

Faculté des Sciences
Département Informatique

Oran, le 13 Novembre 2012

**CONCOURS NATIONAL D'ACCES A LA FORMATION DOCTORALE
DOCTORAT LMD « MODELES DE DONNEES AVANCEES ET RESEAUX
EMERGENTS »**

EPREUVES : FONDEMENTS MATHEMATIQUES

Important : Les 3 parties doivent impérativement être rédigées dans des copies séparées.

Partie1 (06 points) :

Une fée joue avec vous, et vous annonce :

- 1) Je ne me trompe jamais dans mes prédictions
- 2) Voici une boîte rouge et une boîte bleue
- 3) Tu pourras ouvrir soit la boîte bleue, soit la boîte rouge et la boîte bleue, et tu prends le contenu des boîtes choisies (ou la bleue ou les deux)
- 4) Dans la boîte rouge je mettrai 100 Da
- 5) Avant de remplir la boîte bleue, je ferai une prédiction (qui te sera cachée), si je prédis que tu prendras la bleue toute seule, je mettrai 1000Da, sinon je ne mettrai rien (si tu prends les deux boîtes).

Tirez-vous la boîte bleue toute seule ou les deux boîtes ? Expliquez votre solution.

6)- Définir un problème non déterministe polynomial. Est-ce que $P=NP$? commentez.

7)- Après les avoir défini, classez les problèmes suivants dans chaque classe (P, NP, ...):

Chemins Hamiltoniens d'un graphe, chemin Eulériens, La recherche du plus court chemin, la recherche du plus long chemin, le couplage de poids max dans un graphe biparti, SAT problem, l'optimisation d'une fonction continue convexe avec contraintes continues, Problème du flot maximal, l'optimisation discrète en nombre entier, Résolution d'un système d'équations linéaires.

Partie 2 (06 points) :

- 1)- Citez quelques méthodes d'intégration numériques.
- 2)- Définir la notion de matrice de rang plein.
- 3)- Donner la définition d'une matrice stable et dire comment le prouver systématiquement pour une matrice diagonale.
- 4)- Soit un modèle dynamique décrit par une équation différentielle E/S : donner une explication basique à la notion de simulation de ce système.
- 5)- Comment Matlab met à notre disposition une méthode d'intégration numérique.

Partie 3 (08 points) :

- 1)- Donner une condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice A inversible puisse se décomposer en un produit L.U. ? où L : matrice triangulaire inférieure et U : matrice triangulaire supérieure.
- 2)- Soit A une matrice carrée d'ordre n, inversible. L'ensemble des valeurs propres de A est noté E(A). Démontrer que : $\forall k > 1, E(A^k) = \{\lambda^k / \lambda \in E(A)\}$.
- 3)- Pourquoi utilise-t-on la pivotation dans la résolution des systèmes linéaires $A.x = b$? et quels sont les types de pivotation que vous connaissiez ?
- 4)- Donner une condition nécessaire et suffisante de convergence d'une méthode itérative de résolution des systèmes linéaires $A.x = b$? Laquelle des méthodes itératives de Jacobi ou de Gauss-Seidel qui converge le plus rapidement ? Justifier pourquoi ?
- 5)- Quel est le déterminant d'une matrice réelle carrée A diagonale ou triangulaire supérieure ou inférieure.

Bonne chance

