

Série d'exercices n° 3
Chapitre 3: Algèbre de Boole

Module **Codage et représentation de l'information**

Filière **MI**

1^{ère} Année

Exercice 1 : Tracer la table de vérité des expression suivante أنشئ جداول الحقيقة لكل عبارة مما يلي

- $a + a.b$
- $a + \bar{a}.b$
- $(a+b)(a+c)$
- $a.(a+b)$
- $(a+b)(a+\bar{b})$
- $(a+b)(\bar{a}+c)$

Exercice 2 : Démontrer les théorèmes suivants par la table de vérité برهن المبرهنات الآتية بجدول الحقيقة

Idempotence : $a+a+a+ \dots = a$

Éléments neutres $a+0 = a$ $a.1 = a$

Absorption $a.0 = 0$ $a+1 = 1$

Complémentarité $a+\bar{a} = 1$ $a.\bar{a} = 0$

Exercice 3 : Démontrer le théorème de De Morgan par la table de vérité بجدول الحقيقة اثبت مبرهنة ديمورغن

$$\overline{a.b} = \bar{a} + \bar{b}$$

$$\overline{a+b} = \bar{a}.\bar{b}$$

Exercice 4 : Démontrer les équations suivantes en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole:

أنثبت باستعمال خواص الجبر البوليني

$$a + a.b = a$$

$$a.(a+b) = a$$

$$a + \bar{a}.b = a+b$$

$$(a+b)(a+\bar{b}) = a$$

Simplifier les équations suivantes en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole:

بسّط باستعمال خواص الجبر البوليني

$$(a+b)(a+c)$$

$$(a+b)(\bar{a}+c)$$

Exercice 5 : Réduire les équations en utilisant le théorème de De Morgan : بسّط باستعمال مبرهنة ديمورغن :

$$\overline{\bar{a}.b + \bar{a}+b}$$

Exercice 6 : Exprimer ces fonctions sous la première et la deuxième forme canonique :

عبّر عن الدوال الآتية بالشكلين القانونيين الأول والثاني

$$f1(x,y,z) = x.y + x.\bar{z} + \bar{y}.z$$

$$f(a,b,c) = 1 \text{ si le nombre de variables à } 1 \text{ est pair}$$

$$f(a,b,c) = 1 \text{ si aux moins deux variables sont égales à } 1$$

Exercice 7 : Simplifier les fonctions de l'exercice 6 par la table de Karnaugh بسط دوال التمرين 6 بجدول كارنو

Exercice 8 : Tracer les logigrammes des fonctions de l'exercice 6 ارسم المخططات المنطقية لدوال التمرين 6

Exercice 9 : Etudier la fonction $F(x, y, z) = x \oplus (y+z)$ أدرس الدالة

Exercices supplémentaires

Exercice 10 : Démontrer algébriquement les relations suivantes أثبت جبريا ما يلي:

- $AB + \bar{A}C = (\bar{A} + B)(A + C)$
- $AB + \bar{A}C + BC = \bar{A}B + AC$
- $(A + B)(\bar{A} + C)(B + C) = (A + B)(\bar{A} + C)$
- $AB + A\bar{B}C = AB + AC$
- $(A \cdot \bar{B} + C) + (\bar{A} + B)\bar{C} = 1$
- $(A + B)(A + \bar{B} + C) = (A + B)(A + C)$
- $(AB + AC + BC) = (A + B)(A + C)(B + C)$
- $\frac{(A + C)(\bar{B} + \bar{C})}{AC + \bar{B}\bar{C}} = (A + C)(\bar{B} + \bar{C})$
- $\frac{AC + \bar{B}\bar{C}}{AC + \bar{B}\bar{C}} = \bar{A}C + \bar{B}\bar{C}$

Exercice 11 :

Déterminer les compléments des fonctions suivantes حدد متممات ما يلي

$$(bc + ad)(\bar{a}\bar{b} + \bar{c}\bar{d})$$

$$(a\bar{b} + \bar{c}\bar{d} + a\bar{c}\bar{d} + \bar{d}\bar{c}(a\bar{b} + \bar{a}\bar{b})) + db(a\bar{c} + \bar{a}\bar{c})$$

Exercice 12 :

Etudier les fonctions logiques suivantes ادرس الدوال الآتية

$$f_2(a, b, c) = abc + ab + a + c + b\bar{a}$$

$$f_3(a, b, c) = ab + ab\bar{c} + bc$$

$$f(a, b, c) = 1 \text{ si le nombre } (abc)_2 \text{ est impair}$$

$$f(a, b, c, d) = 1 \text{ si le nombre } (abcd)_2 \text{ est premier}$$

$$f(a, b, c, d) = 1 \text{ si le nombre } (abcd)_2 \text{ est multiple de 3}$$

$$f(a, b, c, d) = 1 \text{ si le nombre } (abcd)_2 \text{ est supérieur à 10}$$