

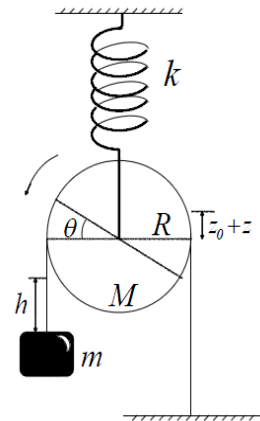
## Série de TD N°2 : Vibrations&Ondes

### Exercice 1. Lagrangien et Équation de Lagrange.

Une masse  $m$  est suspendue par un fil inextensible et non glissant enroulé autour d'un disque de masse  $M$ . Le disque, pouvant tourner librement autour de son centre, est suspendu par un ressort de raideur  $k$ .

1. Calculer l'énergie potentielle  $U$  du système en fonction de  $z$ .
2. Déduire l'allongement  $z_0$  du ressort à l'équilibre puis simplifier  $U$ .
3. Trouver l'énergie cinétique  $T$  du système.
4. Trouver le Lagrangien  $\mathcal{L}$  et déduire l'équation du mouvement.
5. Trouver la pulsation propre  $\omega_0$ . (A.N:  $m=1\text{kg}$ ,  $k=44\text{N/m}$ ,  $M=1\text{kg}$ )

Rappel:  $\mathcal{L} = T - U$ . L'équation de Lagrange est:  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 0$ .



### Exercice 2.

La tige de longueur  $l$  (masse négligeable) peut tourner sans frottement autour de son axe en  $O$ . À l'équilibre la tige était horizontale. Les boules sont ponctuelles.

1. Remplacer les deux ressorts par un seul ressort équivalent de raideur  $k$ , puis trouver l'énergie potentielle  $U$  du système en fonction de  $\theta$ . (Pour  $\theta \ll 1$ .)
  2. Écrire la condition d'équilibre et déduire l'allongement  $z_0$  à l'équilibre du ressort équivalent. Simplifier  $U$  à l'aide de la condition d'équilibre.
  3. Trouver l'énergie cinétique  $T$  du système.
  4. Trouver le Lagrangien et déduire l'équation du mouvement.
  5. Trouver la pulsation propre  $\omega_0$ . (A.N:  $m=1\text{kg}$ ,  $k=20\text{N/m}$ ,  $M=1\text{kg}$ )
- Rappel: Pour  $\theta \ll 1$ :  $\sin\theta \approx \theta$ .

