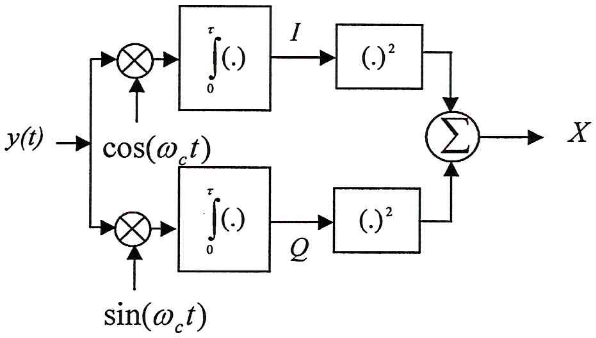
"Techniques radars"

Corrigé type du module « ~~Traitement avancé du signal~~ »

Questions de cours :

- Application des radars : (Navigation aérienne et maritime, guidage et recherche des fusés, météorologie, astronomie, …etc).

-



Le rôle de cet détecteur est de mesurer en temps réel les deux composantes du module du signal reçu avec une phase aléatoire.

- Dans la détection classique on a trois critères qui sont le test de Bayes, le test de minimax et le critère de Neyman Pearson. Le 1er est lié aux coûts, C_{ij} et aux probabilités *a priori* (p_0 et p_1), le 2ème est lié aux coûts seulement et le 3ème ne dépend pas de coûts et de p_0 et p_1.

- La détection classique (à seuil fixe) est fortement sensible aux variations de la puissance du bruit.

- La détection radar CFAR a pour but de maintenir une probabilité de fausse alarme constante pour quelques soit la puissance du clutter.

- Les lois de Weibull et de Log-normal sont :

$$p(x) = \frac{c}{b}\left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{b}\right)^{c}\right)$$

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp\left(-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Ex #1 : (Processus Stochastique)

a- Ergodicité dans la moyenne et l'autocorrélation :

L'espérance mathématique et la moyenne temporelle sont déterminées comme suit :

$$\begin{cases} E[X(t)] = \displaystyle\int_0^{2\pi} A\cos(\omega t + \theta)\frac{1}{2\pi}d\theta = 0 \\ \langle x(t)\rangle = \displaystyle\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} A\cos(\omega_0 t + \Theta)dt = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Le processus est ergodique dans la moyenne}$$

$$R_{xx}(t+\tau,t) = E[X(t+\tau)X(t)] = E[A\cos(\omega_0 t + \omega_0\tau + \Theta)A\cos(\omega_0 t + \Theta)]$$
$$= \frac{\mathrm{A}^2}{2} E\left[\cos(\omega_0\tau) + \cos(2\omega_0 t + \omega_0\tau + 2\theta)\right]$$
$$= \frac{A^2}{2}\cos(\omega_0\tau)$$

La transformation $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right)$ est utilisée

$$\langle x(t+\tau)x(t)\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} A^2\cos(\omega_0 t + \omega_0\tau + \Theta)\cos(\omega_0 t + \Theta)dt$$
$$= \lim_{T\to\infty}\frac{A^2}{4T}\int_{-T}^{T}\left[\cos(2\omega_0 t + \omega_0\tau + 2\Theta) + \cos(\omega_0\tau)\right]dt = \frac{A^2}{2}\cos(\omega_0\tau)$$

On obtient $E[X(t+\tau)X(t)] = \langle x(t+\tau)x(t)\rangle$, alors $X(t)$ est ergodique dans l'autocorrélation.

b- Densité spectrale de puissance :

En se basant sur la stationnarité au sens large de $X(t)$, la densité spectrale de puissance peut être calculée par la transformée de Fourier de $R_{xx}(t+\tau, t)$ comme suit :

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{A^2}{2}\cos(2\pi f_0\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau$$
$$= \frac{A^2}{4}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi(f-f_0)\tau} + e^{-j2\pi(f+f_0)\tau}d\tau$$
$$= \frac{A^2}{4}\left[\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)\right]$$

Où $\delta(.)$ est l'impulsion de Dirac.

<u>Ex #2 : (Détection classique)</u>

a- Règle de décision :

Sous les deux hypothèses, on a

$$f_{Y|H_0}(y\,|\,H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(y+A)^2}{2\sigma^2}\right]$$

$$f_{Y|H_1}(y\,|\,H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(y-A)^2}{2\sigma^2}\right]$$

Pour $C_{00}=C_{11}=0$ et $C_{10}=C_{01}=1$), le rapport de vraisemblance est :

$$\Lambda(y) = \frac{f_{Y|H_1}}{f_{Y|H_0}} = \frac{\exp[-(y-A)^2/2\sigma^2]}{\exp[-(y+A)^2/2\sigma^2]} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta = \frac{P_0}{P_1}$$

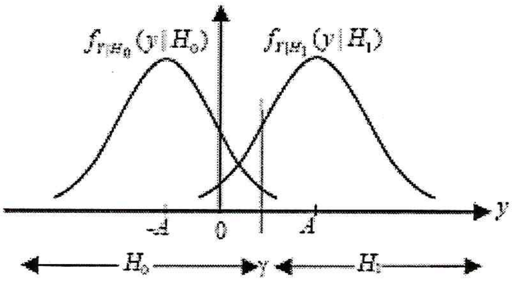
$$\Rightarrow \ln\Lambda(y) = \frac{(y-A)^2}{2\sigma^2} + \frac{(y+A)^2}{2\sigma^2} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \ln\frac{P_0}{P_1}$$

$$\Rightarrow y \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{\sigma^2}{2A}\ln\frac{P_0}{P_1}$$

b- Etude des règles de décision :

$$P_1 = \frac{P_0}{3} \Rightarrow y \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{\sigma^2}{2A}\ln 3 = \frac{0.549\sigma^2}{A}$$

$$P_1 = P_0 \Rightarrow y \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 0$$



$$P_1 = \frac{5P_0}{3} \Rightarrow y \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{0.405\sigma^2}{A} = \frac{-256\sigma^2}{A}$$

Comme p_1 augmente $\Rightarrow$ croissance de la P_D et de la P_{FA}, mais la P_{FA} croit d'une manière rapide.