celui de  $I_2$ .

## e) Symboles électriques du transformateur

Dans un schéma électrique, le transformateur peut être représenté par l'un des deux symboles reportés dans les volets (a) et (b) de la figure 2.3.

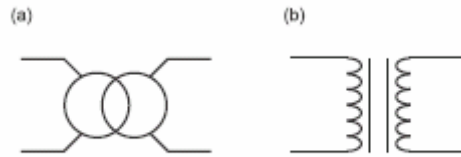


FIG. 2.3 – Symboles électriques du transformateur

## 2 Le transformateur parfait (ou idéal)

### 2.1 Définition du transformateur parfait (ou idéal)

On appelle transformateur parfait, ou idéal, un transformateur vérifiant les conditions suivantes :

- Les pertes dans le fer, c'est à dire les pertes par hystérésis et les courants de Foucault sont nulles. Le noyau est infiniment perméable au champ magnétique et sa réluctance  $\mathcal{R}$ , grandeur décrivant la résistance d'un circuit magnétique à sa pénétration par un champ magnétique, est nulle.
- La résistance des enroulements primaires et secondaires est nulle.
- Il n'y a pas de pertes de flux magnétique : tout le flux présent dans le noyau sert à magnétiser l'enroulement secondaire.

Du point de vue des grandeurs électriques, cela veut dire que :

- Si le secondaire est à vide, et donc si  $\underline{I}_2 = 0$ , alors le courant qui traverse le primaire est nul, c'est à dire que  $\underline{I}_1 = 0$  ;
- Le secondaire se comporte comme un générateur parfait, de résistance interne nulle, de sorte que la valeur efficace de la tension au secondaire  $V_2$  est constante quand le courant au secondaire  $I_2$  varie, en valeur efficace, de 0 à sa valeur nominale  $I_{2n}$  ;
- Le rendement du transformateur est de  $\eta = 1 = 100 \%$ .

### 2.2 Expression des f.é.m dans le transformateur parfait

D'après la loi de Faraday, les forces électromotrices  $\underline{E}_1$  et  $\underline{E}_2$  dépendent de la variation du flux magnétique  $\underline{\phi}$  selon la relation :

$$\underline{E}_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (2.1)$$

et

$$\underline{E}_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (2.2)$$

où  $N_1$  et  $N_2$  sont respectivement le nombre de spires des enroulements primaire et secondaire.

### **a)- Equation de la tension**

Dans le cas idéal, la tension au primaire vérifie la relation :

$$\underline{V_1} = -\underline{E_1} = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (2.3)$$

et celle au secondaire vérifie :

$$\underline{V_2} = \underline{E_2} = -N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (2.4)$$

De fait, à condition que  $d\phi/dt \neq 0$ , on peut ramener ces deux expressions à :

$$\frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = -\frac{N_2}{N_1} = -m \quad (2.5)$$

où  $m$  est appelé le rapport de transformation. Si l'on remplace les valeurs temporelles de la tension par des valeurs efficaces, la précédente équation se ramène, dans le cas idéal, à :

$$\frac{V_2}{V_1} = m \quad (2.6)$$

Remarque : le fait que l'on doive avoir  $d\phi/dt \neq 0$  implique que le transformateur ne peut fonctionner qu'en régime alternatif.

**b)- Équation d'intensité** Dans le cas général, le courant au primaire et celui au secondaire sont reliés à tout instant par la relation d'Hopkinson :

$$N_1 \underline{I_1} + N_2 \underline{I_2} = \mathcal{R} \underline{\phi_m} \quad (2.7)$$

où  $\underline{\phi_m}$  est le flux mutuel (dans le cas idéal  $\underline{\phi_m} = \underline{\phi}$ ) et où  $\mathcal{R}$  est la réluctance du circuit magnétique. Cette grandeur décrit l'opposition du noyau au passage du champ magnétique : elle est par conséquent liée à la notion de pertes dans le fer. Or, nous sommes dans le cas d'un transformateur idéal et, de fait, la réluctance du circuit noyau est nulle et la précédente équation s'écrit sous la forme :

$$N_1 \underline{I_1} + N_2 \underline{I_2} = 0 \quad (2.8)$$

Ceci implique que :

$$\frac{\underline{I_2}}{\underline{I_1}} = -\frac{N_1}{N_2} = -\frac{1}{m} \quad (2.9)$$

Si, à présent, on remplace les grandeurs temporelles par des grandeurs efficaces, on aboutit à la relation, valable dans le cas idéal :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{m} \quad (2.10)$$

Remarque : Le rapport de transformation des intensités est l'inverse de celui des tensions.

### c)- Calcul de la f.é.m induite - Formule de Boucherot -

Pour établir la formule de Boucherot, on considère un transformateur parfait dont la section  $S$  du noyau ferromagnétique est constante.

$$\text{On sait que : } \Phi = \mathbf{B} S \text{ (} B \text{ et } S \text{ sont colinéaires)} \quad (2.11)$$

Soit, pour des grandeurs instantanées :  $\Phi(t) = \mathbf{B}(t) S$

$$\text{Si : } \phi(t) = \hat{\phi} \sin(\omega t) \text{ alors } B(t) = \frac{\hat{\phi} \sin(\omega t)}{S} \quad (2.12)$$

La f.é.m induite dans l'enroulement est donc :

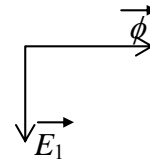
$$\text{- pour une spire : } e = -\frac{d\phi}{dt} \quad (2.13)$$

$$\text{- pour } N_1 \text{ spires : } e = -N_1 \frac{d\phi}{dt} = -N_1 \omega \hat{\phi} \cos(\omega t) = N_1 \omega \hat{\phi} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$e = \hat{E} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (2.14)$$

La tension est en quadrature de phase retard par rapport au flux  $\phi$ .

$$\text{Avec : } \hat{E} = N_1 \omega \hat{\phi} = N_1 \omega \hat{B} S$$



La valeur efficace de la tension induite est alors :

$$E = \frac{\hat{E}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N_1 \hat{B} S}{\sqrt{2}} = 4,44 f \hat{B} S N_1 \quad (2.15)$$

**Exemple :**

$$\hat{B} = 1T, f = 50Hz, N_1 = 1 \text{ et } S = 0.01m^2 \Rightarrow E = 2,22 V$$

## **2.3 Propriétés du transformateur parfait**

### **2.3.1 Déphasages : diagramme de Fresnel**

Nous reportons sur la figure 2.4 le diagramme vectoriel associé aux équations (2.5) et (2.9). Ce diagramme de Fresnel représente donc les différentes grandeurs électriques et leurs déphasages dans le cas du transformateur idéal.

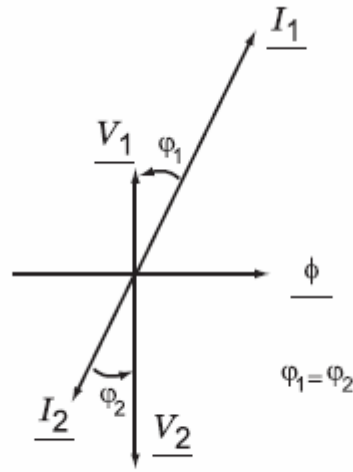


FIG. 2.4 – Diagramme de Fresnel dans le cas d'un transformateur idéal.

Nous pouvons remarquer que les déphasages  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont les mêmes.

### 2.5.2 Lois de conservation

À partir des équations (2.6) et (2.10), nous pouvons écrire que :

$$V_2 \times I_2 = mV_1 \times \frac{1}{m}I_1 = V_1 \times I_1 \quad (2.16)$$

et, de fait, si l'on appelle  $S_1$  la puissance apparente absorbée au primaire et  $S_2$  celle fournie au secondaire, alors :

$$\boxed{S_1 = S_2} \quad (2.17)$$

De plus, nous avons vu que le transformateur conserve le déphasage  $\varphi$ . Or, la puissance active  $P$  s'exprime comme

$$P = S \cos \varphi \quad (2.18)$$

tandis que la puissance réactive  $Q$  vérifie :

$$Q = S \sin \varphi \quad (2.19)$$

On remarque au passage que  $P$ ,  $Q$  et  $S$  sont reliées par la relation :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2.20)$$

Comme  $S$  et  $\varphi$  sont conservés, alors il en va de même pour  $P$  et  $Q$ . Par conséquent, dans le cas du transformateur idéal :

$$P_1 = P_2 \quad (2.21)$$

et

$$Q_1 = Q_2 \quad (2.22)$$

**Conclusion :** Le transformateur idéal conserve les puissances actives, réactives et apparentes. Il conserve aussi le déphasage.

### 2.3.3 Adaptation d'impédance

Supposons à présent le secondaire du transformateur chargé par une impédance  $Z$ . On se demande quelle va être la valeur de l'impédance vue depuis l'entrée du transformateur, c'est à dire depuis les bornes du primaire. Soit  $Z'$  cette valeur de l'impédance, alors :

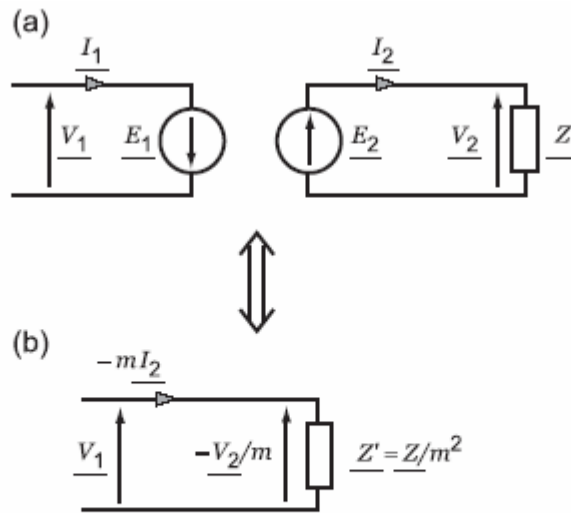


FIG. 2.5 – Impédance du secondaire, ramenée au primaire. Le secondaire du transformateur est chargé par une impédance  $Z$  (a). Circuit équivalent vu du primaire du transformateur idéal chargé (b).

$$\underline{Z'} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{-V_2/m}{-mI_2} = \frac{V_2}{I_2} \times \frac{1}{m^2} \quad (2.23)$$

et, de fait :

$$\underline{Z'} = \frac{\underline{Z}}{m^2} \quad (2.24)$$

Tout se passe alors comme si le générateur alimentant le transformateur voyait l'impédance de charge divisée par le carré du rapport de transformation : pour ramener une impédance du secondaire vers le primaire, il suffit de la diviser par  $m^2$ .

On pourra de la même manière ramener une impédance du primaire vers le secondaire. Pour cela, il suffira de multiplier l'impédance au primaire par  $m^2$  pour avoir sa valeur au secondaire.

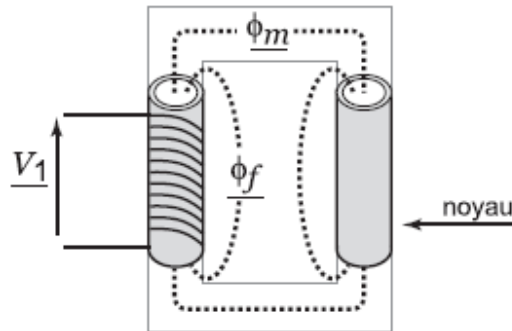
Ces règles de transformation restent valables dans le cas d'un transformateur réel.

## 3 Le transformateur réel

### 3.1 Différences par rapport au cas idéal : les pertes dans un transformateur réel

Dans un transformateur réel, on ne néglige plus les pertes. Aussi doit-on prendre en compte :

- les pertes Joule dans les enroulements, du fait de leurs résistances non-nulles ;
- les pertes fer au niveau du noyau dues au phénomène d'hystérésis et à l'apparition de courants de Foucault : la réluctance  $\mathcal{R}$  n'est plus nulle ;
- les fuites de flux magnétique au niveau du noyau (voir figure 2.6).



**Fig. 2.6** Fuites magnétiques au niveau du noyau

### 3.2 Transformateur réel à vide

Afin de pouvoir mener les différents calculs nécessaires à la description du fonctionnement d'un transformateur monophasé réel, il est nécessaire d'en dresser le circuit équivalent. Celui-ci doit rendre compte du comportement électrique du transformateur et des différents phénomènes physiques qui régissent son fonctionnement. Intéressons-nous dans un premier temps au transformateur réel lorsque celui-ci est à **vide**, c'est à dire lorsque le secondaire est en circuit ouvert.

#### 3.2.1 Courant primaire à vide

Lorsque l'on met le secondaire d'un transformateur réel à vide, on s'aperçoit que, contrairement au cas idéal, il circule au niveau du circuit primaire un courant  $\underline{I}_{10}$  faible mais non-nul. En effet, même si le secondaire est à vide, la magnétisation du noyau ne se fait pas de manière idéale et implique différentes pertes. Aussi nécessite-t-elle une puissance électrique, que traduit la présence de  $\underline{I}_{10}$ . Ce courant  $\underline{I}_{10}$  est appelé courant de magnétisation.

D'un point de vue mathématique, on retrouve la présence de  $\underline{I}_{10}$  à l'aide de la relation d'Hopkinson (2.7) donnée en page 4 . En effet, celle-ci se ramène dans notre cas à :

$$N_1 \underline{I}_{10} = \mathcal{R} \underline{\phi}_m \neq 0 \quad (2.25)$$



**Remarquons que :**

- Le secondaire est ouvert et, par conséquent, le courant  $\underline{I}_2$  qui y circule est nul.
- En dépit du fait que l'enroulement primaire du transformateur ait une résistance non-nulle, le courant  $\underline{I}_{10}$  est suffisamment faible pour que les pertes Joule qui en résultent soient négligées dans ce modèle.
- Le flux magnétique étant engendré par le courant  $\underline{I}_{10}$ , qui est très faible, les pertes dues au flux de fuite  $\underline{\phi}_f$  décrit sur la figure 2.6 sont négligeables à vide.

### 3.2.2 Tension secondaire à vide

En ce qui concerne les tensions, appelons  $V_{20}$  la tension efficace au secondaire et  $V_1$  celle au primaire. Puisque  $V_1$  est imposée par le générateur, elle ne dépend pas de la résistance des enroulements. Il en va de même pour  $V_{20}$  puisque celle-ci est mesurée aux bornes d'un circuit ouvert dans lequel aucun courant ne circule : il ne peut donc pas y avoir chute de tension et, par conséquent,  $V_{20}$  correspond à la tension maximale qu'il est possible d'avoir au secondaire. Dans ces conditions,  $V_{20}$  vient remplacer  $V_2$  dans l'expression (2.5) de page 042 et l'on définit le rapport de transformation  $m$  dans le cas d'un transformateur réel selon la relation :

$$\boxed{\frac{V_{20}}{V_1} = m} \quad (2.26)$$

### 3.2.3 Circuit équivalent à vide

Traçons à présent le circuit équivalent à vide et, pour cela, examinons les différentes pertes du transformateur. Si, comme nous l'avons vu précédemment, les pertes Joule dues à la résistance des enroulements peuvent être négligées, nous prenons en revanche en compte celles dues aux courants de Foucault et aux phénomènes d'hystérésis apparaissant lors de la magnétisation du noyau. Cette perte de puissance active est alors modélisée par une résistance  $R_F$ . D'autre part, même si les pertes de flux sont négligeable à vide, la création du champ magnétique  $\underline{\phi}$  dans le noyau implique une perte de puissance réactive, que nous représentons sous la forme d'une inductance notée  $l_m$ . À partir de là, nous pouvons tracer le circuit équivalent du transformateur à vide, que nous reportons sur la figure 2.7. Nous pouvons observer que le courant  $\underline{I}_{10}$  a une composante active  $I_{10a}$  et une composante réactive  $\underline{I}_{10r}$ . Le diagramme de Fresnel de ces différentes grandeurs est reporté sur la figure 2.8.

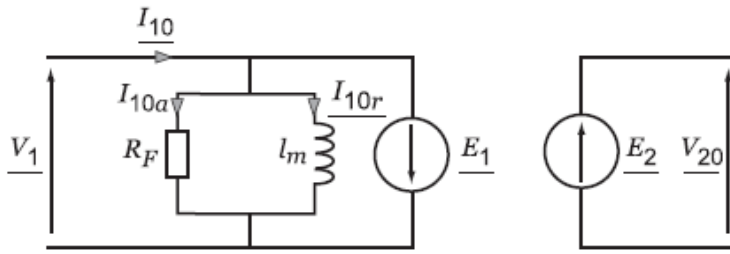


FIG. 2.7 – Circuit équivalent du transformateur réel à vide

$\alpha$  est appelé angle hystérétique

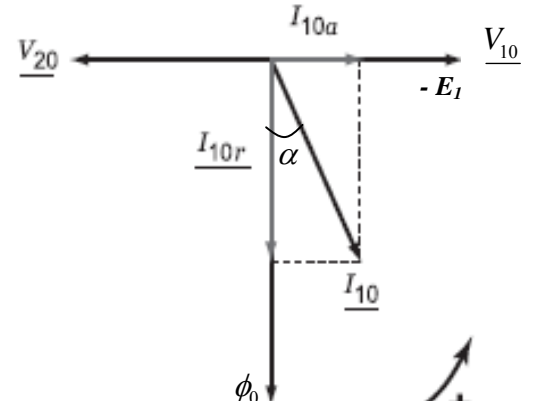


FIG. 2.8 – Diagramme de Fresnel

**Les pertes fer :** Les pertes fer ( $P_{fer}$ ) regroupent les pertes de puissance active ; les pertes par hystérésis et par courant de Foucault. Aussi, l'expression des pertes fer se ramène à :

$$P_{fer} = V_1 I_{10a} \cos(\underline{V_1}, \underline{I_{10a}}) \quad (2.27)$$

et, comme  $\underline{V_1}$  et  $\underline{I_{10a}}$  sont en phase et que, par conséquent  $\cos(\underline{V_1}, \underline{I_{10a}}) = 1$ , les pertes fer s'expriment selon :

$$\boxed{P_{fer} = V_1 I_{10a}} \quad (2.28)$$

### 3.3 Transformateur réel en charge

Dans le cadre d'une utilisation normale, un transformateur débite dans un récepteur : il fonctionne **en charge**, et non à vide. Donnons à présent les différents outils permettant de décrire le comportement d'un transformateur réel en charge.

#### 3.3.1 Circuit équivalent du transformateur en charge

Afin de pouvoir établir le plus facilement possible les différentes relations liant les grandeurs électriques entre elles, commençons par dresser le circuit équivalent du transformateur réel en charge. Pour cela, examinons les différentes pertes que nous devons décrire. D'une part, les pertes fer ainsi que les pertes magnétiques, prises en compte dans le cas du transformateur à vide et que nous avons exprimées à travers les composants  $R_F$  et  $l_m$  dans le paragraphe 3.2, restent présentes lorsque le transformateur est chargé et que l'on applique au primaire la tension nominale. D'autre part, dans ces conditions de fonctionnement, le courant  $\underline{I_1}$  circulant dans le primaire est suffisamment élevé pour que les pertes de flux par fuite (du fait de  $\underline{\phi_f}$ ) et les pertes Joule dues à la résistance des enroulements ne puissent plus être raisonnablement négligées. Afin de prendre ces dernières en compte, nous les schématisons au primaire et au secondaire par une résistance décrivant les pertes actives ainsi qu'une inductance décrivant les pertes réactives. Soient  $r_1$  et  $r_2$  les résistances des enroulements primaires et secondaires, respectivement, et  $l_1$  et  $l_2$  les inductances décrivant les fuites de flux magnétique, respectivement au primaire et au secondaire. Le circuit équivalent du transformateur monophasé réel en charge est reporté sur la figure 2.9.

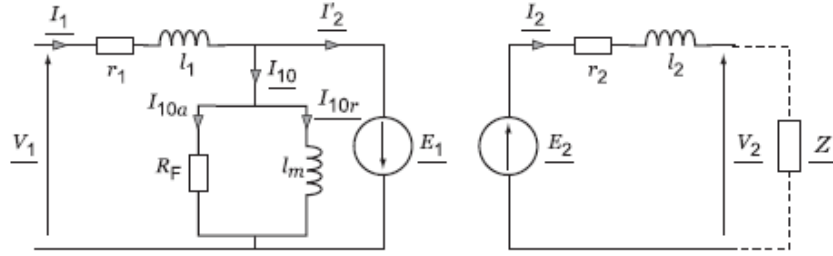


FIG. 2.9 – Circuit équivalent du transformateur monophasé réel en charge.

### 3.3.2 Équations des tensions

À l'aide du circuit équivalent de la figure 2.9, nous pouvons établir les équations aux tensions. Au primaire, la loi des mailles nous permet d'écrire que :

$$\boxed{\underline{V}_1 = (r_1 + j l_1 \omega) \underline{I}_1 - \underline{E}_1} \quad (2.29)$$

avec, puisque l'on prend en compte les fuites de flux,

$$\underline{E}_1 = -N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \quad (2.30)$$

De la même façon, au secondaire, on établit la relation :

$$-\underline{V}_2 = (r_2 + j l_2 \omega) \underline{I}_2 - \underline{E}_2 \quad (2.31)$$

avec

$$\underline{E}_2 = -N_2 \frac{d\phi_m}{dt} \quad (2.32)$$

### 3.3.3 Équations des courants :

Intéressons-nous aux équations des courants. Pour dresser celles-ci, nous partons de l'hypothèse que le flux mutuel  $\phi_m$  ne change pas que le transformateur soit chargé ou à vide. En effet, le transformateur est une machine à flux forcé. À partir de là, nous pouvons rapprocher la relation d'Hopkinson dans le cas général (2.12) de sa simplification à vide (2.25), ce qui nous permet d'écrire :

$$N_1 \underline{I}_1 + N_2 \underline{I}_2 = N_1 \underline{I}_{10} = \mathcal{R} \phi_m \quad (2.33)$$

Aussi :

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} - \frac{N_2}{N_1} \underline{I}_2 \quad (2.34)$$

Or :

$$\frac{N_2}{N_1} = m \quad (2.35)$$

de sorte que :

$$\boxed{\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} - m \underline{I}_2} \quad (2.36)$$

On pose alors :

$$-m \underline{I}_2 = \underline{I}_2' \quad (2.37)$$

## 3.4 Transformateur dans l'approximation de Kapp

### 3.4.1 Circuit équivalent ramené au primaire

Revenons sur le circuit équivalent du transformateur en charge. Nous avons vu dans le paragraphe 2.3.3 que les impédances au secondaire peuvent être ramenées au primaire, à condition de les diviser par le carré du rapport de transformation. Par conséquent, le circuit équivalent de la figure 2.9 est équivalent à celui de la figure 2.10.

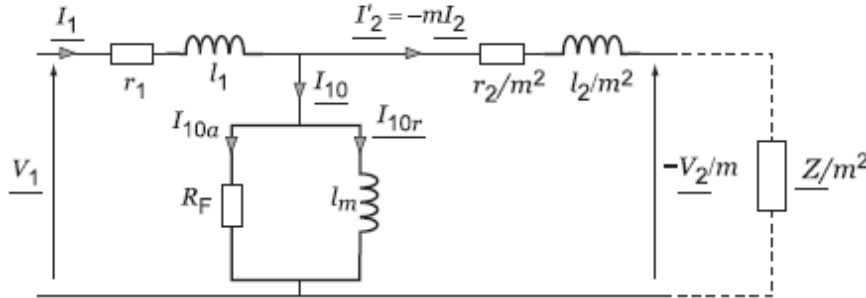


FIG. 2.10 – Circuit équivalent du transformateur monophasé réel en charge ramené au primaire

**Remarque :** Ce circuit équivalent est dit **ramené au primaire**. En effet, la tension secondaire qui y est reportée n'est pas celle que l'on mesure réellement à la sortie du générateur.

Il est clair qu'un circuit équivalent du type de celui de la figure 2.10 ne permet pas de faire des calculs simples et complique le tracé du diagramme de Fresnel des différentes grandeurs. Afin de simplifier le problème, on se place alors dans l'**hypothèse de Kapp**, qui consiste à supposer que le courant  $I_{10}$  est négligeable devant  $I_1$  au voisinage de la charge nominale. On peut dans ce cas remplacer l'élément de circuit  $R_F // l_m$  par un circuit ouvert, puisque le courant  $I_{10}$  qui le traverse est considéré comme nul, sans que cela n'ait de conséquences sensibles sur la valeur de  $I_1$ .

L'une des conséquences de cette approximation est que le courant nominal au secondaire  $\underline{I_{2n}}$  et celui au primaire  $\underline{I_{1n}}$  sont directement reliés par le rapport de transformation  $m$ . En effet, à partir de la relation (2.37) et en remarquant que dans le cadre de l'approximation de Kapp on a :

$$\underline{I'_2} = \underline{I_{1n}} \quad (2.38)$$

et

$$\underline{I_2} = \underline{I_{2n}} \quad (2.39)$$

on arrive à établir que :

$$\frac{\underline{I_{2n}}}{\underline{I_{1n}}} = -\frac{1}{m} \quad (2.40)$$

On peut aussi établir, en prenant les valeurs efficaces des courants nominaux, la relation :

$$\boxed{\frac{I_{2n}}{I_{1n}} = \frac{1}{m}} \quad (2.41)$$

L'autre conséquence de l'approximation de Kapp est le fait que le circuit équivalent ramené au primaire du transformateur monophasé réel en charge se simplifie alors par celui que nous avons reporté sur la figure 2.11. Pour finir, on regroupe entre elles les résistances d'une

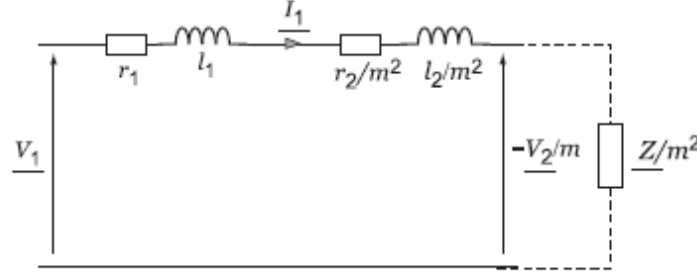


FIG. 2.11 – Simplification du circuit équivalent de la figure 2.9 dans le cadre de l'hypothèse de Kapp

part, et les inductances d'autre part. On exprime alors la résistance totale du transformateur rapportée au primaire  $R_p$  par :

$$R_p = r_1 + \frac{r_2}{m^2} \quad (2.42)$$

La réactance totale du transformateur ramenée au primaire  $X_p$  s'exprime quant à elle par :

$$X_p = l_1\omega + \frac{l_2\omega}{m^2} \quad (2.43)$$

On reporte alors sur la figure 2.12 le circuit équivalent du transformateur monophasé réel ramené au primaire. Remarquons que ce circuit correspond à la forme la plus simplifiée possible.

**Diagramme de Kapp** : À partir du circuit équivalent simplifié ramené au primaire de la figure 2.12, nous pouvons tracer le diagramme de Fresnel des grandeurs électriques. Comme

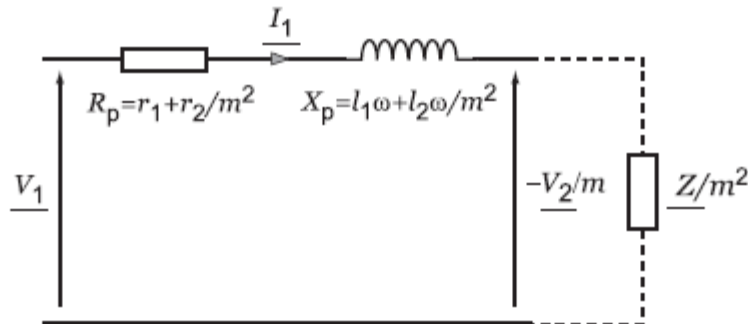


FIG. 2.12 – Circuit équivalent ramené au primaire du transformateur monophasé réel en charge dans le cadre de l'hypothèse de Kapp.

nous travaillons dans le cadre de l'hypothèse de Kapp, ce diagramme est appelé diagramme de Kapp. Nous l'avons reporté sur la figure 2.13

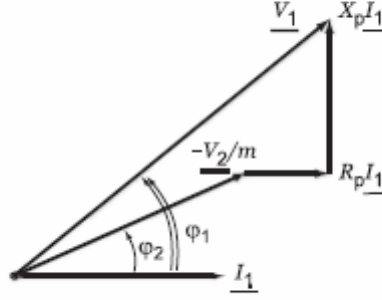


FIG. 2.13 – Diagramme de Kapp ramené au primaire

### 3.4.2 Circuit équivalent ramené au secondaire

Le travail de simplification que nous avons fait au paragraphe 3.4.1 pour ramener le circuit équivalent au primaire peut aussi être fait dans le but cette fois-ci de ramener le circuit équivalent au secondaire. En effet, un tel schéma est utile lorsque l'on considère le transformateur depuis la charge. Le circuit de la figure 2.9 se ramène alors à celui reporté dans la figure 2.14.

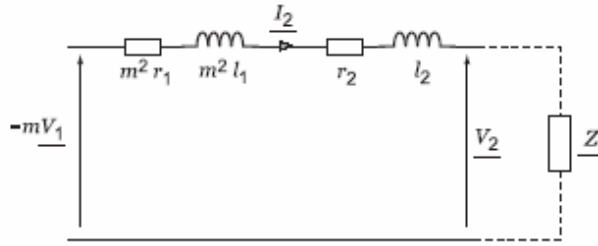


FIG. 2.14 – Simplification du schéma équivalent du transformateur monophasé réel ramené au secondaire dans le cadre de l'hypothèse de Kapp

On introduit alors la résistance totale du transformateur ramenée au secondaire  $R_s$ , qui vérifie :

$$R_s = m^2 r_1 + r_2 \quad (2.44)$$

ainsi que la réactance totale du transformateur ramenée au secondaire  $X_s$ , donnée par :

$$X_s = m^2 l_1 \omega + l_2 \omega \quad (2.45)$$

Finalement, le circuit équivalent en charge ramené au secondaire est donné sur la figure 2.15.

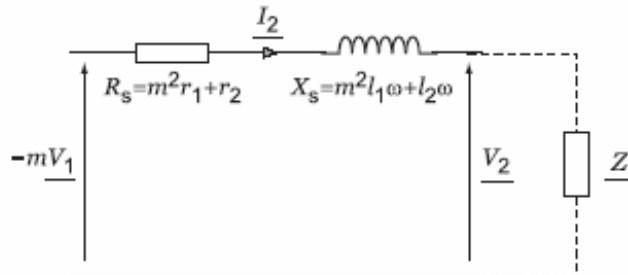


FIG. 2.15 – Circuit équivalent ramené au secondaire du transformateur monophasé réel en charge dans le cadre de l'hypothèse de Kapp.

**Diagramme de Kapp :** À partir du circuit de la figure 2.15, nous pouvons tracer le diagramme de Kapp au secondaire, que nous reportons sur la figure 2.16.

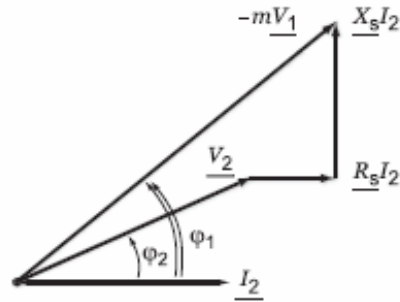


FIG. 2.16 – Diagramme de Kapp ramené au secondaire.

### Evaluation de la chute de tension au secondaire par construction de Fresnel :

Les paramètres  $R_s$  et  $X_s$  étant connus, la chute de tension  $\Delta U_2$  au secondaire peut être déterminée à l'aide d'une construction graphique.

Connaissant la charge utilisée, les termes  $I_2$  et  $\varphi_2$  qui en dépendent, sont eux aussi connus.

Le transformateur est alimenté sous sa tension nominale  $U_{1n}$ , la tension  $E_s$  est donc :

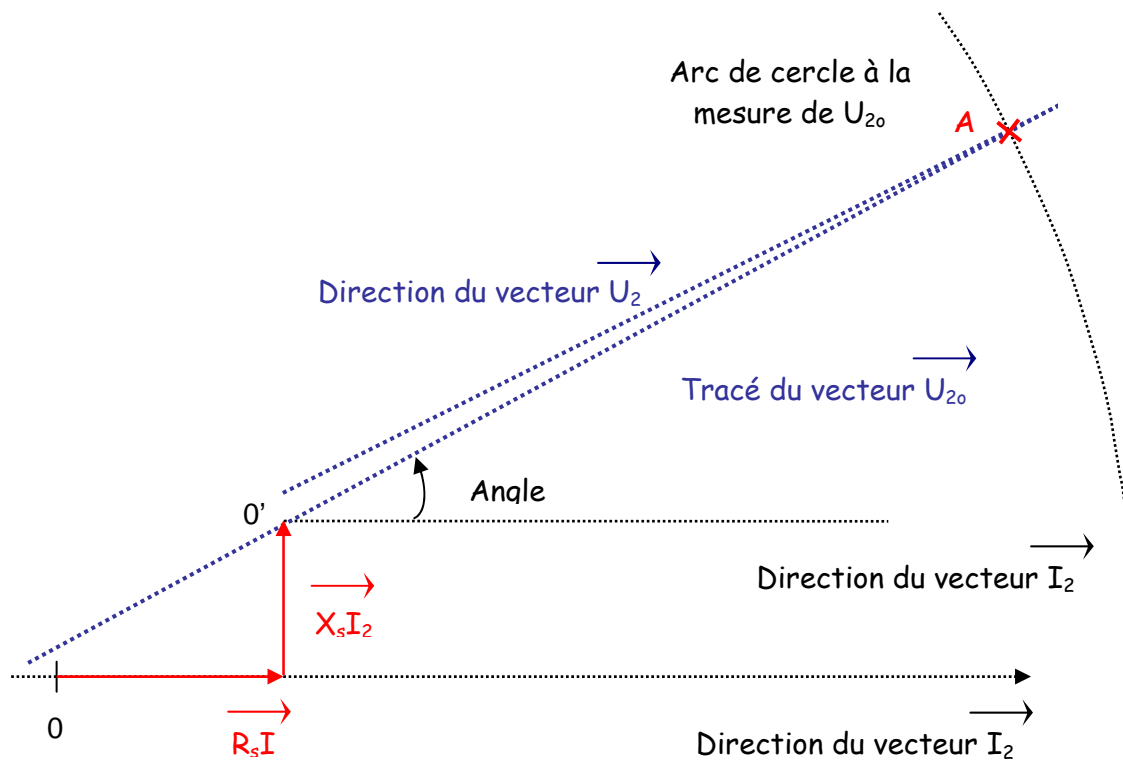
$$U_{20} = m_v \cdot U_{1n}.$$

Pour calculer la chute de tension  $\Delta U_2$  au secondaire, nous utiliserons la relation suivante :

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{20} - R_s \cdot \underline{I}_2 - j \, l_s \omega \cdot \underline{I}_2$$

Réaliser la construction graphique comme suit :

- Il faut tout d'abord calculer les termes  $R_s \cdot I_2$  et  $X_s I_2$ .
- Tracer la direction de  $\overrightarrow{I_2}$ .
- Placer à partir de  $O$ , le vecteur  $\overrightarrow{R_s I_2}$ .
- Placer perpendiculairement et à la suite du premier vecteur, le vecteur  $\overrightarrow{X_s I_2}$ .
- La somme de ces deux vecteurs donne le vecteur  $OO'$ .
- Tracer à partir de  $O'$ , la direction de  $\overrightarrow{U_2}$  d'un angle  $\varphi_2$  par rapport à  $\overrightarrow{I_2}$ .
- Tracer l'arc de cercle de centre  $O$  dont le rayon est égal à la valeur efficace de  $U_{20}$ .
- Placer le point d'intersection  $A$ , entre les demies droites caractérisant  $U_2$  et  $U_{20}$ .
- Il ne reste plus qu'à mesurer le segment  $O'A$ , image de la valeur de la tension  $U_2$ .



#### Calcul approché de la chute de tension au secondaire:

Si Les grandeurs  $R_s \cdot I_2$  et  $X_s \cdot I_2$  sont négligeables devant la tension  $U_{20}$ , les droites  $OA$  et  $O'A$  peuvent être considérées comme parallèles. Le calcul de la chute de tension peut être alors réalisé à l'aide d'une formule approchée :

$$\Delta U_2 = R_s \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + X_s \cdot I_2 \cdot \sin \varphi_2$$

- La chute de tension  $\Delta U_2$  est exprimée en volts.
- La résistance  $R_s$  est exprimée en ohms.
- La réactance  $X_s$  est exprimée en ohms.
- L'intensité du courant  $I_2$  est exprimée en ampères.



## 4 Bilan énergétique et rendement

### 4.1 Le rendement

Le rendement  $\eta$  est donné par le rapport entre la puissance de sortie au secondaire  $P_2$  et la puissance d'entrée au primaire  $P_1$  :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad (2.46)$$

La chaîne des pertes d'un transformateur est donnée sur la figure 2.17.

Rappelons que, dans le cas du rendement, nous ne regardons que les pertes et les puissances actives. Dans le cas du transformateur, les pertes actives sont au nombre de deux : d'une part les pertes fer  $P_{fer}$  par courant de Foucault et hystérésis, et d'autre part les pertes Joule dans les enroulements primaire  $P_{J1}$  et secondaire  $P_{J2}$ .

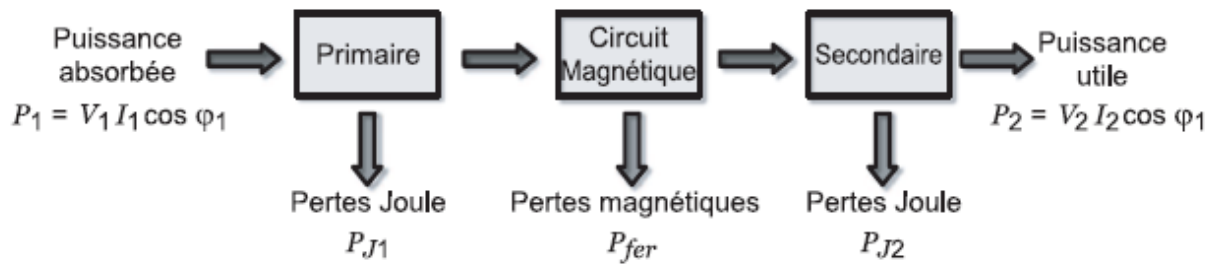


FIG. 2.17 – Chaîne des pertes dans un transformateur.

Si l'on fait le bilan, on arrive à la relation :

$$P_1 = P_{J1} + P_{J2} + P_{fer} + P_2 \quad (2.47)$$

Supposons que l'on connaisse la valeur des pertes et de la puissance  $P_1$ , c'est à dire que l'on mesure la puissance absorbée au primaire, le rendement se déduit de la relation :

$$\eta = \frac{P_1 - P_{J1} - P_{J2} - P_{fer}}{P_1} \quad (2.48)$$

Dans le cas où l'on fait la mesure de puissance au secondaire, le rendement vaut :

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{J1} + P_{J2} + P_{fer}} \quad (2.49)$$

**Remarque :** Le rendement varie en fonction des conditions de fonctionnement. Le meilleur rendement est obtenu pour les valeurs nominales indiquées sur la plaque signalétique du transformateur.

## 4.2 Mesures pour le calcul du rendement

### 4.2.1 Mesure directe

Il s'agit d'utiliser 2 wattmètres afin de mesurer simultanément  $P_1$  et  $P_2$  lorsque le transformateur est polarisé en entrée à sa tension nominale  $V_{1n}$  et qu'il est à charge nominale (débit d'un nominal  $I_{1n}$  au primaire et  $I_{2n}$  au secondaire, tension nominale  $V_{2n}$  au secondaire), comme indiqué dans la figure 2.18.

Dans la pratique, il est quasiment impossible d'utiliser cette méthode. En effet, le rendement des transformateurs est proche de 1 et, par conséquent, les valeurs de  $P_1$  et de  $P_2$  ainsi mesurées sont sensiblement les mêmes. De fait, lorsque l'on veut comparer  $P_1$  et  $P_2$ , il devient difficile de savoir si la légère différence entre les deux valeurs décrit une réalité physique ou si elle provient d'une erreur de mesure.

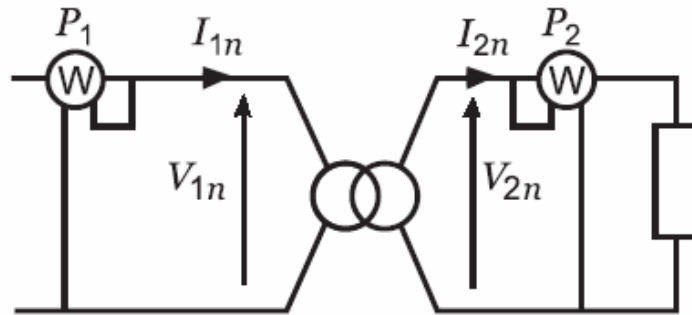


FIG. 2.18 – Mesure de puissance pour le calcul du rendement par la méthode directe.

### 4.2.2 La méthode des pertes séparées

La méthode des pertes séparées consiste à déterminer le rendement en mesurant les différentes pertes et puissances de la relation (2.48). Cette approche offre une bonne précision et ne souffre pas des inconvénients de la mesure directe. De plus, elle ne nécessite qu'un seul wattmètre, au lieu de deux dans le cas précédent.

Le calcul du rendement à l'aide de la méthode des pertes séparées demande trois manipulations.

**1ère manipulation : l'essai à vide** — Il s'agit de mesurer les pertes fer à la tension nominale. Pour cela, on place le secondaire à vide et l'on polarise le primaire à la tension nominale. La mesure est effectuée par un wattmètre placé au primaire, comme le montre la figure 2.19.

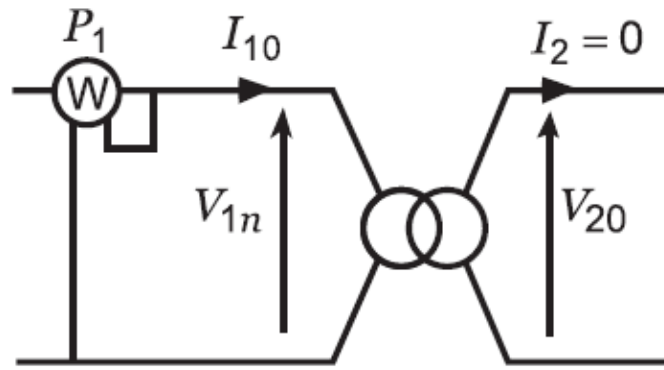


FIG. 2.19 – Méthode des pertes séparées : essai à vide.

L'énergie absorbée lors de cet essai sert en effet à compenser les pertes fer et les pertes Joule au primaire  $P_{fer}$  et  $P_{J1}$ . Or, à vide, comme nous l'avons déjà remarqué plus haut, le courant  $I_{10}$  est très faible et les pertes Joule peuvent être négligées devant les pertes fer. Ainsi :

$$P_{J10} \ll P_{fer0} \quad (2.50)$$

De plus, le transformateur est une machine à flux forcé et les pertes fer dépendent essentiellement du flux magnétique, et donc, d'après l'équation (2.15), de la tension  $V_1$  et de la fréquence  $f$ . Or, ces deux grandeurs restent les mêmes à vide ou en charge : les pertes fer mesurées à vide sont par conséquent les mêmes que celles en charge ( $P_{fer0} = P_{fer}$ ). De fait :

$$P_{10} = P_{fer} \quad (2.51)$$

**2ème manipulation : essai en court-circuit** — La deuxième manipulation consiste à mettre le secondaire en court-circuit et à mesurer la puissance absorbée par le primaire lorsque le transformateur débite le courant nominal  $I_{2cc} = I_{2n}$ , comme le montre la figure 2.20.

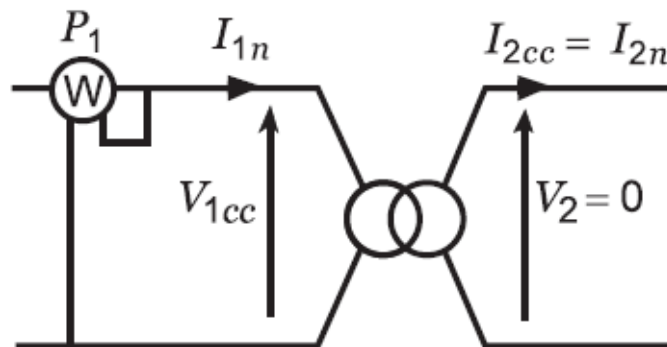


FIG. 2.20 – Méthode des pertes séparées : essai en court-circuit.



L'alimentation du primaire doit être impérativement faite sous tension  $V_1$  **réduite**, sous peine d'endommager gravement le matériel et de mettre en danger l'utilisateur. Typiquement,  $V_1$  dépasse rarement 20 V dans cet essai.

$$P_{1cc} = R_s \cdot I_{2n}^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2n}^2}}$$

$$U_{2cc} = m \cdot U_{1cc} = R_s I_2 + jX_s I_2 \Rightarrow m^2 \cdot U_{1cc}^2 = R_s^2 I_2^2 + X_s^2 I_2^2$$

$$\Rightarrow U_{2cc} = \sqrt{\frac{m^2 \cdot U_{1cc}^2}{I_2^2} - R_s^2}$$

La puissance  $P_{1cc}$  débitée au primaire en court circuit correspond à :

$$P_{1cc} = P_{fer} + P_{J1cc} + P_{J2cc} \quad (2.52)$$

Par contre, comme l'on est à tension réduite,  $V_1$  est petite et par conséquent le flux magnétique est peu important : les pertes fer  $P_{fer}$  sont alors négligeables. De fait :

$$\boxed{P_{1cc} = P_{J1} + P_{J2} = P_J} \quad (2.53)$$

**3ème manipulation : essai en charge** Pour la troisième manipulation, on charge le transformateur de façon à se rapprocher du **régime nominal**. On mesure alors la puissance absorbée par le primaire  $P_1$ , comme le montre la figure 2.21.

**a. Calcul du rendement :** Une fois les manipulations terminées, on reporte les valeurs des pertes et de  $P_1$  dans l'équation (2.48). On obtient alors le rendement  $\eta$ .

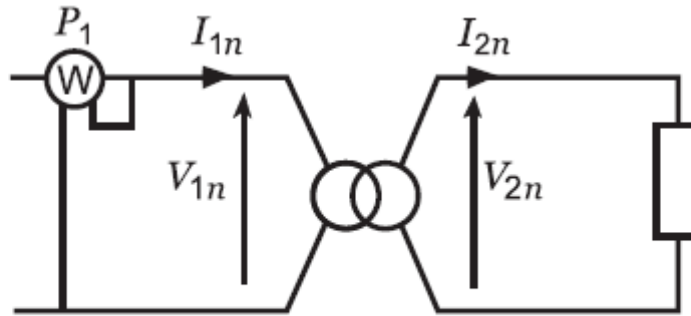


FIG. 2.21 – Méthode des pertes séparées : essai en charge (nominale).