

العلامة		مجزأة	مجموع	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
		التمرين الأول: (04,5 نقطة)		
04,5		0,25		1.1) $\vec{AB}(1;-2;1)$ و $\vec{AC}(-2;-1;1)$ غير مرتبطين خطيا
		0,75		1.2) $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$ معادلة للمستوي (ABC) .
		0,25 × 2		2.1) $(P): x+3y+z-6=0$ و الشعاعين \vec{n} و \vec{n}_P غير مرتبطين خطيا.
		0,50 × 2		2.2) $D \in (\Delta)$ و \vec{u} شعاع نوجه له.
		0,25		$(\Delta) \begin{cases} x = -3\lambda + \frac{1}{2} \\ y = \lambda + 2 \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases} (\lambda \in \mathbb{R})$
		0,75		3.1) $d(A;(\Delta)) = AH = \frac{\sqrt{14}}{4}$ و $\vec{AH} \cdot \vec{u} = 0$ و $(H \in (\Delta))$
		0,25		3.2) $G(-6;5;-1)$
		0,25		3.3) $(\Gamma): x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 6y - 7 = 0$
		0,25		$(\Gamma): (x+3)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 25$
		0,25		(Γ) سطح كرة مركزها $\Omega(-3;3;0)$ و نصف قطرها 5.
02,75		0,25		4.1) $d(\Omega;(ABC)) = \frac{2}{\sqrt{35}} < 5$ و (Γ) يقطع (ABC) وفق دائرة.
				التمرين الثاني: (04,5 نقطة)
		0,50		1. u_1 و u_2 حلا للمعادلة $x^2 - e^4(1+e^3)x + e^{11} = 0$ ، $\Delta = [e^4(e^3-1)]^2$
		0,25		2. $u_1 < u_2$ منه $u_1 = e^4$ و $u_2 = e^7$ و $q = e^3$
		0,50		3. $u_n = e^{3n+1}$
		0,50		4. $S_n = \frac{(n+1)(3n+2)}{2}$
		0,50		5. $2S_n = a_n(3n-4) + 14$
		0,25		6. $PGCD(2S_n, a_n) = PGCD(a_n, 14)$ نبيان أن:
		0,75		7. $PGCD(2S_n, a_n)$ هي 1، 2، 7، 14.
				8. $k \in \mathbb{N}$ و $n = 14k + 4$

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة 2016
اختبار مادة: الرياضيات الشعبة: رياضيات المدة: 04 س و 30 د

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)			
مجموع	مجزأة				
01,75	0,50	$k \in \mathbb{N}$	n	$3k$	$3k+1$
			الباقي	1	2
	0,75			4	
	0,50				
.4					
.5. $p \in \mathbb{N}$ حيث $n=35p$					
.6. $1437^{9n+1} - 3 \times 4^{12n+1} + 52 = 0 [7]$					
التمرين الثالث: (04,5 نقطة)					
04,5	0,50				
	0,50				
	0,25				
	0,50				
	0,25				
	0,50				
	0,25				
	0,50				
	0,25				
	0,50				
	0,25				
	0,25				
.1. $z_2 = 2 - i$ و $z_1 = 2 + i$					
ب) $z^* = 1 + i(\sqrt{3} - 2)$ و $z' = 1 + i\sqrt{3}$					
.1.2. $1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$					
ب) $\theta = \frac{\pi}{12}$					
. $\left[\frac{z_0(1+i\sqrt{3})}{2} \right]^n = \cos\left(\frac{5n\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{5n\pi}{12}\right)$ (ج)					
. $p \in \mathbb{N}$ و $n = 24p$ (د)					
.1.3. $z_D = 1 + i(\sqrt{3} - 2)$					
ب) الرباعي ABCD متوازي أضلاع.					
. (ج) $z_E = \frac{14}{5} + \frac{3}{5}i$					
- التشابه المباشر مركزه E نسبته 2 و $\frac{\pi}{2}$ زاوية له .					
.1.4. $z_I = 2$					
ب) $ z_E - z_I = 1$					
(Γ) هي الدائرة التي مركزها I و نصف قطرها 1.					
التمرين الرابع: (06,50 نقطة)					
01	0,50				
	0,50				
.1. (I) $g'(x) = 2x + \frac{2}{x}$ ، g متزايدة تماما على المجال.					
.2. المعادلة $g(x) = 0$ تملك حلا وحيدا α يُحقق : $0,52 < \alpha < 0,53$.					
$g(0,53) \approx 0,01$ و $g(0,52) \approx -0,04$					

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)								
مجموع	مجزأة									
05,50	0,25	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>a</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	0	a	$+\infty$	$g(x)$	-	0	+
	x	0	a	$+\infty$						
	$g(x)$	-	0	+						
	$0,25 \times 2$	(II) 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$								
	0,50	2. $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$								
	0,25	(ب) جدول تغيرات الدالة f .								
	$0,25 \times 2$	(ج) $f(a) = 2\left(\frac{1}{a} - a\right)$ و $2,71 < f(a) < 2,81$								
	$0,25 \times 2$	3. (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x] = 0$ و (C_f) يقل مستقيماً مقارباً مائلاً $(\Delta): y = -x$.								
	0,25	(ب) وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .								
	0,50	(ج) $(T): y = -x + 2\sqrt{e}$.								
	0,50	4. إنشاء (T) و (Δ) و (C_f) .								
	0,50	5. المناقشة بيانياً:								
	0,50	- إذا كان $m \leq 0$ فإن المعادلة تملك حلاً وحيداً.								
		- إذا كان $0 < m < 2\sqrt{e}$ فإن المعادلة تملك حلين متميزين.								
		- إذا كان $m = 2\sqrt{e}$ فإن المعادلة تملك حلاً مضاعفاً.								
		- إذا كان $m > 2\sqrt{e}$ فإن المعادلة لا تملك حلاً.								
0,25	(III) 1. الدالة $h: x \mapsto f(x) + x$ موجبة تماماً على المجال $[0; e^{1/2}]$ من أجل كل عدد طبيعي n .									
0,25	2. α_n يشير إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما: $x=1$ و $x=e$.									
0,50	3. $\alpha_n = 2n + 4$.									
0,25	4. $S_n = n^2 + 5n + 4$.									

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (05 نقاط)		
05	0,50	1) أ. $\vec{AB}(0;2;1)$ و $\vec{AC}(-1;0;-1)$ و $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$ و $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ ومنه $\alpha = 1$ و $\beta = 2$.
	0,50	ب. $(ABC): 2x + y - 2z + 4 = 0$.
	0,25	2) أ. $\vec{n} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0$ و $\vec{n} \perp \vec{n}_{(P)}$.
	0,50	ب. $\begin{cases} x = t \\ y = -4t \\ z = 2 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) .
	0,75	ج. المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) . لدينا: $d(D; (Q)) = 4$ و $d(D; (P)) = \sqrt{2}$ ومنه $d((\Delta); D) = \sqrt{4^2 + (\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$
	0,25	3) أ. معادلة ديكارتية لسطح الكرة $(S): (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4^2$.
	0,25	ب. إيجاد الطبيعة والخصائص المميزة لتقاطع المستوي (Q) و سطح الكرة (S) $d(D; (P)) = \sqrt{2} < 4$ إذن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة مركزها نقطة تقاطع المستقيم العمودي على (P) والمار من D إذن إكداثياتها تحقق:
	0,50	$\omega(2;4;0)$ وبالتالي $t = -1$ أي $(3+t) + 0(4) + (1+t) - 2 = 0$
	0,25	نصف قطرها: r يحقق $r = \sqrt{4^2 - (\sqrt{2})^2}$ أي $r = \sqrt{14}$
	0,25	4) أ. المجموعة $(\Gamma): MG_0 = MG_1$ ومنه (Γ) هي المستوي المجوري للقطعة $[G_0G_1]$
01,50	0,25	ب. كتابة $\overline{CG_\lambda}$ بدلالة \overline{CH} : $\overline{CG_\lambda} = \frac{1}{1+e^\lambda} \overline{CH}$.
	0,25	ج. مجموعة النقط G_λ لما $\lambda \in \mathbb{R}$: لدينا $\lambda \in \mathbb{R}$ إذن $\frac{1}{1+e^\lambda} \in]0;1[$.
	0,25	مجموعة النقط هي قطعة المستقيم $[CH]$ باستثناء طرفيها C و H .
	0,25	د. G_λ منتصف القطعة المستقيمة $[CH]$ معناه $\overline{CG_\lambda} = \frac{1}{2} \overline{CH}$ أي $e^\lambda = 1$ فيكون بذلك $\lambda = 0$.
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
01,50	0,50	1) أ. حل المعادلة $z^2 - 2z + 2 = 0$: $S = \{1-i; 1+i\}$
	0,50	2) إيجاد z_1 و z_2 : $z_1 = i\sqrt{2}$ و $z_2 = -i\sqrt{2}$
	0,25	1) II كتابة z_N على الشكل الأسّي و استنتاج نوع المثلث BEC .
	0,25	$z_N = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) = 1 \cdot e^{(-\frac{\pi}{4})}$ و $z_E = -1+i$ $BC = BE$ متقايس الساقين BEC المثلث

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
02,50	0,50	(2) $z' = z_A z + z_B$ ، $ z_A = \sqrt{2}$ ، إذن S تشابه مباشر لسمته $\sqrt{2}$
	0,50	وقيس زاويته $\frac{\pi}{2}$ ومركزه النقطة الصامدة ذات اللاحقة $\frac{\pi}{2}$ $\frac{z_B}{1-z_A} = \frac{2-i}{3}$
	0,25	ب. $CD = z_D - z_C = -2 = 2$ ، إذن مساحة الدائرة $4\pi \text{ cm}^2$
	0,50	ج. (γ) هي الدائرة ذات المركز $C'(-\sqrt{2}; 0)$ صورة C ونصف قطرها $2\sqrt{2}$
	0,25	مساحتها $(4\pi)(\sqrt{2})^2 = 8\pi \text{ cm}^2$
	0,50	(3) مجموعة النقط (δ) حيث $\frac{z_B - z}{z_C - z}$ حقيقيا سالبا تماما $\frac{z_B - z}{z_C - z}$ حقيقيا سالبا تماما معناه قيس الزاوية $(\overline{MC}; \overline{MB}) = \pi + 2k\pi$ / $k \in \mathbb{Z}$ إذن (δ) القطعة المستقيمة $[CB]$ باستثناء طرفيها B و C .
04	التعريف الثالث: (04 نقاط)	
	0,50	(1) أ. دراسة بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 11 : $r \in \{1; 3; 4; 5; 9\}$
	0,75	دراسة بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 11 : $r' \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$
	0,25	ب. يوهن أنه من أجل كل n من N فإن: $2 \times 2016^{5n+4} + 1437^{10n+4} \equiv 11$
	0,25	لدينا $2016 \equiv 3[11]$ إذن $2016^{5n+4} \equiv 3^{5n+4}[11] = 3^{5n+4} \cdot 3[11] = 8[11]$ ، ومنه: $2 \times 2016^{5n+4} \equiv 16[11]$
	0,25	لدينا $1437 \equiv 7[11]$ ، ومنه $1437^{10n+4} \equiv 7^{10n+4}[11] = 7^{10n+4} \cdot 7[11] = 3[11]$ ، ومنه: $1437^{10n+4} \equiv 3[11]$
	0,25	من (1) و (2) نجد : $2 \times 2016^{5n+4} + 1437^{10n+4} \equiv 16[11] + 3[11] = 19[11] \equiv 8[11]$
	0,50	(2) أ. مجموعة حلول المعادلة (E) : $(x; y) = (3k + 2; 7k + 2)$ ، $k \in \mathbb{N}$
01	0,25 x 2	ب. - القيم الممكنة للعدد d : $d \in \{1; 2; 4; 8\}$ ، $d \in \{1; 2; 4; 8\}$
	0,25	- تعيين كل الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) من أجل $d = 4$ ، $d = 4$
	0,25	ج. $(x; y) = (24k' + 20; 56k' + 44)$ ، $k' \in \mathbb{N}$
	0,25	ج. $(x; y) = (30k + 17; 70k + 37)$ ، $k \in \mathbb{N}$
		التعريف الرابع: (07 نقاط)
01	0,25 x 2	(1) أ. $\varphi(x) = e^{\left(\frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x}\right)} - 1$ ، إذن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = -1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = +\infty$
	0,25	ب. اتجاه التغير : $\varphi'(x) = -(x-1)(x-2)e^{-x+1}$
	0,25	الدالة φ متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 1]$ و $[2; +\infty[$ ، الدالة φ متزايدة تماما على المجال $[1; 2]$.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
06	0,25	جدول تغيرات الدالة φ .
	0,50	(2) بين أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في \mathbb{R} حلا α يختلف عن 1
	0,25	(3) إشارة $\varphi(x)$.
	0,25 × 2	(II) (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
	0,25	(ب) $f'(x) = (3-2x)e^{-x+1}$. إشارة $f'(x)$: $-\infty + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} + \infty$
	0,25	الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty; \frac{3}{2}]$ و متناقصة تماما على $[\frac{3}{2}; +\infty[$.
	0,25	جدول التغيرات
	0,25	(2) المنحنيين (C_f) و (C_g) لهما نفس المماس (T)
	0,25	أي: $\begin{cases} f(1) = g(1) = 1 \\ f'(1) = g'(1) = 1 \end{cases}$ ومنه المنحنيين (C_f) و (C_g) لهما نفس المماس
	0,25	(T) عدد النقطة ذات الفاصلة 1 $(T): y = x$
	0,50	(3) رسم (C_f) و (T)
	0,25	(4) (أ) تبين أن: $f(x) - g(x) = \frac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$
	0,25	(ب) دراسة إشارة الفرق $f(x) - g(x)$: $-\infty - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \alpha - \infty$
	0,25	- الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_g) .
	0,25	ج. الدالة: $\int_1^x f(t) dt = -(2x+1)e^{-x+1} + 3$.
	0,25	د. المساحة: $A = \int_1^2 (f(x) - g(x)) dx = 3 - \frac{5}{e} - \ln 3$.
	0,25	(III) (1) $f''(x) = -(2x-7)e^{-x+1}$ و $f''(x) = (2x-5)e^{-x+1}$
	0,25	$f^{(4)}(x) = (2x-9)e^{-x+1}$
	0,25	- التخمين: $f^n(x) = (-1)^n [2x - (2n+1)] e^{1-x}$
	0,50	(2) البرهان بالتراجع أن: من أجل كل n من \mathbb{N}^*
	0,25	$f^n(x) = (-1)^n [2x - (2n+1)] e^{1-x}$
	0,25	(3) أ. حساب: $u_{k+1} + u_k = 2(-1)^k$
	0,25	ب. $u_1 + u_2 + \dots + u_{2n} = (u_1 + u_2) + (u_3 + u_4) + \dots + (u_{2n-1} + u_{2n}) = -2n$

ملاحظة: تقبل جميع الطرق الممكنة للحل.