

# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2010

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير واقتصاد (ن.ج)

المدة: 3 ساعات و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

## الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

يمثل الجدول التالي ضغط الدم  $y_i$  بدلالة السن  $x_i$  لعينة من الرجال.

السن $x_i$	35	40	45	50	55	60	65
ضغط الدم $y_i$	12,2	12,4	12,5	13	13,3	13,6	14

(1) مثل الجدول بسحابة نقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد مبدؤه  $O(30; 11)$  وبوحدة  $1cm$

لكل 5 سنوات على محور الفواصل و  $2cm$  لكل وحدة على محور الترتيب.

(2) أ عيّن إحداثيي  $G$  النقطة المتوسطة للسحابة.

(ب) مثل النقطة  $G$  في المعلم السابق.

(3) أوجد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا:  $y = ax + b$ ، تعطى  $a$  و  $b$  مدورة إلى  $10^{-2}$ .

(4) أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق.

(5) رجل عمره 70 سنة وضغط دمه 15,2. هل هذا معقول حسب هذا التعديل ؟ علّل.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = (\ln(x))^2 + 2\ln(x) - 3$

و  $(c_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. ( $\ln$  هو رمز اللوغاريتم النبيري)

(1) أ حل في المجال  $]0; +\infty[$  المعادلة:  $f(x) = 0$  ثم فسّر النتيجة هندسيا.

(ب) حلّل  $f(x)$  إلى جداء عاملين.

(ج) حل في المجال  $]0; +\infty[$  المتراجحة:  $2\ln(x) + 2 \geq 0$

(2) أحسب  $f'(x)$  واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

(3) بيّن أن المنحنى  $(c_f)$  يقل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها.

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

(1)  $n$  عدد طبيعي، أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = 1 + e + e^2 + \dots + e^n$  ( $S_n$  مجموع حدود متتالية هندسية أساسها  $e$  وحدها الأول 1؛ و  $e$  يرمز إلى أساس اللوغاريتم النبيري).

(2) لتكن المتتالية العددية  $(w_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $w_n = 2n + 4 + e^n$

بيّن أن:  $w_n = u_n + v_n$

حيث  $(u_n)$  متتالية حسابية و  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين الحد الأول و الأساس لكل منهما.

(3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:

$$4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$$

(4) استنتج المجموع  $S$  بدلالة  $n$  حيث:

$$S = w_0 + w_1 + \dots + w_n$$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإن:  $f(x) = x - 5 + \frac{a}{x^2}$  ، حيث  $a$  عدد حقيقي يطلب تعيينه.

(2) أحسب:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) أ- بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإن:  $f'(x) = \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x^3}$  ، استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(4) أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.

(5) أوجد معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 1.

(6) أرسم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

(7) أ- عيّن الدالة الأصلية  $F$  للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  والتي تحقق:  $F(2) = -10$ .

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما

$$x = 1 \text{ و } x = 2.$$

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (05 نقاط)

يُمثل الجدول التالي تطور إنتاج سنوي بالطن لأحد أنواع الأسماك في إحدى المجمعات المائية لتربية الأسماك:

السنة	2004	2005	2006	2007	2008	2009
ترتيب السنوات $x_i$	1	2	3	4	5	6
الإنتاج $y_i$	530	640	770	850	980	1115

- (1) مثل سحابة النقط  $M_i(x_i ; y_i)$  المرفقة بالسلسلة الإحصائية في معلم متعامد ( على محور الفواصل  $2\text{cm}$  يمثل سنة واحدة، على محور التراتيب  $1\text{cm}$  يمثل 100 طن من السمك ).
- (2) عَيّن إحداثيي النقطة المتوسطة  $G$  لهذه السحابة.
- (3) بَيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي:  $y = 115x + 411,67$ .
- (4) عَيّن إنتاج هذا المجمع المائي في سنة 2015. (تغطي كل النتائج مدورة إلى  $10^{-2}$ )

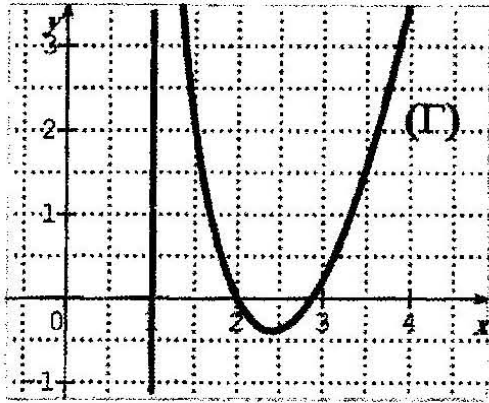
### التمرين الثاني: (06 نقاط)

- لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$ .
- (1) احسب الحدود  $u_1$ ،  $u_2$  و  $u_3$ .
  - (2) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $u_n < 2$ .  
ب - بَيّن أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما.  
ج - استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة.
  - (3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $v_n = u_n - 2$ .  
أ - بَيّن أنّ  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.  
ب - اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$ .  
ج - ما هي نهاية المتتالية  $(u_n)$  ؟
  - (4) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$ .



**التمرين الثالث: (09 نقاط)**

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]1; +\infty[$  بـ :  $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$  (  $\ln$  هو رمز اللوغاريتم النبيري).  $(\Gamma)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس كما هو في الشكل التالي:



(1) بقراءة بيانية ، عيّن عدد حلول المعادلة  $g(x) = 0$ .

(2) احسب  $g(2)$ .

(3) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا  $\alpha$  حيث :

$$2,87 < \alpha < 2,88$$

(4) استنتج حسب قيم  $x$  ، إشارة  $g(x)$  في المجال  $]1; +\infty[$ .

(II) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]1; +\infty[$  بـ :

$$f(x) = x - 3 + 4 \frac{\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ- أوجد نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$ . (لاحظ  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ )

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ج- بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x - 3$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

د- أوجد فاصلة نقطة تقاطع  $(\Delta)$  مع  $(C_f)$ .

هـ- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

(2) أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد  $x$  من المجال  $]1; +\infty[$  لدينا:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}, \quad (f' \text{ هي الدالة المشتقة للدالة } f).$$

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة  $f$  وشكل جدول تغيّراتها.

(3) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ . (نأخذ  $f(\alpha) = 3,9$ )

(4) أ- عيّن مشتقة الدالة:  $x \mapsto [\ln(x-1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]1; +\infty[$ .

ب- احسب:  $\int_2^5 f(x) dx$  ، فسّر النتيجة هندسيا.

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2010

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير و اقتصاد (ن.ج)

المدة: 3 ساعات و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات ( خاص بالمكفوفين )

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

### الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

في معلم متعامد، مجموعة النقط التالية:  $\{A_1(35 ; 12,2) , A_2(40 ; 12,4) , A_3(45 ; 12,5) , A_4(50 ; 13) , A_5(55 ; 13,3) , A_6(60 ; 13,6) , A_7(65 ; 14)\}$  هي سحابة نقط لسلسلة إحصائية ذات متغيرين  $X$  و  $Y$  حيث: قيم  $X$  ترمز إلى أعمار عينة من الرجال ( فواصل نقط السحابة ) وقيم  $Y$  ترمز إلى ضغط دم هذه العينة حسب أعمارهم.

- (1) احسب إحداثي  $G$  النقطة المتوسطة لسحابة النقط السابقة.
- (2) أوجد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا:  $y = ax + b$ ، تعطى  $a$  و  $b$  مدورة إلى  $10^{-2}$ .
- (3) رجل عمره 70 سنة وضغط دمه 15,2. هل هذا معقول؟ علّل.
- (4) إذا كان ضغط دم 11,8 فما هو العمر المقابل؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = (\ln(x))^2 + 2\ln(x) - 3$  و  $(c_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. ( $\ln$  هو رمز اللوغاريتم النيبيري)
- (1) أ) حل في المجال  $]0; +\infty[$  المعادلة:  $f(x) = 0$  ثم فسر النتيجة هندسيا.  
ب) حلّ  $f(x)$  إلى جداء عاملين.
  - ج) حل في المجال  $]0; +\infty[$  المتراجحة  $2\ln(x) + 2 \geq 0$
  - (2) أحسب  $f'(x)$  واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .
  - (3) بيّن أن المنحنى  $(c_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها.

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

- (1)  $n$  عدد طبيعي، أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = 1 + e + e^2 + \dots + e^n$  ( $S_n$  مجموع حدود متتالية هندسية أساسها  $e$  وحدها الأول 1؛ و  $e$  يرمز إلى أساس اللوغاريتم النبيري).
- (2) لتكن المتتالية العددية  $(w_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $w_n = 2n + 4 + e^n$  بين أن:  $w_n = u_n + v_n$  حيث  $(u_n)$  متتالية حسابية و  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين الحد الأول و الأساس لكل منهما.
- (3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$
- (4) استنتج المجموع  $S$  بدلالة  $n$  حيث:  $S = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

- $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(0; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإن:  $f(x) = x - 5 + \frac{4}{x^2}$  حيث  $a$  عدد حقيقي يطلب تعيينه.
- (2) أحسب:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (3) أ- بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإن:  $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x^3}$  ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على كل مجال من مجالي تعريفها.
- (4) أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.
- (5) أوجد معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 1.
- (6) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل.
- (7) أ- عيّن الدالة الأصلية  $F$  للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  والتي تحقق:  $F(2) = -10$ .
- ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و محور القواصل والمستقيمين اللذين معادلاتهما  $x=1$  و  $x=2$ ، علما أن  $f$  سالبة في المجال  $[1; 2]$ .



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (05 نقاط)

تطور الإنتاج السنوي بالطن لأحد أنواع الأسماك في إحدى المجمعات المائية لتربية الأسماك خلال السنوات 2004، 2005، 2006، 2007، 2008، 2009 والمرفقة على الترتيب بالأعداد 1، 2، 3، 4، 5، 6 مثل بسحابة النقاط التالية:  $\{M_1(1; 530), M_2(2; 640), M_3(3; 770), M_4(4; 850), M_5(5; 980), M_6(6; 1115)\}$ .

- (1) عيّن إحداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقاط.
- (2) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي:  $y = 115x + 411,67$ .
- (3) عيّن إنتاج هذا المجمع المائي في سنة 2015. (تعطى كل النتائج مدورة إلى  $10^{-2}$ ).
- (4) حسب التعديل السابق كم كان إنتاج هذا المجمع سنة 2003؟

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$ .

(1) احسب الحدود  $u_1$ ،  $u_2$  و  $u_3$ .

(2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $u_n < 2$ .

ب- بيّن أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماماً.

ج- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة.

(3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $v_n = u_n - 2$ .

أ- بيّن أنّ  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب- اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$ .

ج- ما هي نهاية المتتالية  $(u_n)$  ؟

(4) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$

فإن:  $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$

**التمرين الثالث: (09 نقاط)**

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]1; +\infty[$  بـ :  $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$  :  
(  $\ln$  ) هو رمز اللوغاريتم النبيري).

(1) احسب  $g(2)$ .

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا  $\alpha$  حيث :  
 $2,87 < \alpha < 2,88$

(3) استنتج حسب قيم  $x$  ، إشارة  $g(x)$  في المجال  $]1; +\infty[$  علماً أن المعادلة:  $g(x) = 0$  تقبل بالضبط حلين في المجال  $]1; +\infty[$ .

(II) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]1; +\infty[$  بـ :

$$f(x) = x - 3 + 4 \frac{\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ - أوجد نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$ . (نذكر أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ )

ب - احسب  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  ثم فسّر النتيجة هندسياً.

ج - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x - 3$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

د - أوجد فاصلة نقطة تقاطع  $(\Delta)$  مع  $(C_f)$ .

هـ - ادرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

(2) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]1; +\infty[$  لدينا :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ .

(  $f'$  ) هي الدالة المشتقة للدالة  $f$ ).

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

(3) عيّن القيمة الحدية العظمى للدالة  $f$  في المجال  $]1; \alpha[$ .

(4) أ - عين مشتقة الدالة:  $x \mapsto [\ln(x-1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]1; +\infty[$ .

ب - احسب:  $\int_2^6 f(x) dx$  ، فسّر النتيجة هندسياً.



العلامة		عناصر الاجابة	محاو الموضوع
المجموع	مجزأة	الموضوع الأول	
05	7x0.25 0.25+1	التمرين الأول: (05 نقاط) (1) تمثيل سحابة النقط ..... (2) (أ) $G(50:13)$ تمثيل $G$ (ب) ..... (3) تعيين المعادلة: $y = ax + b$ $a = \frac{\frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 x_i y_i - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 x_i^2 - \bar{x}^2} = 0,06$ ..... ..... $y = 0.06x + 10$ إذن: $b = 10$ نجد $\bar{y} = a\bar{x} + b$ (ب) (بالآلة الحاسبة العلمية نجد: $y = 0.06x + 9.93$ ) (4) رسم المستقيم ..... (5) $x = 70$ نجد $y = 14.2$ ، غير معقول حسب هذا التعديل .....	
	1	سليم خاص بالمكفوفين: (1) $G(50:13)$ ..... 1,5 (2) المعادلة ..... 1,5 (3) غير معقول ..... 01 (4) $x = 30$ ..... 01	
	0.5		
	0.25		
	0.25		
04	1	التمرين الثاني: (04 نقاط) (1) (أ) $f(x) = 0$ تكافئ $\begin{cases} \ln(x) = z \dots (1) \\ z^2 + 2z - 3 = 0 \dots (2) \end{cases}$ حلل (2) هما 1 ، -3 لما $z = 1$ نجد $x = e$ ، لما $z = -3$ نجد $x = e^{-3}$ ..... إذن $f(x) = 0$ تكافئ ( $x = e$ أو $x = e^{-3}$ ) هندسيا: ( $C_f$ ) يقطع ( $xx'$ ) في نقطتين فاصلتيهما $e^{-3}$ ، $e$ ..... (ب) $f(x) = (\ln x - 1)(\ln x + 3)$ ..... (ج) $2 \ln x + 2 \geq 0$ تكافئ $x \geq \frac{1}{e}$ ..... (2) $f'(x) = \frac{2 \ln x + 2}{x}$ إشارته $\begin{array}{c} 0 \quad - \quad 1/e \quad + \quad +\infty \\   \quad   \quad   \quad   \quad   \\ \hline \end{array}$ ..... $\left[ \frac{1}{e}; +\infty \right]$ ومتناقصة تماما على $\left] 0; \frac{1}{e} \right]$ ..... (3) $f''(x) = \frac{-2 \ln x}{x^2}$ إشارته $\begin{array}{c} 0 \quad + \quad 1 \quad - \quad +\infty \\   \quad   \quad   \quad   \quad   \\ \hline \end{array}$ ..... نقطة انعطاف $\omega(1; -3)$	
	0.25		
	0.25		
	0.5		
	0.5		
	0.5		

العلامة		عناصر الإجابة	محاو الموضوع														
المجموع	مجزأة	تابع الموضوع الأول															
04		التمرين الثالث: (04 نقاط)															
	1	..... $S_n = \frac{e^{n+1}-1}{e-1}$ (1)															
	0.75	..... $r=2$ ، $u_0=4$ ؛ $u_n=2n+4$ (2)															
	0.75	..... $q=e$ ، $v_0=1$ ؛ $v_n=e^n$															
	1	..... $4+6+8+\dots+(2n+4)=u_0+u_1+\dots+u_n$ (3) ..... $= (n+1)(n+4)$ أو استعمال الاستدلال بالتراجع.															
	0.5	..... $S=(u_0+u_1+\dots+u_n)+(v_0+v_1+\dots+v_n)$ (4) ..... $= (n+1)(n+4)+\frac{e^{n+1}-1}{e-1}$															
07	0.5	التمرين الرابع: (07 نقاط)															
	3x0.25	..... $f(x)=x-5+\frac{4}{x^2}$ و $a=4$ (1)															
		... $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=-\infty$ (2)															
	1	(3) $f'(x)=\frac{x^3-8}{x^3}=\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$															
	0.5	..... $-\infty + \frac{x^3}{0} - 2 + \frac{x^3}{+\infty}$															
	0.25	إشارة $f'(x)$ : $f$ متزايدة تماماً على كل من $]-\infty ; 0[$ و $[2 ; +\infty[$ $f$ متناقصة تماماً على $]0 ; 2]$															
	0.5	(ب) جدول التغيرات: <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td>0</td><td>2</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>+\infty</math></td><td>-2</td><td><math>+\infty</math></td></tr></table>	$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	+	$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	-2	$+\infty$
$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
$f'(x)$	+	0	-	+													
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	-2	$+\infty$													
	0,25+0,5	سلم خاص بالمكفوفين: (3) أ) حساب $f'(x)$ ..... 1 ب) إشارة $f'(x)$ + اتجاه التغير ..... 1															
	0,25	..... $(D): y=x-5$ ، $\lim_{ x  \rightarrow +\infty} [f(x)-(x-5)]=0$ (4)															
	0.5	..... $x=0$ معادلة مستقيم مقارب															
	05+0.25	..... معادلة المماس $(\Delta): y=-7x+7$ (5)															
		..... رسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ (6)															
		سلم خاص بالمكفوفين: $f(x)-y=\frac{4}{x^2}>0$ فوق $(C_f)$ ، المقارب المائل ..... 1															

محاو الموضوع	عناصر الإجابة		العلامة
	تابع الموضوع الأول		
	0.5	(7) أ- تعيين الدالة الأصلية : $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x - \frac{4}{x}$ .....	
	0.75	ب- حساب المساحة: $A = \int_1^2 -f(x)dx = -\left[\frac{1}{2}x^2 - 5x - \frac{4}{x}\right]_1^2 = \frac{3}{2} uA$ .....	
		<b>الموضوع الثاني</b>	
		<b>التمرين الأول: ( 06 نقاط )</b>	
	6×0.25	(1) تمثيل سحابة للنقط .....	
	1	(2) $G(3,5; 814,17)$ .....	
	0.5+1	(3) إثبات: $y = 115x + 411,67$ .....	
05	1	(4) في سنة 2015 لدينا: $x = 12$ ومنه $y = 1791,67$	
		<b>سلم خاص بالمكفوفين:</b>	
		(1) $G$ ..... 1.5	
		(2) المعادلة ..... 1.5	
		(3) $y = 1791,67$ ..... 1	
		(4) $y = 411,67$ ، $x = 0$ ..... 1	
		<b>التمرين الثاني: (06 نقاط)</b>	
	3×0.25	(1) $u_3 = \frac{101}{64}$ ، $u_2 = \frac{23}{16}$ ، $u_1 = \frac{5}{4}$ .....	
	1	(2) أ) البرهان بالتراجع .....	
	0.75	ب) $(u_n)$ متزايدة تماما ، $u_{n+1} - u_n = \frac{2 - u_n}{4} > 0$ .....	
	0.25	جـ) $(u_n)$ متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة .....	
	0.25+0.5	(3) أ) $v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n$ ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ .....	
06	0.25	وحدها الأول $v_0 = -1$ .....	
	0.25+0.5	ب) $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، $v_n = -\left(\frac{3}{4}\right)^n$ .....	
	0.5	جـ) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ .....	
	0.5	(4) $S_n = 4\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1\right)$ .....	
	0.5	$u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$ .....	



		التمرين الثالث: (09 نقاط)
0.25	.....	(I) 1) عدد حلول المعادلة $g(x)=0$ هو 2
0.25	.....	(2) $g(2)=0$
1	.....	(3) $g(\alpha)=0$ ، $2,87 < \alpha < 2,88$
0.5	.....	(4) إشارة $g(x)$ : $\frac{1}{0} + \frac{2}{0} - \frac{\alpha}{0} +$
		<b>سلم خاص بالمكفوفين:</b>
		(1) $g(2)=0$ ..... 0.75
		(2) $g(\alpha)=0$ ، $2,87 < \alpha < 2,88$ ..... 1
		(3) إشارة $g(x)$ ..... 0.5
0.5	.....	(II) 1) (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
2×0.25	.....	(ب) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ ، $x=1$ معادلة مستقيم مقارب
0.5	.....	(ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-3)] = 0$ ، $(\Delta)$ مستقيم مقارب مائل
0.5	.....	(د) فاصلة نقطة تقاطع $(C_f)$ مع $(\Delta)$ هي: $x = 1 + e^{-\frac{5}{4}}$
0.5	.....	(هـ) وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$
0.75	.....	(2) (أ) $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$
0.25	.....	(ب) $f$ متزايدة تماما على كل من $[1; 2]$ و $[\alpha; +\infty[$
0.25	.....	$f$ متناقصة تماما على $[2; \alpha]$
0.5	.....	جدول التغيرات
		<b>سلم خاص بالمكفوفين:</b>
		(2) (أ) $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ ..... 1
		(ب) اتجاه تغير $f$ ..... 1
1	.....	(3) رسم المنحني $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ : .....
		<b>سلم خاص بالمكفوفين:</b>
		(3) القيمة الحدية العظمى $f(2)=4$ ..... 0.5
0.5	.....	(4) (أ) الدالة المشتقة: $x \mapsto 2 \frac{\ln(x-1)}{x-1}$
0.5	.....	$x \mapsto \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2[\ln(x-1)]^2 + 5\ln(x-1)$ دالة أصلية لـ $f$
0.5	.....	(ب) $\int_2^5 f(x) dx = 8\ln^2 2 + 10\ln 2 + \frac{3}{2}$
0.25	.....	هندسيا: التكامل هو مساحة الحيز تحت المنحني والمحدد بالمستقيمين ذوي المعادلتين: $x=5$ و $x=2$