Dimanche 14 Avril 2013

Examen de : Communications Numériques 2 (UEF 35)

Exercice 1 (5 pts):

On utilise un canal binaire symétrique avec un codage répétitif dont les symboles binaires 0 et 1 sont répétés n fois, avec $n = 2m+1$ où m est un entier. Le décodage se fait en appliquant un critère majoritaire : si l'on a reçu dans un bloc de n bits plus de 0 que de 1, le décodeur opte pour la réception d'un 0. Dans le cas contraire, il décide qu'il a reçu un 1. Une erreur se produit donc lorsque $m+1$ ou plus parmi les $2m+1$ bits sont incorrectement reçus.

1. Calculer la probabilité d'erreur P_e.

Exercice 2 (4 pts):

Montrer que $F_2 = \{0, 1\}$ muni de l'addition modulo 2 est une structure de groupe fini.

Exercice 3 (5 pts):

Montrer que l'ensemble $G = \{1, 2, \ldots, p-1\}$ muni de l'opération de multiplication modulo p est une structure de groupe fini si p est un nombre premier. En s'aidant du résultat de l'Exercice 1, que pouvez-vous déduire à propos de F_2 ?

Exercice 4 (6 pts):

On considère l'application $(F_q)^k \to (F_q)^{q+1}$ suivante :

Soit $(f_0, f_1, \ldots, f_{k-1})$ un $k-$uplet sur F_q, et définissons un polynôme $f(z) = f_0 + f_1 z + \cdots + f_{k-1} z^{k-1}$ de degré $k-1$. On associe au $k-$uplet $(f_0, f_1, \ldots, f_{k-1})$ le $(q+1)-$uplet $(\{ f(\beta_j), \beta_j \in F_q \}, f_{k-1})$ correspondant au mot de code RS plus la composante additionnelle f_{k-1}.

1. Montrer que les q^k $(q+1)-$uplets forment un code linéaire optimal $(n = q+1, k, d = n-k+1)$ sur F_q.
2. Construire un code $(4, 2, 3)$ linéaire sur F_3.