

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور ميزانية الإشهار بالمليون دينار لمؤسسة اقتصادية من سنة 2009 الى سنة 2016 .

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
الميزانية y_i بالمليون دينار	0,4	0,45	0,5	0,56	0,63	0,68	0,75	0,83

(1) مثلّ سحابة النقط $M(x_i; y_i)$ في معلم متعامد .

(نأخذ 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 100000 DA على محور الترتيب)

(2) جد إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط ثم علّمها .

(3) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار (Δ) بالمربعات الدنيا هي: $y = 0,06x + 0,33$ ، (النتائج تدور الى 10^{-2})
ثم ارسم المستقيم (Δ) في المعلم السابق .

(4 أ) باستعمال التعديل الخطي السابق قَدّر الميزانية المتوقعة سنة 2020 .

ب) ابتداء من أي سنة تتجاوز هذه الميزانية 1200000 DA .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$.

(1 أ) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 3$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنّها متقاربة .

(2) (v_n) المتتالية المعرفة بـ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = 3 - u_n$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ثم عيّن حدّها الأول .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = 3(n-1) + 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يستقبل مركز إجراء امتحان شهادة البكالوريا مترشحين موزعين على ثلاث شعب هي:

شعبة الآداب والفلسفة (L)، شعبة العلوم التجريبية (S)، شعبة التسيير والاقتصاد (G)

47% من المترشحين ذكور (M) والباقي إناث (F).

من بين الذكور يوجد 35% في شعبة العلوم التجريبية و 49% في شعبة الآداب والفلسفة.

من بين الإناث يوجد 10% في شعبة التسيير والاقتصاد و 37% في العلوم التجريبية.

نختار عشوائيا مترشحا من هذا المركز.

(1) انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

(2) احسب احتمال كل حادثة مما يلي:

A " المترشح المختار انثى ومن شعبة التسيير والاقتصاد " .

B " المترشح المختار من شعبة التسيير والاقتصاد " .

C " المترشح المختار انثى علما انه من شعبة التسيير والاقتصاد " .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + 3\ln x - 3$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) بيّن أنّ: المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,40 < \alpha < 1,41$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = x + 1 - \frac{3\ln x}{x}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(4) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (يعطى $f(\alpha) \approx 1,68$)

(6) أ) بيّن أنّ الدالة h حيث $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب) احسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

انتهى الموضوع الأول

$x = 1$ ، $x = e$ و $y = x + 1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي نسب النجاح في امتحان شهادة البكالوريا لشعبة التسيير والاقتصاد بثانوية في الفترة من سنة 2010 إلى سنة 2014.

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
النسبة المئوية y_i	33,1	36,8	41,0	41,1	44,1
$z_i = \ln y_i$					

- (1) عيّن إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$.
- (2) لتكن $y = ax + b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; y_i)$.
بيّن أنّ $a = 2,63$ ثم أحسب قيمة b .
- (3) أ) أكمل السطر الأخير من الجدول أعلاه. (تدور النتائج إلى 10^{-2})
ب) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; z_i)$ هي: $z = 0,07x + 3,46$.
- (4) من بين التعديلين السابقين، ما هو التعديل الذي يعطي أكبر نسبة نجاح في سنة 2017 ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل n طبيعي، $u_{n+1} = 3u_n - 2$.
- (1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
 - (2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـ: من أجل كل n طبيعي، $v_n = u_{n+1} - u_n$.
أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 يطلب تعيين حدّها الأول.
ب) عين v_n بدلالة n ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة.
 - (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$.
أ) احسب S_n بدلالة n .
ب) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = S_n + u_0$ واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

أجريت دراسة إحصائية حول العلاقة بين استعمال الانترنت وامتلاك جهاز حاسوب في مدينة ما، فكانت النتائج كما يلي:

- 80% من سكان هذه المدينة يملكون جهاز حاسوب.
- 90% من سكان هذه المدينة الذين يملكون جهاز حاسوب يستعملون الانترنت.
- 60% من سكان هذه المدينة الذين لا يملكون جهاز حاسوب يستعملون الانترنت.

- نختار عشوائيا شخصا من هذه المدينة .
- يرمز **A** إلى الحادثة : "الشخص المختار يملك جهاز حاسوب" .
- يرمز **B** إلى الحادثة : "الشخص المختار يستعمل الانترنت" .
- (1) انجز شجرة الاحتمالات التي تتمزج هذه الوضعية .
- (2) أ) بَيِّنْ أَنَّ احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب يساوي 0,20 .
 ب) ما احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت؟
 ج) ما احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت؟
- (3) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يستعمل الانترنت.
- (4) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب علما انه يستعمل الانترنت .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{e^x - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أ) احسب النهايات : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر بيانيا النتائج المحصل عليها .
 ب) احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) بَيِّنْ أَنَّهُ من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) مع المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 1$.

(4) عَيِّنْ معادلة L (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\ln 3$.

(5) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = f(x) - \frac{9}{4}(x - \ln 3) - 1$.

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g .

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

أ) احسب $g(\ln 3)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

ب) ادرس على المجال $]0; +\infty[$ وضعية المنحني (C_f)

بالنسبة الى المماس (T)، ثم فسّر ذلك بيانيا .

(6) احسب $f(\ln 2)$ ثم أرسم المماس (T) و (C_f) على المجال $]-\infty; 0[\cup]0; 3]$.

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تسيير و اقتصاد/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	

الموضوع الأول		
التمرين الأول (04 نقاط) :		
0.50	0.50	1- تمثيل سحابة النقط
1.25	01 0.25	2- إحداثيات النقطة المتوسطة $G(4,5;0,6)$ تعليم النقطة G
1.25	0.75 0.25 0.25	3- معادلة مستقيم الانحدار هي $y = 0,06x + 0,33$ لأن $a = 0.06$ $b = 0.33$ رسم المستقيم (Δ)
01	0.50 0.50	4- أ) تقدير الميزانية المتوقعة سنة 2020 هي 1050000 DA ب) تتجاوز الميزانية DA 1200000 ابتداء من السنة 15 أي سنة 2023
التمرين الثاني (04 نقاط):		
2.25	01 0.75 0.50	1- أ) اثبات بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 3$. ب) اثبات ان المتتالية (u_n) متزايدة تماما $u_{n+1} - u_n = -\frac{2}{3}(u_n - 3) > 0$ بما ان المتتالية محدودة من اعلى ومتزايدة تماما فهي متقاربة
1.75	0.75 0.25 0.75	2- أ) بيان أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ تعيّن حدها الأول $v_0 = 3 - u_0 = 4$ ب) نبين أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = 3(n-1) + 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تسيير و اقتصاد/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	

		التمرين الثالث: (04 نقاط)
		1- انجاز شجرة الاحتمالات
01	01	
03	01 01 01	<p>-2</p> $p(A) = 0,053$ $p(B) = 0.53 \times 0.10 + 0.47 \times 0.16 = 0.1282$ $p(C) = p_G(F) = \frac{p(F \cap G)}{p(G)} = 0.4134$
		التمرين الرابع: (08 نقاط)
0.75	0.50 0.25	<p>(I) عبارة المشتقة : الدالة g تقبل الاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ ، $g'(x) = 2x + \frac{3}{x}$ ، بما أن : $g'(x) > 0$ على المجال $]0; +\infty[$ فإن g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$</p>
01	0.50 0.50	<p>(2) بيان أن: المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,40 < \alpha < 1,41$ استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.</p>
1.25	0.50 0.25 0.50	<p>(II) (1) أ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ التفسير البياني : المنحني يقبل مقاربا معادلته $x = 0$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$</p>
0.50	0.50	<p>(2) بيان أن: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.</p>
01	0.25 0.25	<p>(3) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ استنتاج اتجاه تغير الدالة f</p>

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	

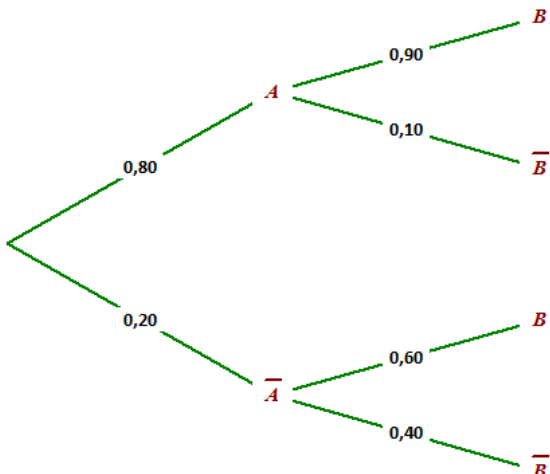
		تشكيل جدول تغيراتها												
	0.50	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$
x	0	α	$+\infty$											
$f'(x)$	-	0	+											
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$											
1.25	0.50 0.75	<p>(4) أ) بيان أنَّ المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f).</p> <p>ب) دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).</p>												
01	0.25 0.75	<p>(5) انشاء المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).</p>												
1.25	0.50 0.25 0.25 0.25	<p>(6) أ) بيان أنَّ الدالة h أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$.</p> <p>ب) مساحة الحيز المستوي $S = \int_1^e \frac{3 \ln x}{x} dx$</p> $S = \left[\frac{3}{2} (\ln x)^2 \right]_1^e$ $S = \frac{3}{2} u.a$												

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تسيير و اقتصاد/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	

الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
01	0.25 0.75	(1) $\bar{X} = 3$ $\bar{Y} = 39,22$ ومنه $G(3 ; 39,22)$
01	0.75 0.25	(2) بيان أن $a = 2,63$ $b = 31,33$
1.25	0.50 0.50 0.25	(3) أ) اكمال السطر الأخير من الجدول ب) بيان أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $z = 0,07x + 3,46$ $a = 0,07$ $b = 3,46$
0.75	0.25 0.25 0.25	(4) التعديل الذي يعطي اكبر نسبة نجاح : رتبة السنة 2017 هي 8 $y = 2,63 \times 8 + 31,33 = 52,37$ اما التعديل الثاني يعطي $z = 0,07 \times 8 + 3,46 = 4.02$ ومنه $y = e^{4.02} = 55,77$ ومنه التعديل الذي يعطي اكبر نسبة هو التعديل اللوغاريتمي
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
01	0.75 0.25	(1) حساب الحدود $u_1 = 4$ ، $u_2 = 10$ ، $u_3 = 28$ التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة تماما .
1.75	0.50 0.25 0.50 0.50	(2) أ) بيان أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 تعيين حدها الأول $v_0 = u_1 - u_0 = 2$ ب) v_n بدلالة n : $v_n = 2 \times 3^n$ استنتاج أن المتتالية (u_n) متزايدة .
1.25	0.50 0.50 0.25	(3) أ) احسب S_n بدلالة n . ب) بيان أن: من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = S_n + u_0$ استنتاج عبارة u_n بدلالة n . $u_n = 3^n + 1$
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
		(1) انجاز شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية.

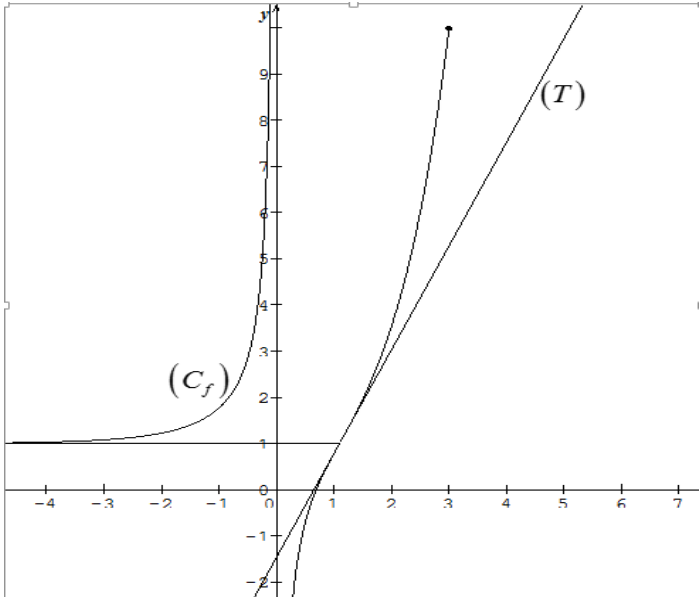
عناصر الإجابة		العلامة
مجزأة	المجموع	

0.75	0.75	
02	01 0.75	<p>(2) أ) بيان أن احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب يساوي $1 - 0.8 = 0.20$</p> <p>ب) احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت هو:</p> $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B) = 0.80 \times 0.90 = 0.72$ <p>ج) احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت هو:</p> $p(\bar{A} \cap B) = p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B) = 0.20 \times 0.60 = 0.12$
0.50	0.50	<p>(3) احتمال أن يكون الشخص المختار يستعمل الانترنت هو :</p> $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B) = 0.84$
0.75	0.75	<p>(4) احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب علما انه يستعمل الانترنت هو :</p> $p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0.72}{0.84} = 0.86$
1.75	3×0.25 2×0.25 0.50	<p>التمرين الرابع: (08 نقاط)</p> <p>(1) أ) حساب النهايات : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$</p> <p>التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتهما $x=0$ ، $y=1$</p> <p>ب) حساب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$</p>
1.50	0.50 0.25 0.25	<p>(2) أ) بيان أنه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$</p> <p>ب) من أجل كل x من D_f ، $f'(x) > 0$ ، ومنه f متزايدة تماما على مجالي D_f</p>

عناصر الإجابة		العلامة
مجزأة	المجموع	

	0.50	جدول التغيرات.												
		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td></td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$	$-$		$+$	$f(x)$	1	$+\infty$	$+\infty$
x	$-\infty$	0	$+\infty$											
$f'(x)$	$-$		$+$											
$f(x)$	1	$+\infty$	$+\infty$											
	0.25	(3) دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) مع المستقيم (Δ)												
		$f(x)-1=\frac{e^x(e^x-3)}{e^x-1}$												
1.25	0.25	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$\ln 3$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)-1$</td><td>$+$</td><td></td><td>$-$</td><td>$+$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	$\ln 3$	$+\infty$	$f(x)-1$	$+$		$-$	$+$		
x	$-\infty$	0	$\ln 3$	$+\infty$										
$f(x)-1$	$+$		$-$	$+$										
	0.75	(C_f) فوق (Δ) لما $x \in]-\infty; 0[\cup]\ln 3; +\infty[$ (C_f) تحت (Δ) لما $x \in]0; \ln 3[$ $(C_f) \cap (\Delta) = \{I(\ln 3; 1)\}$												
0.50	0.50	(4) عَيِّن معادلة (T) المماس للمنحني (C_f) : $(T): y = \frac{9}{4}x - \frac{9}{4}\ln 3 + 1$												
	0.25	(5) أ) $g(\ln 3) = 0$ استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم x												
1.75	0.50	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\ln 3$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>	x	0	$\ln 3$	$+\infty$	$g(x)$	$-$	0	$+$				
x	0	$\ln 3$	$+\infty$											
$g(x)$	$-$	0	$+$											
	0.50	ب) دراسة وضعية المنحني (C_f) بالنسبة الى المماس (T) ،												
	0.50	التفسير البياني المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف $\Omega(\ln 3; 1)$												

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	

01.25	0.25	<p>(6) احسب $f(\ln 2)$ رسم المماس (T) رسم (C_f) على المجال $]-\infty; 0[\cup]0; 3]$.</p> 
	0.25	
	0.75	