

Exercice avec solution sur les circuits électriques triphasés

Une ligne triphasée, dont l'impédance est $Z = (15 + j12)\text{m}\Omega$, alimente un atelier industriel. Cet atelier fonctionne sous un réseau triphasé **220/380V, 50Hz**. L'installation électrique comprend :

- **60** lampes à incandescence (filament en tungstène) de **75W** chacune et sous **220V**, réparties de façon à équilibrer les trois phases.
- un groupe moteur aux bornes duquel la méthode des deux wattmètres a donné les indications suivantes : **$P_1 = 200\text{ kW}$** et **$P_2 = 60\text{ kW}$** .

I- Identification de l'installation :

1. Quelle est l'intensité du courant consommé par l'éclairage ?
2. Quelles sont les puissances active, réactive et apparente absorbées par le groupe moteur ?
3. Quels sont l'intensité du courant et le facteur de puissance à l'entrée du groupe moteur ?
4. Quels sont l'intensité du courant et le facteur de puissance en tête de l'installation ?
5. Quelle est la puissance apparente fournie par la source et la chute de tension de la ligne ?
6. Déterminer la tension aux bornes de la source pour maintenir **220/380V** à l'atelier.

II- On dispose de trois condensateurs ayant chacun une capacité de **$C = 150\text{ }\mu\text{F}$** . Afin de diminuer le courant sur le réseau et d'augmenter le facteur de puissance, on les connecte en triangle.

1. Justifier le choix de la connexion.
2. Calculer la puissance réactive fournie par cette batterie de condensateurs.
3. En déduire les nouvelles valeurs du courant et du facteur de puissance en tête de réseau.
4. Calculer la nouvelle chute de tension.
5. La mesure de la puissance réactive en tête de réseau est faite par un seul wattmètre. Quelle est son indication ?
6. La mesure des puissances en tête de réseau étant faite par la méthode des deux wattmètres, quelles sont les indications des wattmètres dans ce cas.

Solution

I. 1 - Le courant consommé par l'éclairage.

La puissance d'éclairage totale est :

$$P_E = 60 \cdot 75 = 4.5\text{ kW} \Rightarrow P_E = 3VI_E$$

Le courant de l'éclairage :

$$I_E = P_E / 3V \Rightarrow \boxed{I_E = I_E = 4.5 / 3 \cdot 220 = 6.82\text{ A}}$$

I. 2 - Les puissances active, réactive et apparente absorbées par le moteur.

$$\begin{cases} P_M = P_1 + P_2 \\ Q_M = \sqrt{3}(P_1 - P_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_M = 200 + 60 = 260\text{ kW} \\ Q_M = \sqrt{3}(200 - 60) = 242.5\text{ kVAR} \end{cases}$$

I. 3 - Le courant et le facteur de puissance à l'entrée du groupe moteur.

$$\tan \varphi_M = \frac{Q_M}{P_M} = 0.93 \Rightarrow \varphi_M = 43^\circ = 0.75\text{rd}$$

$$\boxed{\cos \varphi_M = 0.73} \text{ et } P_M = 3VI_M \cos \varphi_M$$

Le courant consommé par le moteur est :

$$I_M = \frac{P_M}{3V \cos \varphi_M} \Rightarrow \boxed{I_M = 540\text{ A}}$$

$$\bar{I}_M = I_M e^{-j43^\circ} \Rightarrow \boxed{\bar{I}_M = 540 e^{-j43^\circ}}$$

I. 4 - L'intensité du courant et le facteur de puissance en tête de l'installation.

$$\bar{I}_M = I_M \cos \varphi_M - I_M \sin \varphi_M \Rightarrow \boxed{\bar{I}_M = (395 - j368)\text{ A}}$$

Le courant totale est : $\bar{I} = \bar{I}_E + \bar{I}_M$

$$\boxed{\bar{I} = (401.82 - j368)\text{ A}} \text{ ou } \boxed{\bar{I} = 544.87 e^{-j42.5^\circ}\text{ A}}$$

I. 5 - La puissance apparente fournie par la source et la chute de tension de la ligne.

- Pces active et réactive reçues par l'atelier :

$$P_{at} = P_E + P_M ; P_{at} = 4.5 + 260 = 264.5\text{ kW}$$

$$\text{et } Q_{at} = Q_M = 242.5\text{ kVAR}$$

- Puissance apparente reçues par l'atelier est :

$$S_{at} = \sqrt{P_{at}^2 + Q_{at}^2} \Rightarrow \boxed{S = 358.84 \text{ kVA}}$$

- La chute de tension : $\Delta V = Z \bar{I}$

$$\text{avec } \boxed{Z = (15 + j12) \text{ m}\Omega = (19.21e^{j38.66^\circ}) \text{ m}\Omega}$$

$$\Delta \bar{V} = (19.21e^{j38.66^\circ}) \cdot (544.87 e^{-j42.5^\circ})$$

$$\boxed{\Delta \bar{V} = (10.46 e^{-j3.84^\circ}) \text{ V}}$$

- Pces active et réactive perdues dans la ligne :

$$\begin{cases} \Delta P_L = RI^2 \\ \Delta Q_L = XI^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta P_L = 4.45 \text{ kW} \\ \Delta Q_L = 3.56 \text{ VAR} \end{cases}$$

$$\boxed{\bar{S}_L = (5.7e^{j38.66}) \text{ kVA}}$$

$$\text{ou } \boxed{\bar{S}_L = (4.45 + j3.56) \text{ kVA}}$$

- Pces active et réactive fournies par la source :

$$\begin{cases} P_S = P_{at} + \Delta P_L \\ Q_S = Q_{at} + \Delta Q_L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_S = 268.95 \text{ kW} \\ Q_S = 246.06 \text{ VAR} \end{cases}$$

$$\boxed{\bar{S}_S = (268.95 + j246.06) \text{ A}}$$

$$\text{ou } \boxed{\bar{S}_S = (364.53e^{j42.45}) \text{ kVA}}$$

I. 6 - La tension aux bornes de la source pour maintenir 220/380V à l'atelier.

$$S_S = 3V_S I \Rightarrow V_S = \frac{S_S}{3I} \Rightarrow \boxed{V_S = 223 \text{ V}}$$

II.1- Justifier le choix de la connexion.

- En étoile : $Q_c = 3C_Y \omega V^2 \Rightarrow Q_c = C_Y \omega U^2$

$$\boxed{C_Y = \frac{Q_c}{\omega V^2}}$$

- En triangle $Q_c = 3C_\Delta \omega U^2 \Rightarrow C_\Delta = \frac{Q_c}{3\omega V^2}$

$$\boxed{C_\Delta = \frac{C_Y}{3}}$$

En triangle c'est plus économique qu'en étoile.

II.2- Calculer la puissance réactive fournie par cette batterie de condensateurs.

$$Q_c = 3C_\Delta \omega U^2$$

$$\boxed{Q_c = 3 \cdot 150 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot (380)^2 = 20.41 \text{ kVAR}}$$

II.3- Les nouvelles valeurs du courant et du facteur de puissance en tête de réseau.

- Pces active et réactive en tête de l'atelier :

$$P'_{at} = P_{at} = 264.5 \text{ kW} \text{ et } Q'_{at} = Q_M - Q_c$$

$$\boxed{Q'_{at} = 242.5 - 20.41 = 222.1 \text{ kVAR}}$$

- Pce apparente en tête de l'atelier est :

$$S'_{at} = \sqrt{P_{at}^2 + Q_{at}^2} \Rightarrow \boxed{S'_{at} = 345.38 \text{ kVA}}$$

- Le nouveau courant consommée par l'atelier :

$$S'_{at} = 3VI' \Rightarrow I' = \frac{S'_{at}}{3V} \Rightarrow \boxed{I' = \frac{345.38}{3 \cdot 220} = 523.3 \text{ A}}$$

- Les nouvelles pertes de la ligne :

$$\begin{cases} \Delta P'_L = RI'^2 \\ \Delta Q'_L = XI'^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta P'_L = 4.10 \text{ kW} \\ \Delta Q'_L = 3.3 \text{ VAR} \end{cases}$$

- Les nouvelles puissance en tête du réseau :

$$\begin{cases} P'_S = P_{at} + \Delta P'_L \\ Q'_S = Q'_{at} + \Delta Q'_L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P'_S = 268.6 \text{ kW} \\ Q'_S = 225.4 \text{ VAR} \end{cases}$$

$$S'_s = \sqrt{P_s'^2 + Q_s'^2} \Rightarrow \boxed{S'_s = 350.64 \text{ kVA}}$$

- Le nouveau facteur de puissance en tête du réseau :

$$\cos \varphi' = \frac{P'_s}{S'_s} \Rightarrow \cos \varphi' = 0.77$$

II.4- La nouvelle chute de tension.

$$\text{La chute de tension : } \Delta \bar{V}' = Z \bar{I}' \Rightarrow \boxed{\Delta V' = 10 \text{ V}}$$

II.5- La mesure de la puissance réactive est faite par un seul wattmètre. son indication est :

$$Q'_s = \sqrt{3}Q_1 \Rightarrow Q_1 = Q'_s / \sqrt{3}$$

$$\boxed{Q_1 = 130.13 \text{ kVAR}}$$

II.6- La mesure des puissances étant faite par la méthode des deux wattmètres. Les indications des wattmètres sont :

$$\begin{cases} P = P_1 + P_2 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2) & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) + (2) \Rightarrow P_1 = \frac{P}{2} + \frac{Q}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) - (2) \Rightarrow P_2 = \frac{P}{2} - \frac{Q}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_1 = 199.37 \text{ kW} \\ P_2 = 78.23 \text{ kW} \end{cases}$$