

DIAGRAMME DU CERCLE

Pour un moteur donné, alimenté sous tension constante, lorsque le glissement varie l'extrémité du vecteur représentant les courants primaires se déplace sur un cercle.

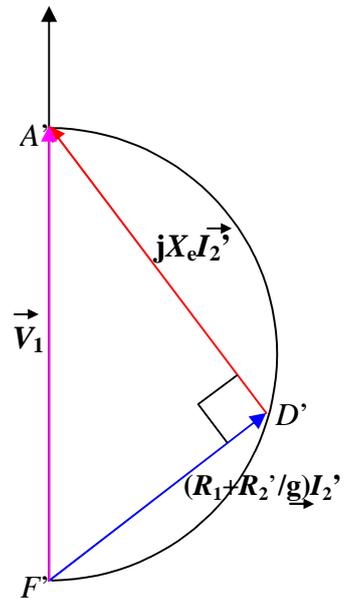
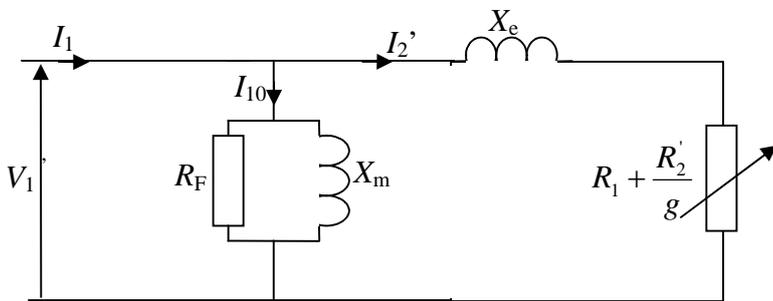
Le diagramme circulaire est très utilisé car il permet d'obtenir rapidement les diverses caractéristiques du moteur. On peut le tracer facilement à partir des essais à puissance réduite ; essai à vide et essai en court-circuit (rotor calé sous tension réduite).

Pour la construction du diagramme circulaire nous utiliserons le schéma monophasé en Γ :

Le courant statorique I_1 est la somme du courant magnétisant I_{10} et du courant de travail $-mI_2 = I_2'$

En posant $X_e = l_1 \omega + l_2' \omega = X_1 + X_2'$, l'équation électrique du circuit s'écrit :

$$\underline{V}_1 = jX_e \underline{I}_2' + \left(R_1 + \frac{R_2'}{g}\right) \underline{I}_2' \quad \text{avec} \quad \underline{I}_1 = \underline{I}_{10} + \underline{I}_2'$$



Quand g varie, l'angle en D' reste droit, le point D' décrit un arc de cercle de diamètre $F'A'$.

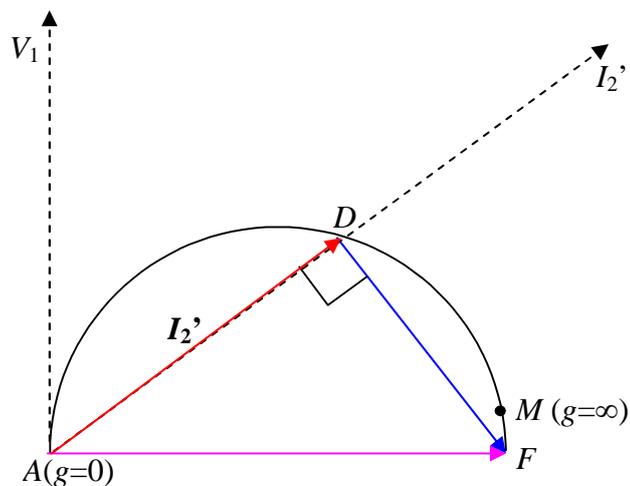
En divisant l'équation précédente par jX_e , on obtient:

$$\frac{V_1}{jX_e} = I_2' - j \frac{\left(R_1 + \frac{R_2'}{g}\right)}{X_e} I_2'$$

$$AF = \frac{V_1}{X_e}$$

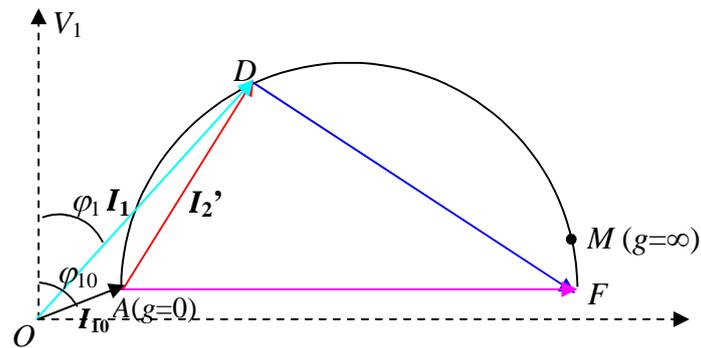
$$AD = I_2'$$

$$DF = \frac{\left(R_1 + \frac{R_2'}{g}\right)}{X_e} I_2'$$



Quand g varie, D décrit l'arc AM . Il va de $A'(g=0)$ jusqu'à $M(g=\infty)$

Puisque $\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} + \underline{I}_2'$, on obtient le lieu de l'extrémité de I_1 en portant I_{10} en OA et I_2' en AD . Quand g varie, l'extrémité de I_1 se déplace sur le cercle de diamètre AF passant de A quand g est nul à M quand g est infini.



Tracé du diagramme du cercle

- Essai à vide : relever I_{10} , U_1 et P_{10} . Nous avons $P_{10} = \sqrt{3}.U.I_{10} \cos \varphi_{10} \Rightarrow$ calculer φ_{10} .
- Essai à rotor bloqué : relever sous tension réduite U_{1cc} , I_{1cc}' et P_{cc}' . On ramène alors le courant et la puissance à leurs valeurs qu'ils auraient sous la tension nominale U_{1n} .

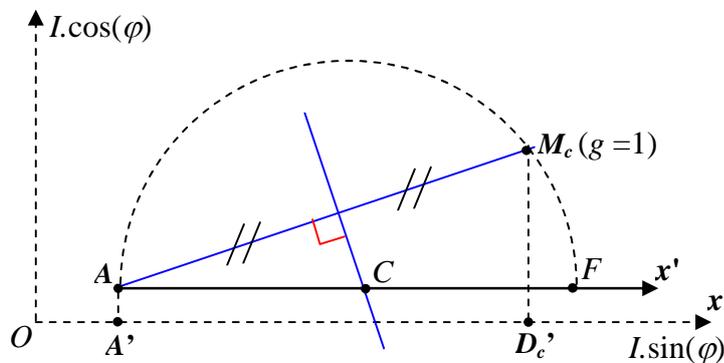
$$I_{1cc} = I_{1cc}' \frac{U_{1n}}{U_{1cc}} \quad P_{cc} = P_{cc}' \left(\frac{U_{1n}}{U_{1cc}} \right)^2$$

Nous avons alors $P_{cc} = \sqrt{3}.U_1.I_{1cc} \cos \varphi_{1cc} \Rightarrow$ calculer φ_{1cc} .

$$OA' = I_{10} \sin \varphi_{10} \quad A'A = I_{10} \cos \varphi_{10} \quad OM_c' = I_{1cc} \sin \varphi_{1cc} \quad M_c M_c' = I_{1cc} \cos \varphi_{1cc}$$

Le diagramme du cercle s'obtient alors par :

- Tracer une parallèle à l'axe Ox passant par le point A
- Tracer la médiatrice du segment AM_c , elle coupe l'axe Ax' au point C centre du cercle de diamètre AF .



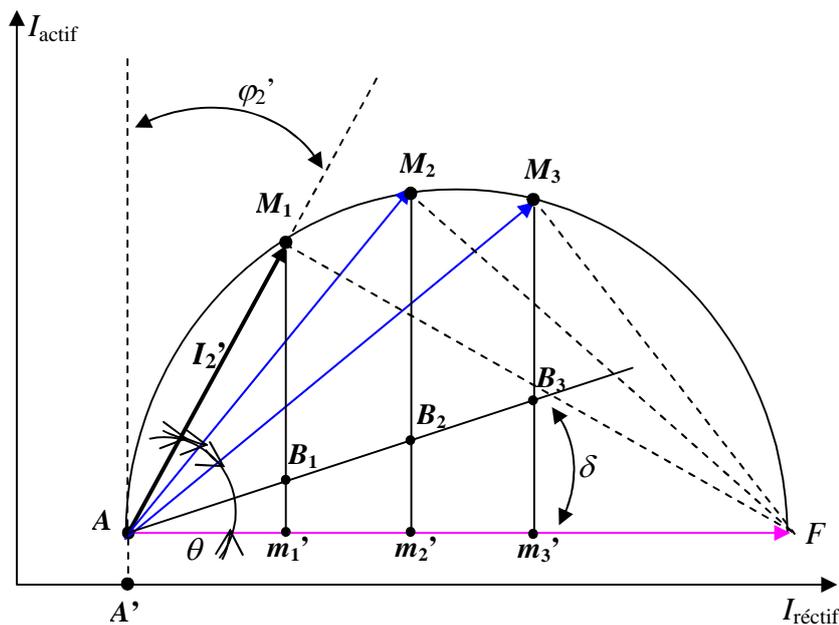
Représentation des pertes joules

Ayant en grandeur et phase le courant I_1 , on peut par ses projections $I_1 \cdot \cos \varphi_1$ sur V_1 et $I_1 \cdot \sin \varphi_1$ sur $-jV_1$ lire sur le diagramme les puissances actives $3V_1 I_1 \cos \varphi_1$ et réactives $3V_1 I_1 \sin \varphi_1$ consommée par le moteur.

I_2' est déphasé en AR par rapport à V_1 d'une quantité φ_2' qui correspond à l'argument de la branche secondaire d'impédance : $Z_e = \left(R_1 + \frac{R_2'}{g} \right) + jX_e$

On en déduit donc que : $\operatorname{tg} \varphi_2' = \frac{gX_e}{gR_1 + R_2'}$, $\sin \varphi_2' = \frac{X_e}{Z_e}$

Soit $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi_2'$ l'angle que fait I_2' par rapport à AF .



- **Les pertes joules rotoriques** sont représentées par une **droite**. Si pour diverses valeurs $AM_1, AM_2, AM_3 \dots$ du courant I_2' , on porte en $m_1'B_1, m_2'B_2, m_3'B_3 \dots$ les courants actifs correspondant aux pertes Joule au rotor, les points $B_1, B_2, B_3 \dots$ s'alignent sur une droite passant par A.

En effet: $AM_1 = I_2' = AF \cos \theta$

$$P_{jr} = 3 \cdot R_2' \cdot I_2'^2 = 3 \cdot R_2' \cdot I_2' \cdot AF \cdot \cos \theta$$

Ces pertes sont représentées par: $m_1'B_1 = \frac{P_{jr}}{3V_1} = \frac{3 \cdot R_2' \cdot AF}{3V_1} I_2' \cdot \cos \theta$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{m_1'B_1}{Am_1'} = \frac{m_1'B_1}{I_2' \cdot \cos \theta} = \frac{3 \cdot R_2' \cdot AF}{3V_1} = \frac{R_2' \cdot AF}{V_1}$$

Et comme $AF = \frac{V_1}{X_e}$

$\Rightarrow \operatorname{tg} \delta = \frac{R_2'}{X_e}$ est indépendant de I_2' , donc la pente de cette droite ne change pas lorsque I_2' , et donc g , varient.

Pertes joules statoriques : Pour représenter les pertes Joule au stator puis les pertes Joule dans les deux enroulements, on trace des droites passant par A et faisant avec l'axe de $I_{\text{réac}}$ des angles α et β tels que :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_1}{X_e}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{(R_1 + R_2')}{X_e}$$

Le diagramme et son utilisation:

a- Points particuliers théoriques

Le cercle passe par les points A et M_∞

- *Point à glissement nul A.* OA est égal au courant magnétisant à une composante active $A'A$ correspondant aux seules pertes dans le fer statorique supposées constantes.

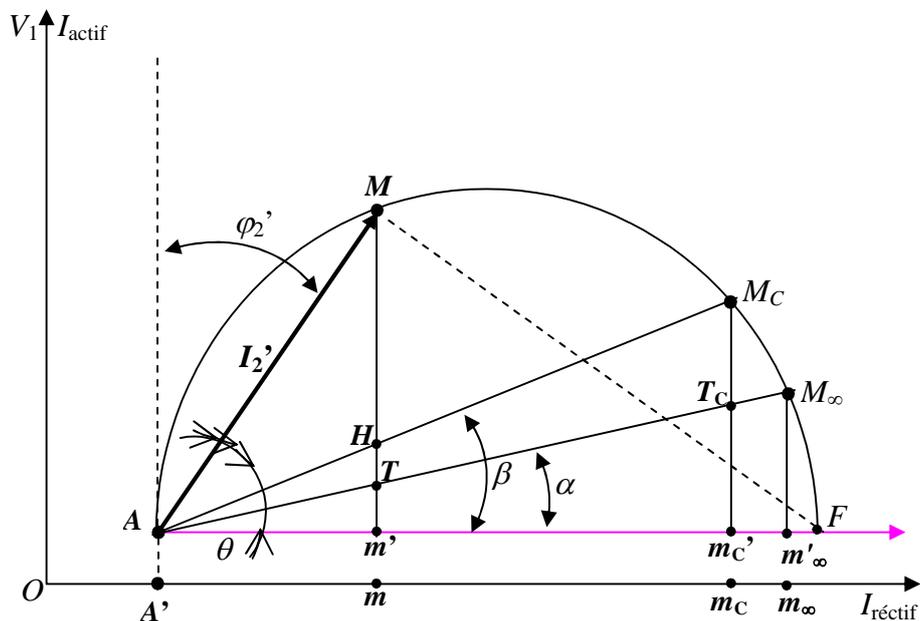
- *Point à glissement infini M_∞ .* Ce point est purement théorique car si le rotor tournait en sens inverse du champ tournant statorique à une vitesse infinie, les pertes mécaniques et les pertes dans le fer rotorique seraient infinies. On prend comme courant actif $m_\infty M_\infty$ correspondant aux pertes fer statoriques et aux pertes Joule au stator (si $g = \infty$, $R_2'/g=0 \Rightarrow$ il n'y a de puissance dissipée que dans R_1 et R_F).

AM est donc la droite de pente α donnant les pertes Joule statoriques.

b- Points particuliers pratiques

C'est à partir des points de fonctionnement à vide M_0 et à rotor calé M_c qu'on construit le cercle.

- *A vide*, le courant $I_{10} \approx I_m$ et $P_{10} = 3V_1 I_{10} \cos \varphi_{10} \approx P_{fs} + P_{méc}$, les pertes Joule au stator et au rotor étant supposées négligeables et la puissance utile étant nulle, le point M_0 a pour ordonnées : $P_{10}/3V_1$.
- *A rotor calé*, le moteur absorbe, en plus des pertes au stator données par la droite AM_∞ en $m_c T_c$, les pertes Joule au rotor représentées par $M_c T_c$. La droite AM_c donnera donc les pertes Joule rotoriques.



c- Point de fonctionnement quelconque

Pour un Point de fonctionnement quelconque M, on lit :

$$I_1 = OM_1; \varphi_1 = \text{angle de } OM \text{ avec } V_1; I_2' = AM$$

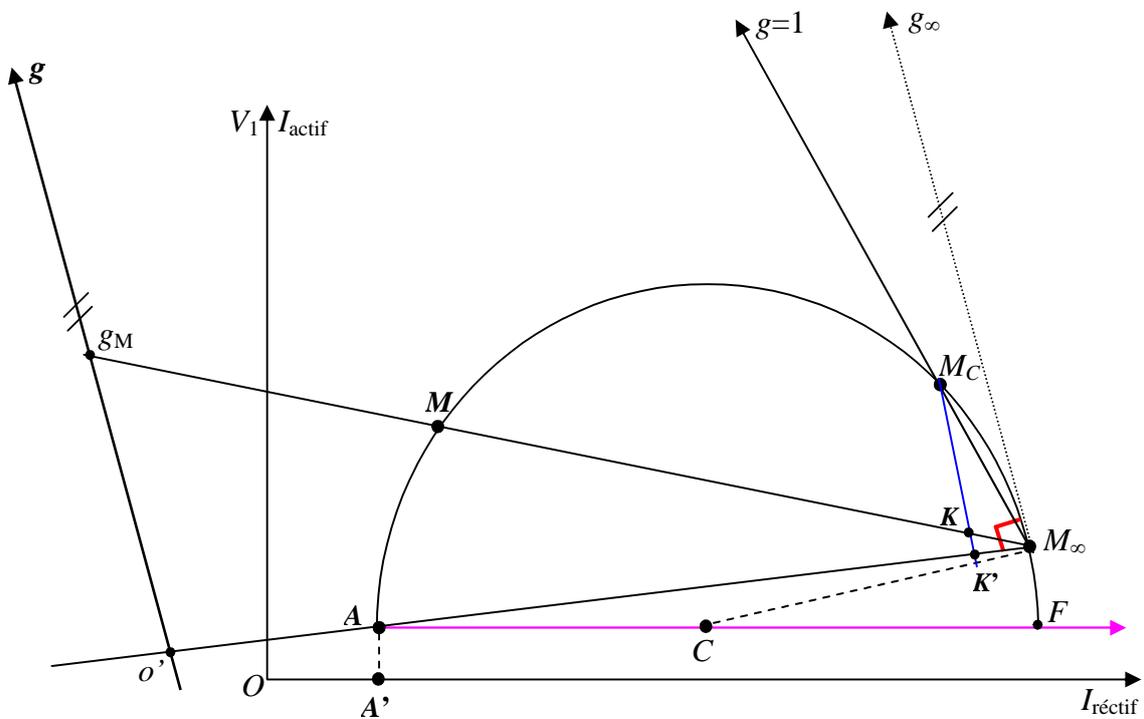
$$P_1 = 3V_1 \cdot mM; Q_1 = 3V_1 \cdot Om$$

$$P_{\text{stator}} = P_{\text{fs}} + P_{\text{js}} = 3 \cdot V_1 \cdot mT; P_1' = 3 \cdot V_1 \cdot TM; C = P_1' / \Omega$$

$$P_{\text{jr}} = 3 \cdot V_1 \cdot TH; g = P_{\text{jr}} / P_1' = TH / TM$$

Construction de l'échelle des glissements

- Tracer une tangente au cercle au point M_∞ (elle est perpendiculaire à CM_∞).
- Tracer une parallèle à la tangente et passant par M_c . Elle coupe MM_∞ en K et AM_∞ en K' .
- Tracer en un point o' de la droite AM_∞ une parallèle à la tangente ($M_\infty g_\infty$)



La droite ($o'g$) représente alors l'échelle des glissements.

- $g = 0$ en o'
- $g = g_C = 1$ au point d'intersection de cette échelle avec la droite $M_\infty M_c$

Nous avons alors
$$g = \frac{K'K}{K'M_c}$$

Pour un point quelconque M,
$$g = \frac{o'g_M}{o'g_C} = \frac{K'K}{K'M_c}$$

