

# Concours national d'accès à l'Ecole Doctorale

## « Energies Renouvelables »

15 Octobre 2009

Variante 2

### Option 3 : Matériaux

#### Electricité générale

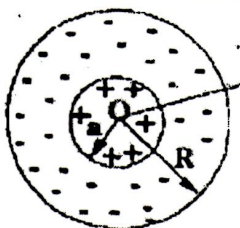
##### Exercice 1:

Une charge ponctuelle  $q_1$  est située en un point  $M_1$  de l'espace.

- 7- Calculer l'énergie potentielle électrostatique créée par cette charge  $q_1$  en un point  $M_2$  de l'espace. On suppose que le potentiel est nul à l'infini.
- 8- On amène une deuxième charge ponctuelle  $q_2$  de l'infini jusqu'au point  $M_2$ . Calculer l'énergie potentielle du système constitué par ces deux charges. Calculer l'énergie potentielle du système constitué par ces deux charges électriques.
- 9- On amène une troisième charge ponctuelle  $q_3$  depuis l'infini jusqu'en un point  $M_3$  tel que le triangle  $M_1M_2M_3$  soit équilatéral. Calculer l'énergie potentielle de l'ensemble des trois charges  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$ .

##### Exercice 2:

Un des modèles proposés pour représenter l'atome est le suivant : le noyau de l'atome renferme une charge positive,  $Q$ , répartie uniformément dans une sphère de rayon  $a$ , et les électrons constituent une répartition sphérique de charges négatives, de densité volumique constante, concentrique à la précédente et s'étalant de  $r=a$  à  $r=R$ . l'ensemble est électriquement neutre.



- 9- Enoncer le théorème de Gauss.
- 10- Calculer la charge électrique comprise entre dans la sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$  tel que :  $a < r < R$ .
- 11- En supposant le potentiel à l'infini nul et en utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ et le potentiel en tout point de l'espace.
- 12- Tracer l'allure des graphes donnant l'intensité du champ électrique et le potentiel électrique en fonction de  $r$ .

##### Exercice 3 :

On considère un condensateur plan formé de deux plaques rectangulaires  $A$  et  $B$  de longueur  $L$  et de largeur  $x$ , ces deux plaques sont séparées par une épaisseur d'air  $2d$ .

- 5- Donner l'expression de la capacité de ce condensateur.
- 6- Calculer la charge du condensateur quand on branche un générateur de tension  $V$  entre ses plaques. La plaque  $A$  est branchée à la borne positive du générateur.

On introduit une plaque métallique de faces  $D$  et  $E$  et d'épaisseur  $(d/2)$  initialement neutre entre les plaques  $A$  et  $B$ . la face  $D$  est d'une distance  $d$  de la plaque  $A$ .

- g- Représenter qualitativement la nouvelle répartition des charges  $Q_A$ ,  $Q_B$ ,  $Q_D$  et  $Q_E$  sur les faces  $A$ ,  $B$ ,  $D$  et  $E$  de ces plaques.
- h- Calculer ces charges  $Q_A$ ,  $Q_B$ ,  $Q_D$  et  $Q_E$ .

- i- Dans quel sens la charge a-t-elle circulé dans le générateur de tension ?

Applications numériques :  $L=12\text{cm}$ ,  $x=10\text{cm}$ ,  $d=2\text{cm}$ ,  $V=400\text{Volts}$ ,  $K=9 \cdot 10^9$ .

## Thermodynamique

Un compresseur aspire par heure  $2000\text{m}^3$  d'air à  $25^\circ\text{C}$  et sous une pression de 1 bar et les comprime jusqu'à une pression de 7bars absolus. En supposant la compression polytropique, calculer:

- 1) La puissance théorique totale absorbée par le compresseur de compression
- 2) La quantité de chaleur à évacuer.
- 3) Le débit d'eau nécessaire pour le refroidissement de l'appareil si l'on dispose d'eau à  $20^\circ\text{C}$  et l'on désire que cette eau ne s'échauffe pas à plus de  $60^\circ\text{C}$
- 4) Le débit d'eau nécessaire dans le cas où la compression est supposée adiabatique.
- 5) Le débit d'eau nécessaire dans le cas où le travail absorbé par le compresseur est minimal.

On donne :  $k=1,20$        $\gamma=1,40$        $r=287\text{j/kg.deg}$

## Physique Nucléaire

Le mouvement d'un corpuscule, de masse  $m$ , est décrit par l'équation de Schrödinger

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + 2m/\hbar^2 (U-V) \varphi = 0 \quad (E)$$

Où  $V = (1/2) k x^2$  est son énergie potentielle et  $U$  son énergie totale.

1. Faire le changement de variable  $z = x \sqrt{\alpha}$ ,  $\alpha = 1/\hbar \sqrt{km}$ .

L'équation transformée ( $E'$ ) admet comme solutions

$$\varphi_0 = C_0 \exp(-z^2/2) \text{ et } \varphi_1 = C_1 z \exp(-z^2/2)$$

Ces deux fonctions d'onde décrivant respectivement l'état fondamental et le premier état excité du système.

2. Comment détermine-t-on les constantes  $C_0$  et  $C_1$  ? Faire le calcul de  $C_0$  et  $C_1$  en les exprimant en fonction de  $\alpha$ .
3. Calculer les niveaux d'énergie  $U_0$  et  $U_1$ .
4. Vérifier que  $\Delta = U_1 - U_0 = h \nu$  ( $\nu$  = fréquence)

## Semi conducteurs

Considérons un semi-conducteur de type N de constitution homogène, possédant une face plane et supposons que sur cette face, on crée en permanence des porteurs en concentrations supérieures aux densités à l'équilibre (on génère des porteurs en excès en éclairant ou en chauffant la face exposée).

1°)- Décrire alors les deux phénomènes qui interviennent à l'intérieur du semi conducteur.

2°)- Définir le faible niveau d'injection et le fort niveau d'injection.

3°)- Rappeler les expressions des courants des porteurs (électrons et trous) dans le cas général.

4°)- a)- On suppose que l'on se trouve dans le cas d'un faible niveau d'injection, le champ électrique est nul et on se place en régime permanent (concentrations indépendantes du temps). Que devient l'équation de continuité des porteurs minoritaires si on suppose que le modèle est unidimensionnel ?

b)- Résoudre cette équation et exprimer la solution en fonction de :

- la concentration des porteurs en surface ;
- la concentration à l'équilibre  $p_0$  ;
- la position  $x$  (on définira l'origine) ;
- $L$  : longueur de diffusion avec  $L = \sqrt{D \cdot \tau}$  avec

$D$  : constante de diffusion du porteur minoritaire

$\tau$  : durée de vie du porteur minoritaire.

Que représente alors  $L$  ?

5°)- On applique au semi conducteur un champ électrique  $\vec{\xi}$ .

Sans faire de calcul, comment varie  $L$  en fonction du sens de ce champ (champ parallèle à l'axe  $ox$ ) ? Justifier votre réponse.

N.B : on rappelle l'équation de continuité des porteurs :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - p \cdot \mu_p \cdot \frac{d\xi}{dx} - \mu_p \cdot \xi \cdot \frac{dp}{dx} + G - \frac{p - p_0}{\tau_p}$$



# Concours national d'accès à l'Ecole Doctorale

## « Energies Renouvelables »

15 Octobre 2009

Variante 2

### Option 1 : Photovoltaïque

#### Electricité générale

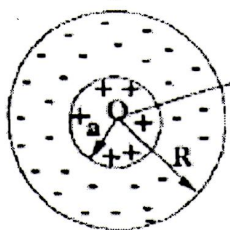
##### Exercice 1:

Une charge ponctuelle  $q_1$  est située en un point  $M_1$  de l'espace.

- 1- Calculer l'énergie potentielle électrostatique créée par cette charge  $q_1$  en un point  $M_2$  de l'espace. On suppose que le potentiel est nul à l'infini.
- 2- On amène une deuxième charge ponctuelle  $q_2$  de l'infini jusqu'au point  $M_2$ . Calculer l'énergie potentielle du système constitué par ces deux charges. Calculer l'énergie potentielle du système constitué par ces deux charges électriques.
- 3- On amène une troisième charge ponctuelle  $q_3$  depuis l'infini jusqu'en un point  $M_3$  tel que le triangle  $M_1M_2M_3$  soit équilatéral. Calculer l'énergie potentielle de l'ensemble des trois charges  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$ .

##### Exercice 2:

Un des modèles proposés pour représenter l'atome est le suivant : le noyau de l'atome renferme une charge positive,  $Q$ , répartie uniformément dans une sphère de rayon  $a$ , et les électrons constituent une répartition sphérique de charges négatives, de densité volumique constante, concentrique à la précédente et s'étalant de  $r=a$  à  $r=R$ . l'ensemble est électriquement neutre.



- 1- Enoncer le théorème de Gauss.
- 2- Calculer la charge électrique comprise entre dans la sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$  tel que:  $a < r < R$ .
- 3- En supposant le potentiel à l'infini nul et en utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ et le potentiel en tout point de l'espace.
- 4- Tracer l'allure des graphes donnant l'intensité du champ électrique et le potentiel électrique en fonction de  $r$ .

##### Exercice 3 :

On considère un condensateur plan formé de deux plaques rectangulaires  $A$  et  $B$  de longueur  $L$  et de largeur  $x$ , ces deux plaques sont séparées par une épaisseur d'air  $2d$ .

- 1- Donner l'expression de la capacité de ce condensateur.
- 2- Calculer la charge du condensateur quand on branche un générateur de tension  $V$  entre ses plaques. La plaque  $A$  est branchée à la borne positive du générateur.

On introduit une plaque métallique de faces  $D$  et  $E$  et d'épaisseur  $(d/2)$  initialement neutre entre les plaques  $A$  et  $B$ . la face  $D$  est d'une distance  $d$  de la plaque  $A$ .

- a- Représenter qualitativement la nouvelle répartition des charges  $Q_A$ ,  $Q_B$ ,  $Q_D$  et  $Q_E$  sur les faces  $A$ ,  $B$ ,  $D$  et  $E$  de ces plaques.
- b- Calculer ces charges  $Q_A$ ,  $Q_B$ ,  $Q_D$  et  $Q_E$ .
- c- Dans quel sens la charge a-t-elle circulé dans le générateur de tension ?

Applications numériques :  $L=12\text{cm}$ ,  $x=10\text{cm}$ ,  $d=2\text{cm}$ ,  $V=400\text{Volts}$ ,  $K=9 \cdot 10^9$ .



## Thermodynamique

Un compresseur aspire par heure  $2000\text{m}^3$  d'air à  $25^\circ\text{C}$  et sous une pression de 1 bar et les comprime jusqu'à une pression de 7bars absolus. En supposant la compression polytropique, calculer:

- 1) La puissance théorique totale absorbée par le compresseur de compression
- 2) La quantité de chaleur à évacuer.
- 3) Le débit d'eau nécessaire pour le refroidissement de l'appareil si l'on dispose d'eau à  $20^\circ\text{C}$  et l'on désire que cette eau ne s'échauffe pas à plus de  $60^\circ\text{C}$
- 4) Le débit d'eau nécessaire dans le cas où la compression est supposée adiabatique.
- 5) Le débit d'eau nécessaire dans le cas où le travail absorbé par le compresseur est minimal.

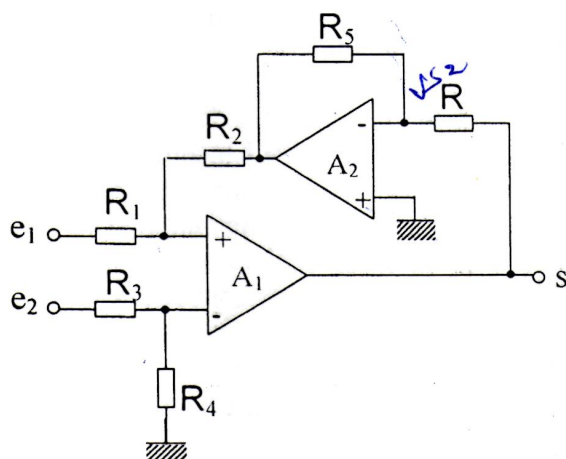
On donne :  $k=1,20$        $\gamma=1,40$        $r=287\text{J/kg.deg}$

## Electronique générale

### EXERCICE 1 :

- a. Rappelez la relation fondamentale qui lie  $I_C$  (courant collecteur) et  $I_E$  (courant émetteur) dans un transistor bipolaire.
- b. Par quoi se traduit une distorsion d'intermodulation ?
- c. Quel est le facteur de bruit  $F$  d'une chaîne amplificatrice constituée de 3 amplificateurs de gains (en puissance) respectifs  $G_1, G_2$  et  $G_3$  et de facteurs de bruit  $F_1, F_2$  et  $F_3$  ?

### EXERCICE 2:



Donnez l'expression de la tension de sortie  $s$  de cet amplificateur, en supposant que les amplificateurs opérationnels utilisés sont idéaux.

Cas où  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$

### EXERCICE 3 :

L'amplificateur suivant utilise deux transistors complémentaires au Silicium

identiques pour lesquels on prendra

$V_{BE}=0,6\text{ V}$  et  $\beta=100$

1°) Quelles valeurs choisir pour  $R_1$  et  $R_2$  pour que les deux transistors soient

polarisés à  $|V_{CE}|=12\text{ V}$  et  $I_C=2\text{ mA}$  ?

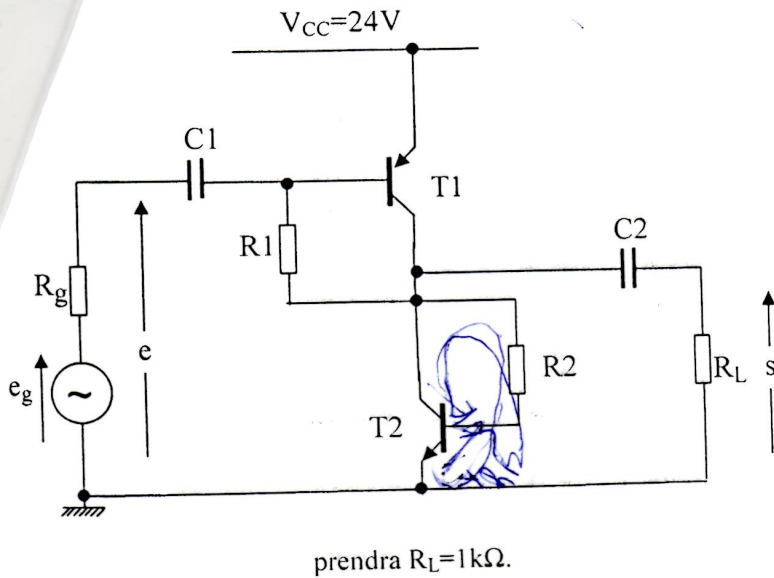
2°) Le transistor  $T_2$  constitue une charge active pour le transistor  $T_1$ .

Par quelle expression  $R_A$  pourra-t-on remplacer cette charge ?

(traduction : c'est-à-dire enlever  $T_2$  et les remplacer par une charge unique  $R_A$ )

Quelle est sa valeur en Ohms ?

3°) Trouvez le gain en tension de ce montage dans sa bande passante (en supposant que les condensateurs se comportent en court-circuits). On



prendra  $R_L=1\text{ k}\Omega$ .

## Semi conducteurs

Considérons un semi-conducteur de type N de constitution homogène, possédant une face plane et supposons que sur cette face, on crée en permanence des porteurs en concentrations supérieures aux densités à l'équilibre (on génère des porteurs en excès en éclairant ou en chauffant la face exposée).

1°)- Décrire alors les deux phénomènes qui interviennent à l'intérieur du semi conducteur.

2°)- Définir le faible niveau d'injection et le fort niveau d'injection.

3°)- Rappeler les expressions des courants des porteurs (électrons et trous) dans le cas général.

4°)- a)- On suppose que l'on se trouve dans le cas d'un faible niveau d'injection, le champ électrique est nul et on se place en régime permanent (concentrations indépendantes du temps). Que devient l'équation de continuité des porteurs minoritaires si on suppose que le modèle est unidimensionnel ?

b)- Résoudre cette équation et exprimer la solution en fonction de :

- la concentration des porteurs en surface ;
- la concentration à l'équilibre  $p_0$  ;
- la position  $x$  (on définira l'origine) ;
- $L$  : longueur de diffusion avec  $L = \sqrt{D \cdot \tau}$  avec

$D$  : constante de diffusion du porteur minoritaire

$\tau$  : durée de vie du porteur minoritaire.

Que représente alors  $L$  ?

5°)- On applique au semi conducteur un champ électrique  $\vec{\xi}$ . Sans faire de calcul, comment varie L en fonction du sens de ce champ (champ parallèle à l'axe ox) ? Justifier votre réponse.

N.B : on rappelle l'équation de continuité des porteurs :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - p \cdot \mu_p \cdot \frac{d\xi}{dx} - \mu_p \cdot \xi \cdot \frac{dp}{dx} + G - \frac{p-p_0}{\tau_p}$$



MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
CONCOURS D'ACCÈS À L'ÉCOLE DOCTORALE « ENERGIES RENOUVELABLES »

Année Universitaire 2007/2008

Choix 2

1-ÉPREUVE DES SEMI CONDUCTEURS

Exercice 1 7 pts

Étant donné un semi-conducteur dopé avec des atomes donneurs en concentration  $N_D$  et introduisant dans la bande interdite un niveau extrinsèque  $E_D$  et avec des atomes accepteurs en concentration  $N_A$  et introduisant dans la bande interdite un niveau extrinsèque  $E_A$  (on supposera  $N_D > N_A$ ). On se propose de déterminer graphiquement la position du niveau de Fermi  $E_F$  de ce semi-conducteur à l'équilibre thermodynamique et à une température  $T$  donnée.

1°)- a)- Rappeler les expressions des concentrations  $n$  et  $p$  des électrons et des trous libres à l'équilibre thermodynamique.

b)- Rappeler les expressions des concentrations  $N_D^+$  et  $N_D^0$  des atomes donneurs neutres et ionisés à l'équilibre thermodynamique.

c)- Rappeler les expressions des concentrations  $N_A^-$  et  $N_A^0$  des atomes accepteurs neutres et ionisés à l'équilibre thermodynamique.

2°)- Écrire l'équation de neutralité électrique de ce semi-conducteur à une température  $T$  donnée (cette équation exprime l'égalité entre les charges positives et négatives). Que présente alors cette équation comme inconnue ?

3°)- En traçant le logarithme népérien de chaque terme de l'équation précédente en fonction du niveau de Fermi  $E_F$  à la température  $T$ , montrer que l'on peut déterminer graphiquement la position de  $E_F$ . (on peut utiliser l'approximation suivante :  $L(x+y) \approx \text{Log}(x)$  si  $\text{Log}(x) > \text{Log}(y)$ ).

4°)- Une fois la position de  $E_F$  déterminée, que peut-on déduire du tracé graphique obtenu précédemment ?

N.B : Pour les tracés graphiques, on utilise l'approximation :  $\text{Exp}(x) \gg 1$  si  $x > 0$  et  $\text{Exp}(x) \ll 1$  si  $x < 0$

Exercice 2 7 pts

Une jonction  $p-n$  abrupte au Si est dopée tel que, dans la région  $n$ , on a  $E_C - E_F = 0.21 \text{ eV}$ , et dans la région  $p$  on a  $E_F - E_V = 0.18 \text{ eV}$ .

- 3 • Tracer le diagramme de zone de la jonction avant et après contact.
- 2 • Déterminer la concentration des impuretés dans chaque région.
- 2 • Déterminer le potentiel de diffusion de cette jonction.

On donne :  $k$  (constante de Boltzmann) =  $1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Pour le Si

$$\begin{aligned} E_g &= 1.12 \text{ eV} \\ N_C(300\text{K}) &= 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \\ N_V(300\text{K}) &= 1.04 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \\ n_i(300\text{K}) &= 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3} \end{aligned}$$

pour le AsGa

$$\begin{aligned} E_g &= 1.42 \text{ eV} \\ N_V(300\text{K}) &= 7 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3} \\ n_i(300\text{K}) &= 1.8 \times 10^6 \text{ cm}^{-3} \end{aligned}$$

Exercice 3 6 pts

Soit un échantillon d'Arséniure de Gallium  $\text{AsGa}$  dopé uniquement par des atomes donneurs (concentration  $N_D$ ). En admettant que tous les donneurs soient ionisés, montrer que la concentration  $n$  d'électrons dans la bande de conduction est égale à  $N_D$

# Corrigé des semi conducteurs

## Corrigé de l'exercice 1

Correction. S.C. Sujet 1

(I)

Exercice I, 7 pts

10/- a)  $n = N_c \cdot e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}$

b)  $N_D^0 = \frac{N_D}{1 + \gamma_D e^{\frac{E_D - E_F}{kT}}}$

avec  $\gamma_D = \frac{1}{2}$

c)  $N_A^- = \frac{N_A}{1 + \gamma_A e^{\frac{E_A - E_F}{kT}}}$

avec  $\gamma_A = 2$

$$p = N_v \cdot e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}}$$

$$N_D^+ = \frac{N_D}{1 + \frac{1}{\gamma_D} e^{\frac{(E_F - E_D)}{kT}}}$$

$$N_A^0 = \frac{N_A}{1 + \frac{1}{\gamma_A} e^{\frac{E_F - E_A}{kT}}}$$

20/-  $n + N_A^- = p + N_D^+$

• En remplaçant chaque terme par son expression, on voit apparaître la seule inconnue  $E_F$  de cette équation.

30/-  $E_F$  est aussi solution de l'équation  $\lg(n + N_A^-) = \lg(p + N_D^+)$

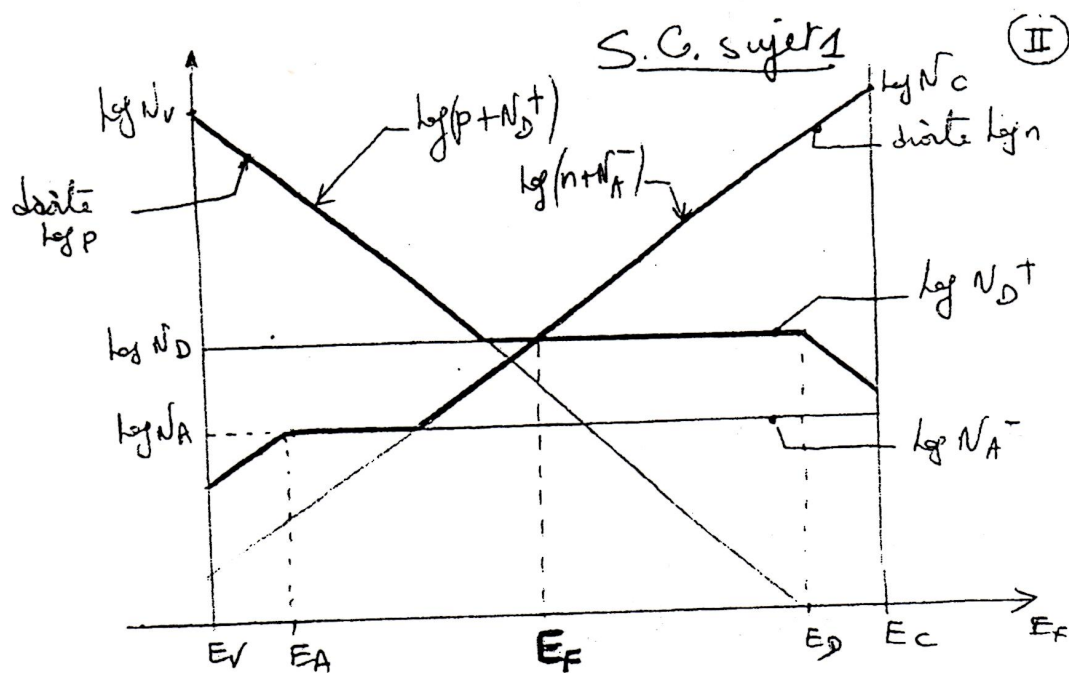
•  $\lg p = -\frac{E_F - E_v}{kT} + \lg N_v \Rightarrow \lg p$  en fonction de  $E_F$  est une droite de pente  $-1/kT$

• Si  $E_F < E_D$   $\lg N_D^+ \approx \lg N_D$  Car  $\exp \frac{E_D - E_F}{kT} \ll 1$

Si  $E_F > E_D$   $\lg N_D^+ \approx \lg(N_D \gamma_D) - \frac{E_F - E_D}{kT}$

En traçant  $\lg p$  et  $\lg N_D^+$  en fonction de  $E_F$ , on peut déduire graphiquement le tracé de  $\lg(p + N_D^+)$  en fonction de  $E_F$ .

En répétant le même raisonnement pour  $\lg(n + N_A^-)$ , on obtient les tracés suivants :



Connaissant la position de  $E_F$ , on peut déduire graphiquement les valeurs de  $\log n$ ,  $\log p$ ,  $\log N_D^+$  et  $\log N_A^-$  et par conséquent les valeurs de :  
 $n$ ,  $p$ ,  $N_D^+$ ,  $N_D^0$ ,  $N_A^-$  et  $N_A^0$ .

## Corrigé de l'exercice 2 7 pts

Dans le cas d'un semi-conducteur non dégénéré

$$n_0 = N_C \exp[(F_N - E_C) / kT] \quad (1 \text{ pt})$$

$$= (2.8 \cdot 10^{19}) \exp(-0.21 / 0.0259) = 8.43 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}. \quad (0.5 \text{ pt})$$

Puisque à 300K les atomes donneurs sont totalement ionisés ,

Donc dans la région n on a :

$$\underline{n_0 = N_D = 8.43 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}. \quad (0.5 \text{ pt})}$$

Dans la région p on a :

$$p_0 = N_A = N_V \exp[-(F_P - E_V) / kT] \quad (0.1 \text{ pt})$$

$$= (1.04 \cdot 10^{19}) \exp(-0.18 / 0.0259) \quad (0.5 \text{ pt})$$



$$\underline{p_o = N_A = 9.97 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}} \quad (0.5\text{pt})$$

Le potentiel de diffusion de la jonction pn à l'équilibre thermodynamique est donné par

$$V_o = (kT/e) \ln (N_A N_D / n_i^2) \quad (1\text{pt})$$

$$\underline{= 0.690 \text{ Volt}} \quad (1\text{pt})$$

Corrigé de l'exercice 3

6pts

On a admis que tous les donneurs sont ionisés:  $N_D^+ = N_D$

La neutralité du cristal donne  $n = N_D + p$

De plus, dans l'approximation classique, nous avons la loi d'action de masse  $np = n_i^2$  et donc

$$n = N_D + \frac{n_i^2}{n}$$

$$\text{On en déduit la valeur de } n : n = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + n_i^2}}{2}$$

De plus, comme la largeur de la bande interdite est grande (Si ou GaAs), nous avons en général  $n_i^2 \ll N_D^2$  donc

$$n = N_D$$

# Concours national d'accès à l'Ecole Doctorale

## « Energies Renouvelables »

15 Octobre 2009

Variante 2

### Option 2 : Thermique solaire

#### Electricité générale

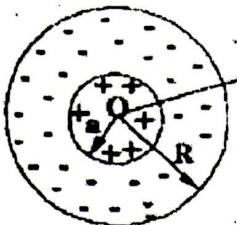
##### Exercice 1:

Une charge ponctuelle  $q_1$  est située en un point  $M_1$  de l'espace.

- 4- Calculer l'énergie potentielle électrostatique créée par cette charge  $q_1$  en un point  $M_2$  de l'espace. On suppose que le potentiel est nul à l'infini.
- 5- On amène une deuxième charge ponctuelle  $q_2$  de l'infini jusqu'au point  $M_2$ . Calculer l'énergie potentielle du système constitué par ces deux charges. Calculer l'énergie potentielle du système constitué par ces deux charges électriques.
- 6- On amène une troisième charge ponctuelle  $q_3$  depuis l'infini jusqu'en un point  $M_3$  tel que le triangle  $M_1M_2M_3$  soit équilatéral. Calculer l'énergie potentielle de l'ensemble des trois charges  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$ .

##### Exercice 2:

Un des modèles proposés pour représenter l'atome est le suivant : le noyau de l'atome renferme une charge positive,  $Q$ , répartie uniformément dans une sphère de rayon  $a$ , et les électrons constituent une répartition sphérique de charges négatives, de densité volumique constante, concentrique à la précédente et s'étalant de  $r=a$  à  $r=R$ . l'ensemble est électriquement neutre.



- 5- Enoncer le théorème de Gauss.
- 6- Calculer la charge électrique comprise entre dans la sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$  tel que:  $a < r < R$ .
- 7- En supposant le potentiel à l'infini nul et en utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ et le potentiel en tout point de l'espace.
- 8- Tracer l'allure des graphes donnant l'intensité du champ électrique et le potentiel électrique en fonction de  $r$ .

##### Exercice 3 :

On considère un condensateur plan formé de deux plaques rectangulaires  $A$  et  $B$  de longueur  $L$  et de largeur  $x$ , ces deux plaques sont séparées par une épaisseur d'air  $2d$ .

- 3- Donner l'expression de la capacité de ce condensateur.
- 4- Calculer la charge du condensateur quand on branche un générateur de tension  $V$  entre ses plaques. La plaque  $A$  est branchée à la borne positive du générateur.

On introduit une plaque métallique de faces  $D$  et  $E$  et d'épaisseur  $(d/2)$  initialement neutre entre les plaques  $A$  et  $B$ . la face  $D$  est d'une distance  $d$  de la plaque  $A$ .

- d- Représenter qualitativement la nouvelle répartition des charges  $Q_A$ ,  $Q_B$ ,  $Q_D$  et  $Q_E$  sur les faces  $A$ ,  $B$ ,  $D$  et  $E$  de ces plaques.
- e- Calculer ces charges  $Q_A$ ,  $Q_B$ ,  $Q_D$  et  $Q_E$ .
- f- Dans quel sens la charge a-t-elle circulé dans le générateur de tension ?

Applications numériques :  $L=12\text{cm}$ ,  $x=10\text{cm}$ ,  $d=2\text{cm}$ ,  $V=400\text{Volts}$ ,  $K=9 \cdot 10^9$ .

## Thermodynamique

Un compresseur aspire par heure  $2000\text{m}^3$  d'air à  $25^\circ\text{C}$  et sous une pression de 1 bar et les comprime jusqu'à une pression de 7bars absolus. En supposant la compression polytropique, calculer:

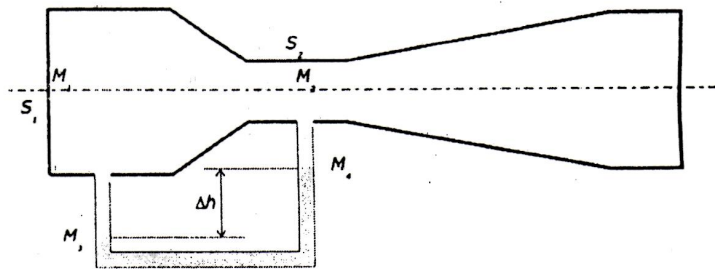
- 1) La puissance théorique totale absorbée par le compresseur de compression
- 2) La quantité de chaleur à évacuer.
- 3) Le débit d'eau nécessaire pour le refroidissement de l'appareil si l'on dispose d'eau à  $20^\circ\text{C}$  et l'on désire que cette eau ne s'échauffe pas à plus de  $60^\circ\text{C}$
- 4) Le débit d'eau nécessaire dans le cas où la compression est supposée adiabatique.
- 5) Le débit d'eau nécessaire dans le cas où le travail absorbé par le compresseur est minimal.

On donne :  $k=1,20$        $\gamma=1,40$        $r=287\text{J/kg.deg}$

## Mécanique des Fluides

### EXERCICE n°1 :

Un tube de Venturi est constitué d'un convergent relié à un divergent par l'intermédiaire d'un col. Les caractéristiques géométriques de ce système sont les suivantes : diamètre intérieur de la conduite  $D$ , diamètre du col  $d$ .



Deux prises de pression statique, à l'entrée du convergent et au col, sont reliées par un tube en U contenant un liquide manométrique de masse volumique  $\rho_m$ . Pour un débit volumique  $q_v$  du fluide en écoulement de masse volumique  $\rho_0$ , on relève une dénivellation  $\Delta h$  dans le tube en U.

Après avoir formulé les différentes hypothèses concernant cet écoulement, expliciter la relation :  $q_v = f(\Delta h)$

Application numérique :

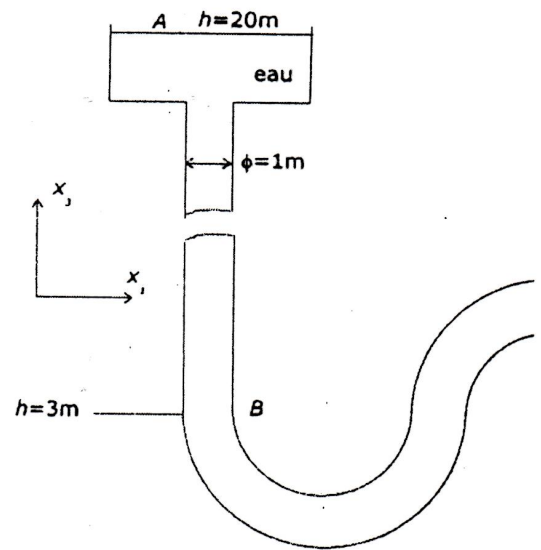
$d = 100\text{ mm}$ ,  $D = 175\text{ mm}$ ,  $\rho_m = 13600\text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_0 = 1000\text{ kg/m}^3$ .



### EXERCICE n°2 :

On étudie l'écoulement de l'eau, supposé être un fluide parfait incompressible, dans une conduite cylindrique comme le montre le dessin ci-après.

1. Calculer la vitesse d'écoulement de l'eau en sortie de conduite.
2. En déduire le débit du fluide.
3. Déterminer la pression statique dans la conduite dans la section située à la hauteur de 3 m.



## Transferts thermiques

### EXERCICE n°1 :

Sachant que l'émissivité hémisphérique spectrale d'une brique pleine, portée à 750 K, est donnée par :

- $\varepsilon = 0.1$  pour  $0 \leq \lambda < 2 \mu\text{m}$
- $\varepsilon = 0.6$  pour  $2 \leq \lambda < 14 \mu\text{m}$
- $\varepsilon = 0.8$  pour  $\lambda > 14 \mu\text{m}$

Calculer :

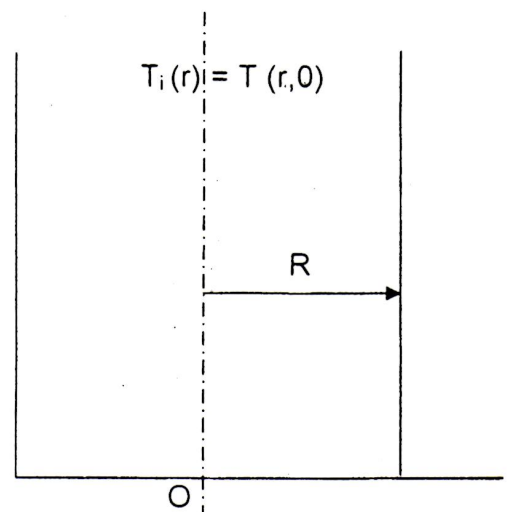
- 1- L'émissivité hémisphérique totale de la brique.
- 2- L'émittance de la brique à la température indiquée.

### EXERCICE n°2 :

On considère un cylindre infini (longueur très grande par rapport au diamètre) de rayon  $R$ , en régime variable, initialement à la température  $T_i$ . On impose brutalement à la surface du cylindre:

- Soit une température  $T_0$  ;
- Soit une densité de flux  $\phi_0$  ;
- Soit un échange de chaleur par convection avec un coefficient de transfert  $h$ .

Pour les trois cas, déterminer le système d'équations (équation de la chaleur et conditions aux limites) à résoudre pour déterminer l'évolution de la température dans le cylindre.



MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
CONCOURS D'ACCES A L'ECOLE DOCTORALE « ENERGIES RENOUVELABLES »

Année Universitaire 2007/2008

Choix 1

1-EPREUVE DE TRANSFERTS THERMIQUES

**Exercice 1 (06 points)**

Pour déterminer la conductivité thermique d'une très longue ( $\infty$ ) barre de 25 mm de diamètre, on introduit une moitié de la barre dans un four, l'autre moitié reste exposée à l'air à  $27^\circ\text{C}$ . Lorsque le régime permanent est établi, les températures de deux points distants de 75 mm sont respectivement égales à  $125$  et  $91^\circ\text{C}$ .

Quelle est la conductivité thermique de la barre en unité (SI) sachant que le coefficient d'échange de chaleur de la surface de la barre exposée à l'air est égal à  $h = 17,3 \text{ kcal/h.m}^2.\text{C}^\circ$  ?

**Exercice 2 (07 points)**

Durant un processus de traitement thermique, une barre de cuivre de diamètre  $0,01 \text{ m}$  est soumise à un refroidissement par convection dans un four. Si on considère que la barre est à l'équilibre thermique à  $1650 \text{ K}$ , la barre de Cu à la température initiale de  $300 \text{ K}$  réagissant telle un corps noir, donner par unité de longueur:

1. la quantité de chaleur échangée instantanément.
  2. le taux d'accroissement initial de la température de la barre
- pour le cuivre  $\rho = 8933 \text{ kg/m}^3$ ;  $C_p = 385 \text{ J/kg.K}$ ;  $k = 401 \text{ W/m.K}$  et  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2.\text{K}^4$

**Exercice 3 (07 points)**

Le toit d'un hangar est constitué de 3mm d'acier de conductivité thermique  $\lambda_s = 52 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ , d'un isolant  $\lambda_{is} = 0.035 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  de 38mm et de 9mm de bitume  $\lambda_b = 0.17 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ . A l'intérieur du hangar (côté acier) l'air est à  $T_{oi} = 22^\circ\text{C}$  avec un coefficient de convection  $h_i = 11 \text{ W/m}^2.\text{C}^\circ$  tandis qu'à l'extérieur (côté bitume) l'air est à  $T_{oe} = -2^\circ\text{C}$  et un coefficient de convection  $h_e$ . Avec de grandes dimensions  $12.5 \text{ m} \times 22 \text{ m}$  le toit se comporte comme un corps noir absorbant un rayonnement solaire incident  $G = 785 \text{ W/m}^2$ . La température du milieu environnant (le ciel) est  $T_c = -20^\circ\text{C}$ .

1. Représenter les différents modes de transferts thermiques mis en jeu autour de la surface extérieure du bitume.
2. A l'aide d'un bilan d'énergie autour de cette surface extérieure, retrouver le flux dissipé par convection. Pour les calculs numériques on considère que la température de cette surface est  $T_s = 18^\circ\text{C}$ . En déduire la valeur du coefficient  $h_e$ . On rappelle la constante de Stephan-Boltzman  $\sigma = 5.6710^{-8} \text{ W/m}^2.\text{K}^4$ .
3. Donner en pourcentage les contributions des différents flux par rapport au flux solaire incident.

## Epreuve de transferts thermiques

### de l'exercice 1

La barre est infinie.

En prenant A, B, les deux points de mesure on a :

$$\frac{T_A - T_a}{T_0 - T_a} = \exp(-mx_A) \quad ; \quad m^2 = \frac{ph}{\lambda A}$$

avec A : section de la barre, et p : son périmètre.

et

$$\frac{T_B - T_a}{T_0 - T_a} = \exp(-mx_B) \quad ; \quad x_B - x_A = 75 \text{ mm}$$

Ainsi :

$$\frac{T_A - T_a}{T_B - T_a} = \exp[-m(x_A - x_B)]$$

$$m = \frac{1}{x_B - x_A} \ln \frac{T_A - T_a}{T_B - T_a} = \frac{1}{75 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{125 - 27}{91 - 27} = 5,68$$

$$m = \left( \frac{ph}{\lambda A} \right)^{\frac{1}{2}} = 5,68 \Rightarrow \lambda = \frac{2h}{m^2 r} = \frac{2 \cdot 17,3 \cdot 1,16}{12,5 \cdot 10^{-3} (5,68)^2}$$

$$\lambda = 99,5 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

**Solution Ex 2 :**

Température de film

$$T_f = \frac{27 + 77}{2} = 52 \text{ } ^\circ C$$

$$Re_D = \frac{V_\infty D}{\nu} = \frac{1,0,03}{1,824 \cdot 10^{-5}} = 1645$$

Le régime est laminaire

$$h = \frac{0,0281}{0,03} 0,683 (0,702)^{1/3} (1645)^{0,466} = 17,93 \text{ W / m}^2 \text{ } ^\circ K$$

$$\frac{q}{L} = h \pi D (T_p - T_{air}) = 17,93 \cdot \pi \cdot 0,03 \cdot (77 - 27)$$

Avec  $T_p = T^\circ$  de surface du cylindre

$$\frac{q}{L} = 84,5 \text{ W / m}$$



### Corrigé de l'exercice 2

On dispose d'une barre de Cu  $D=0,01$  m à  $T_i=300$  K;  $\rho=8933$  kg/m<sup>3</sup>;  $C_p=385$  J/kg.K;  $k=401$  W/m.K;  
Température de la surface du four  $T_s=1650$  K; On suppose parois noires;

#### 1- Quantité de chaleur échangée instantanément:

on est en présence d'un échange par rayonnement, donc

$$Q_{s-b} = A_s F_{s-b} \sigma (T_s^4 - T_b^4) = A_b F_{b-s} \sigma (T_s^4 - T_b^4) \text{ et dans ce cas } F_{b-s}=1 \text{ d'où par unité de longueur et}$$

$$\text{initialement: } Q_{s-b} = \pi \times 0,01 \times 1 \times 5,67 \times 10^{-8} (1650^4 - 300^4) = 13188 \text{ W}$$

#### 2- Taux d'accroissement initial de la température:

Vérifions la résistance interne de la barre; pour cela, on détermine un coefficient de convection équivalent en linéarisant l'expression d'échange de chaleur par rayonnement par la relation  $Q_r = h_r (T_s - T_b)$ ; ce qui donne

$$h_r = \frac{Q_{s-b}}{A_b (T_s - T_b)} = 311 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \quad B_i = \frac{h_r V}{k A} = \frac{311 \times 0,01}{4 \times 401} = 0,002 \text{ donc la résistance interne est négligeable.}$$

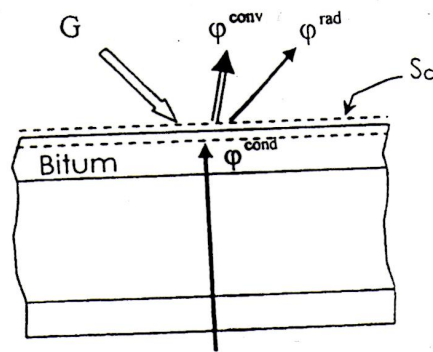
$$\text{Un bilan d'énergie nous donne : } \dot{E}_{in} = \dot{E}_{st} \Rightarrow Q_{s-b} = m C_p \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q_{s-b}}{m C_p} = \frac{13188 \times 4}{8933 \times \pi \times 0,01^2 \times 1 \times 385} = 48,8 \text{ K/s}$$

### Corrigé de l'exercice 3

#### Exercice 1: Modes de transfert combinés (10 points)

##### 1. Représentation des différents modes de transferts thermiques mis en jeu autour de la surface extérieure du bitume.



$S_c$  = Surface de contrôle entourant la surface extérieure du bitume

$\phi^{cond}$  = densité de flux conductif en W/m<sup>2</sup>

$\phi^{conv}$  = densité de flux convectif en W/m<sup>2</sup>

$\phi^{rad}$  = densité de flux radiatif en W/m<sup>2</sup>

(2)

##### 2. Bilan d'énergie et flux dissipé par convection. Déduction de la valeur de $h_c$ .

$$G + \phi^{cond} = \phi^{conv} + \phi^{rad}$$

$$\text{En termes de flux on aura : } G S + \phi^{cond} = \phi^{conv} + \phi^{rad} \text{ avec } \phi = \phi S$$

(1.5)

$$\Rightarrow \phi^{\text{conv}} = GS + \phi^{\text{cond}} - \phi^{\text{rad}} \text{ avec :}$$

$$\phi^{\text{cond}} = \frac{T_{\text{ext}} - T_s}{\frac{1}{h_i S} + \frac{e_a}{\lambda_a S} + \frac{e_{is}}{\lambda_{is} S} + \frac{e_b}{\lambda_b S}} \text{ tel que} \quad (1)$$

$$\phi^{\text{rad}} = \epsilon \sigma S (T_s^4 - T_c^4) \quad (1)$$

$$\text{D'où } \phi^{\text{conv}} = GS + \frac{T_{\text{ext}} - T_s}{\frac{1}{h_i S} + \frac{e_a}{\lambda_a S} + \frac{e_{is}}{\lambda_{is} S} + \frac{e_b}{\lambda_b S}} - \epsilon \sigma S (T_s^4 - T_c^4) \quad (0.5)$$

A.N. :

$$S = 12.5 \times 22 = 275 \text{ m}^2$$

$$GS = 785 \times 275 = 2.1610^5 \text{ W}$$

$$\sum_k R_k = 4.4710^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

$$\phi^{\text{cond}} = \frac{22 - 18}{4.4710^{-3}} = 894.85 \text{ W}$$

$$\phi^{\text{rad}} = 5.6710^{-8} \cdot 275 [(18 + 273)^4 - (-20 + 273)^4] = 5.6710^{-8} \cdot 275 [(291)^4 - (253)^4] = 47927 \text{ W}$$

$$\text{Donc : } \phi^{\text{conv}} = 2.1610^5 + 894.5 - 47927 = 168967.5 \text{ W} = 1.6910^5 \text{ W}$$

$$\phi^{\text{conv}} = h S (T_s - T_\infty) \Rightarrow h = \frac{\phi^{\text{conv}}}{S(T_s - T_\infty)} = \frac{1.6910^5}{275(18 + 2)} \approx 31 \text{ W/m}^2\text{ } ^\circ\text{C} \quad (2)$$

3. Les différentes contributions en % sont :

$$\tau^{\text{cond}} = \frac{\phi^{\text{cond}}}{GS} = \frac{894.85}{2.1610^5} = 0.4\% \text{ (négligeable en tenant compte des erreurs$$

d'arrondis)

$$\tau^{\text{rad}} = \frac{\phi^{\text{rad}}}{GS} = \frac{47927}{2.1610^5} = 22\%$$

$$\tau^{\text{conv}} = \frac{\phi^{\text{conv}}}{GS} = \frac{1.6910^5}{2.1610^5} = 78\% \quad (2)$$

Les pertes convectives sont plus importantes que les pertes radiatives.