

Exercices d'Optique

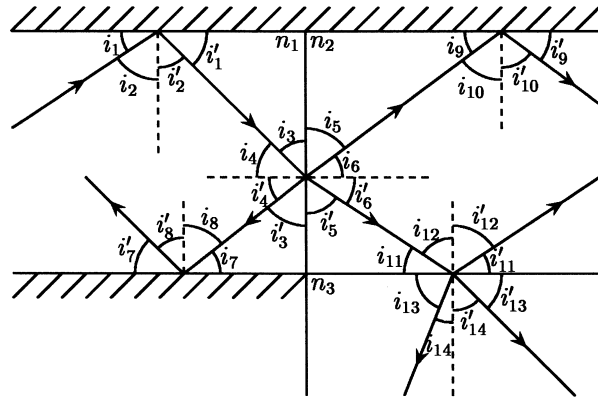
« (...) que mon corps est le prisme inaperçu, mais vécu, qui réfracte le monde aperçu vers mon « Je ». Ce double mouvement de conscience, à la fois centrifuge et centripète, qui me relie au monde, transforme celui-ci par là même, lui donne une détermination, une qualification nouvelle. »

Edmond BARBOTIN – *Humanité de l'homme* Aubier, p. 48 (1970)

■ Lois de Snell-Descartes

Ex-O1.1 Mise en jambes

- 1) Refaire le schéma ci-contre en ne laissant que les rayons lumineux existant réellement.
- 2) Donner toutes les relations angulaires possibles en précisant pour chacune si elle est d'origine géométrique ou optique.



Ex-O1.2 La loi de la réfraction

Un rayon lumineux dans l'air tombe sur la surface d'un liquide; il fait un angle $\alpha = 56^\circ$ avec le plan horizontal.

La déviation entre le rayon incident et le rayon réfracté est $\theta = 13,5^\circ$. Quel est l'indice n du liquide?

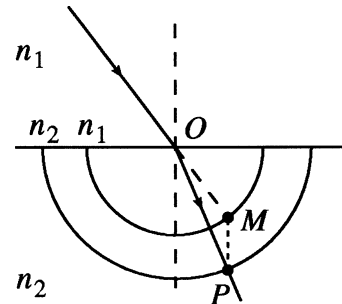
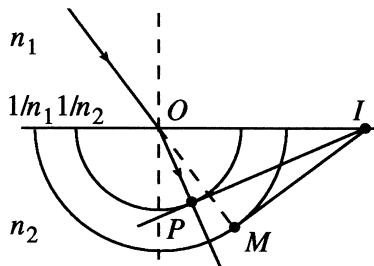
Rép. : $n = 1,6$.

Ex-O1.3 Constructions de Descartes et de Huygens

Montrer que les deux constructions suivantes permettent de tracer le rayon réfracté.

1) Construction de Descartes :

- tracer les cercles de rayons n_1 et n_2 ;
- soit M l'intersection du rayon incident avec le cercle de rayon n_1 ;
- soit P l'intersection du cercle de rayon n_2 et de la droite orthogonale à la surface de séparation passant par M ;
- le rayon réfracté n'est autre que OP .



2) Construction de Huygens :

- tracer les cercles de rayons $1/n_1$ et $1/n_2$;
- soit M l'intersection du rayon incident avec le cercle de rayon $1/n_1$;
- tracer la tangente en M au cercle de rayon $1/n_1$;
- soit I le point d'intersection de la tangente avec la surface de séparation;
- soit P l'intersection du cercle de rayon $1/n_2$ et de la seconde tangente tracée;
- le rayon réfracté n'est autre que OP .

Ex-O1.4 Dispersion par le verre

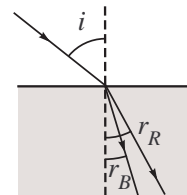
Le tableau ci-contre donne les longueurs d'onde, dans le vide, de deux radiations monochromatiques et les indices correspondants pour deux types de verre différents.

Couleur	λ_0 (nm)	n (crown)	n (flint)
rouge	656,3	1,504	1,612
bleu	486,1	1,521	1,671

- 1) Calculer les fréquences de ces ondes lumineuses. Dépendent-elles de l'indice du milieu?

On prendra $c_0 = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

- 2) Calculer les célérités et les longueurs d'onde de la radiation rouge dans les deux verres.
- 3) a) Un rayon de lumière blanche arrive sur un dioptre plan air-verre, sous l'incidence $i = 60^\circ$. L'indice de l'air est pris égal à 1,000. Rappeler les lois de DESCARTES relatives à la réfraction de la lumière.
- b) Calculer l'angle que fait le rayon bleu avec le rayon rouge pour un verre crown, puis pour un verre flint. Faire une figure.
- c) Quel est le verre le plus dispersif ?



Ex-O1.5 Relation entre l'indice et la longueur d'onde

On mesure l'indice d'un verre pour différentes longueurs d'onde (dans le vide) :

λ (nm)	400	500	600	700	800
$n(\lambda)$	1,500	1,489	1,482	1,479	1,476

On veut déterminer les coefficients A et B de la relation de CAUCHY : $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$.

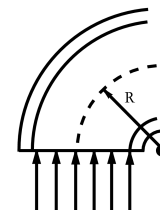
- Déterminer les unités de A et de B .
- Expliquer pourquoi il ne faut pas étudier n en fonction de λ , mais n en fonction de $\frac{1}{\lambda^2}$.
- À l'aide d'une calculatrice, déterminer A et B par régression linéaire.
- En déduire n pour $\lambda = 633 \text{ nm}$.

Ex-O1.6 Courbure d'une fibre optique

Une fibre optique est constituée d'une âme en verre d'indice $n_1 = 1,66$ et de diamètre $d = 0,05 \text{ mm}$ entourée d'une gaine en verre d'indice $n_2 = 1,52$. On courbe la fibre éclairée sous incidence normale.

Quel est le rayon de courbure R minimal pour lequel toute la lumière incidente traverse la fibre ?

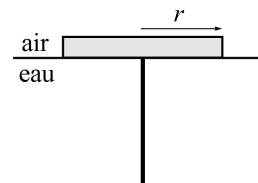
Rép. : Il faut $R > \frac{d}{2} \cdot \frac{n_1 + n_2}{n_1 - n_2}$



Ex-O1.7 Flotteur

Un disque en liège de rayon r flotte sur l'eau d'indice n ; il soutient une tige placée perpendiculairement en son centre. Quelle est la longueur h de la partie de la tige non visible pour un observateur dans l'air ? Citer les phénomènes mis en jeu.

Rép. : $h = r\sqrt{n^2 - 1}$.

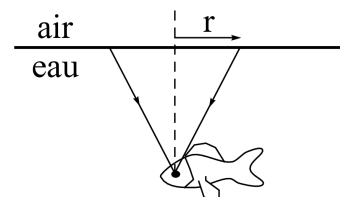


Ex-O1.8 Le point de vue du poisson

Un poisson est posé sur le fond d'un lac : il regarde vers le haut et voit à la surface de l'eau (d'indice $n = 1,33$) un disque lumineux de rayon r , centré à sa verticale, dans lequel il aperçoit tout ce qui est au-dessus de l'eau.

- Expliquer cette observation.
- Le rayon du disque est $r = 3,0 \text{ m}$. À quelle profondeur se trouve le poisson ?

Rép. : $h = 2,6 \text{ m}$.



Ex-O1.9 lame à faces parallèles

On considère une lame à faces parallèles en verre (indice n) plongée dans l'air. Elle peut être considérée comme l'association de deux dioptres plans parallèles.

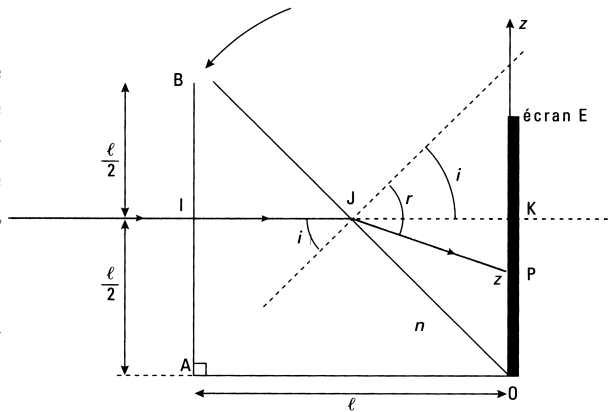
Il y a donc stigmatisme approché dans les conditions de GAUSS (Cf. leçon suivante).

- Faire une figure montrant qu'un rayon d'incidence i a subi à sa sortie un simple déplacement d'une distance $d = e \cdot \frac{\sin(i - r)}{\cos r}$ (r est l'angle de réfraction à la première réfraction ; e est l'épaisseur de la lame).
- Montrer que la position de l'image est telle que $AA' = e(1 - \frac{1}{n})$ et que ce déplacement apparent a lieu dans le sens de la lumière. Calculer AA' pour une vitre d'épaisseur 1 mm . Conclusion ?

Ex-O1.10 Indice d'un liquide

Une cuve en verre a la forme d'un prisme de section droite rectangle isocèle. Elle est posée horizontalement sur une des arêtes de longueur l du triangle isocèle, et le sommet opposé à ce côté est ouvert pour permettre de remplir la cuve d'un liquide transparent d'indice n .

Un pinceau de lumière est envoyé horizontalement sur la face verticale de la cuve, dans un plan de section droite, à la hauteur $\frac{l}{2}$.



Ce rayon émerge au-delà de l'hypothénuse et rencontre en un point P un écran E placé verticalement à la distance l de la face d'entrée du dispositif. On néglige l'effet dû aux parois en verre sur la propagation du pinceau de lumière.

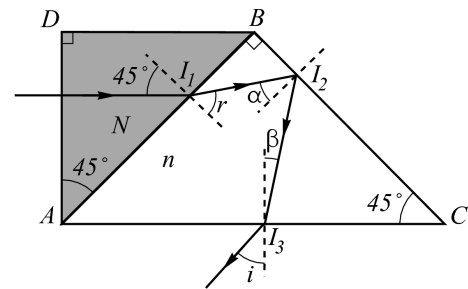
- 1) Quelle limite supérieure peut-on donner à la valeur de l'indice ?
- 2) Quel est l'indice n du liquide contenu dans la cuve en fonction de l et de z ?
- 3) A.N. : calculer n avec : $l = 30 \text{ cm}$ et $z = 6,7 \text{ cm}$.

Rép. : 1) $n \leq 1,414$; 2) $n = \sqrt{2} \sin \left(i + \arctan \left(\frac{l-2z}{l} \right) \right)$; 3) $n = 1,36$ (éthanol peut-être).

Ex-O1.11 Deux prismes accolés

Deux morceaux de verre taillés sous forme de triangles rectangles et isocèles d'indices respectifs N et n ont leur face AB commune. Un rayon incident frappe AD sous une incidence normale, se réfracte en I_1 , se réfléchit en I_2 puis ressort en I_3 sous l'incidence i .

Les valeurs de N et n sont telles que la réflexion soit totale en I_2 .



- 1) Écrire la relation de SNELL-DESCARTES aux points I_1 et I_3 .
- 2) Quelles relations vérifient les angles r et α ; α et β ?
- 3) Quelle relation vérifient N et n pour que la réflexion soit limite en I_2 ?

Calculer N , r , α , β et i pour $n = \frac{3}{2}$ quand cette condition limite est réalisée.

On appelle N_0 cette valeur limite de N . Pour que la réflexion soit totale en I_2 , N doit-il être plus grand ou plus petit que N_0 ?

- 4) Écrire la relation vérifiée par N et n pour que l'angle i soit nul. Que vaut N ?

Solution Ex-O1.4

- 1) $\nu_R = 4,568 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, $\nu_B = 6,167 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Les fréquences ne dépendent pas du milieu.

- 2) $c = \frac{c_0}{n}$, et donc : $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c_0}{\nu n} = \frac{\lambda_0}{n}$.

• Dans le verre de crown :

$$c_R = 1,993 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1} \text{ et } \lambda_R = 436,3 \text{ nm}.$$

• Dans le verre de flint :

$$c_R = 1,86 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1} \text{ et } \lambda_R = 407,1 \text{ nm}.$$

- 3) a) Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence et $n \sin i = n' \sin r$.

b) • Pour le verre de crown :

$$r_R = 35,16^\circ \text{ et } r_B = 34,71^\circ : \text{ le rayon bleu}$$

est plus dévié que le rayon rouge. L'angle entre le rayon rouge et le rayon bleu vaut

$$\Delta r = 0,45^\circ.$$

• Pour le verre de flint :

$r_R = 32,50^\circ$ et $r_B = 31,22^\circ$: le rayon bleu est plus dévié que le rayon rouge. L'angle entre le rayon rouge et le rayon bleu vaut

$$\Delta r = 1,28^\circ.$$

c) → Le « flint » est un verre plus dispersif que le « crown » car l'angle entre les deux rayons est le plus important.

Solution Ex-O1.5

1) n n'a pas d'unité, donc A n'a pas d'unité et B a la même unité que λ^2 , i.e le mètre carré (m^2).

2) $n(\lambda)$ n'est pas une fonction affine, en revanche $n\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$ est une fonction affine d'ordonnée à l'origine A et de coefficient directeur

B .

$$3) \quad A = 1,468 \quad \text{et} \quad B = 5,2 \cdot 10^{-15} \, m^2.$$

$$4) \quad n(633 \, nm) = 1,468 + \frac{5,2 \cdot 10^{-15}}{(633 \cdot 10^{-9})^2}$$

soit $n = 1,481$.

Solution Ex-O1.8

1) Par application du principe du retour inverse de la lumière, l'œil du poisson voit la zone de l'espace d'où il peut être vu.

Le poisson voit donc tout l'espace situé dans l'air au travers d'un cône de sommet son œil et de demi-angle au sommet égal à l'angle limite de réfraction pour le dioptre Eau/Air. En dehors de ce cône, il y a réflexion totale.

$$2) \quad i_l = \arcsin \frac{n_{air}}{n_{eau}} = \arcsin \frac{1}{1,33} \approx 49^\circ,$$

le poisson voit donc l'espace situé au-delà de la surface de l'eau sous un cône d'angle 98° , dont l'intersection avec la surface de l'eau est un disque de rayon r .

Avec $\tan i_l = \frac{r}{h}$, on a $h = \frac{r}{\tan i_l} = 2,6 \, m$.

Solution Ex-O1.10

1) En I , l'incidence étant normale, le rayon incident n'est pas dévié.

Par contre, en J , l'angle d'incidence est $i = 45^\circ$. Or l'énoncé dit que le rayon est transmis en J , donc $i \leq i_l = \arcsin \frac{1}{n}$, d'où $\sin i \leq \frac{1}{n}$

et donc $n \leq \frac{1}{\sin i} = \sqrt{2} = 1,414$.

2) En J on a $n \sin i = \sin r$,

donc : $n = \frac{\sin r}{\sin i} = \sqrt{2} \sin r$.

On peut calculer r à l'aide des données fournies

par la tache lumineuse sur l'écran E .

Dans le triangle JKP ,

$$\tan(r - i) = \frac{KP}{JK} = \frac{\frac{l}{2} - z}{\frac{l}{2}} = \frac{l - 2z}{l}.$$

Ainsi, $r = i + \arctan\left(\frac{l - 2z}{l}\right)$ et donc :

$$n = \sqrt{2} \sin\left(i + \arctan\left(\frac{l - 2z}{l}\right)\right)$$

3) $n = 1,36$ (éthanol peut-être).

Solution Ex-O1.11

1) En I_1 : $N \sin 45^\circ = N \frac{\sqrt{2}}{2} = n \sin r$ ①

et en I_3 , $n \sin \beta = \sin i$ ②.

2) La normale à BC et la normale à AB sont perpendiculaires entre elles. dans le triangle formé par ces normales et I_1I_2 , on a :

$$r + \alpha = \frac{\pi}{2} \quad ③.$$

De plus, avec le triangle I_2CI_3 , on établit :

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{4} \quad ④.$$

3) • La condition de réflexion (avec phénomène de réfraction) limite en I_2 s'écrit : $n \sin \alpha = 1$ ⑤

Grâce à ① et ③, la relation ⑤ conduit à :

$$N^2 = 2(n^2 - 1) \quad ⑥.$$

• **AN :** $N \equiv N_0 = 1,58 \quad r \equiv r_0 = 48,19^\circ$

$$\alpha = \alpha_0 = 41,81^\circ \quad \beta = 3,19^\circ \quad i = 4,79^\circ$$

• Pour que la réflexion soit totale en I_2 , il faut que l'angle α soit plus grand que l'angle d'incidence pour la réfraction limite α_0 que l'on vient de calculer (car alors la loi de DESCARTES pour la réfraction n'est plus vérifiée : ⑤ devient $n \sin \alpha > 1$).

Alors ③ $\Rightarrow r < r_0$, et donc ① $\Rightarrow N < N_0$,

ce qui revient à dire $N < \sqrt{2(n^2 - 1)}$.

4) Si i est nul, alors β est nul, soit $\alpha = r = \frac{\pi}{4}$,

et donc ① $\Rightarrow N = n$, soit : $N = n = \frac{3}{2}$

DL n°1 – La fibre optique

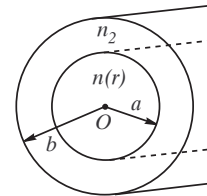
1. Atténuation dans la fibre

Les pertes par transmission (notées X) sont exprimées en dB.km^{-1} . On rappelle que $X_{\text{dB}} = 10 \log \frac{P_2}{P_1}$, avec P_1 puissance optique à l'entrée de la fibre et P_2 puissance optique au bout d'un kilomètre de parcours. Vers 1970, l'atténuation était de 10 dB.km^{-1} . Actuellement, on arrive à $0,005 \text{ dB.km}^{-1}$. Dans les deux cas, exprimer en % les pertes au bout d'un km.

2. Profil d'indice

Une fibre optique est généralement constituée d'un cœur de rayon a dont l'indice n varie avec la distance r à l'axe, et d'une gaine d'indice constant n_2 . On suppose que :

$$\begin{cases} n^2(r) = n_1^2(1 - 2\Delta \cdot (\frac{r}{a})^\alpha) & \text{pour } r < a \\ n^2(r) = n_2^2 & \text{pour } a < r < b \end{cases}$$



avec $n_2 < n_1$, α constante positive, b rayon extérieur de la gaine et $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$.

Dans la pratique, n_1 et n_2 ont des valeurs très voisines et Δ est très petit, en général $\Delta \approx 10^{-2}$.
→ Représenter $n = f(r)$ pour $\alpha = 1$, $\alpha = 2$ et α infini.

3. Fibre à saut d'indice

On envisage le cas d'une fibre à saut d'indice (α infini)¹.

a) Le plan d'incidence d'un rayon SI se propageant dans l'air et tombant sur la fibre est le plan du schéma ci-contre.

→ Montrer que si θ_i reste inférieur à un angle θ_a , un rayon peut être guidé dans le cœur.

On appelle ouverture numérique (O.N.) la quantité $\sin \theta_a$.

→ Exprimer l'O.N. en fonction de n_1 et Δ .

Application numérique :

Calculer l'O.N. pour $\Delta = 10^{-2}$ et $n_1 = 1,5$.

b) Une impulsion lumineuse arrive à $t = 0$, au point O ($r = 0$) sous la forme d'un faisceau conique convergent, de demi-angle au sommet θ_i ($\theta_i < \theta_a$). Pour une fibre de longueur l , calculer l'élargissement temporel Δt de cette impulsion à la sortie de la fibre.

Exprimer Δt en fonction de l , n_1 , c et θ_i .

A.N : Calculer Δt pour $l = 10 \text{ km}$, $\theta_i = 8^\circ$ et $n_1 = 1,5$. On prendra $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

c) Soit un faisceau conique convergent à l'entrée d'une seconde fibre à saut d'indice. Ce faisceau a pour demi-angle au sommet l'angle θ'_a correspondant à l'O.N. de la seconde fibre.

→ Exprimer $\Delta t'$ en fonction de l , n_1 , n_2 et c .

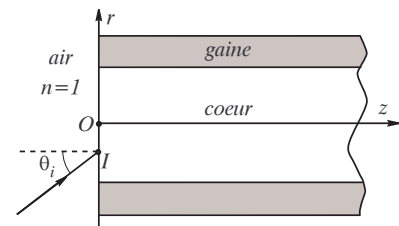
Application numérique : Calculer la nouvelle O.N. et $\Delta t'$ pour $l = 1 \text{ km}$, $n_1 = 1,456$ et $n_2 = 1,410$ (fibre silice/silicone).

d) On envoie à l'entrée de la fibre de la question précédente des impulsions très brèves de durée δT avec une période T (on suppose que $\delta T \ll T$).

→ Quelle est la valeur minimale de T pour que les impulsions soient séparées à la sortie de la fibre ?

e) En transmission numérique, on exprime le résultat en nombre maximum d'éléments binaires (présence ou absence d'impulsion = bit) qu'on peut transmettre par seconde. Que vaut le débit en b.s^{-1} (bits par seconde) des fibres étudiées ?

Les comparer aux standard téléphone Numéris (64 kb/s), au standard télévision (100 Mb/s) ou à une ligne « ADSL » classique qui permet un transfert de 512 Mo par seconde (soit plus de 4.10^9 b/s).



1. Utiliser les lois de Descartes et un soupçon de géométrie.

Ex-O1.12 Taille d'un miroir

Quelle taille minimum doit avoir un miroir plan pour qu'un homme de $1,80\text{ m}$ puisse s'y voir entièrement et où le miroir doit-il se trouver ?

Rép. : Miroir de 90 cm placé à 85 cm du sol.

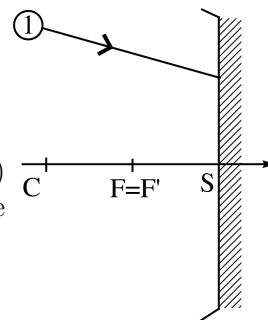
Ex-O1.13 Mesure d'un angle de rotation par la méthode de Pogendorff

Montrer que lorsque le miroir tourne d'un angle α le rayon réfléchi tourne de 2α . (on peut ainsi mesurer l'angle dont tourne un objet mobile en collant un petit miroir sur lequel on envoie un rayon lumineux et en mesurant l'angle dont tourne le réfléchi.)

■ Miroirs sphériques**Ex-O3.1 Tracé de rayon pour un miroir concave**

Compléter le tracé du rayon ① :

- 1) En utilisant des rayons parallèles à ① (deux méthodes)
- 2) En utilisant des rayons coupant ① le plan focal objet (deux méthodes)
- 3) En envisageant un objet AB fictif, judicieusement choisi, et son image $A'B'$.

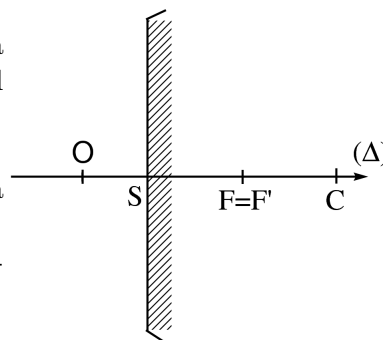
**Ex-O3.2 Tracé d'image pour un miroir convexe**

Soit un miroir convexe de rayon $\overline{SC} = +60\text{ cm}$. Quelle est la position de l'image $A'B'$, sa nature et le grandissement transversal correspondant dans les deux cas suivants

- 1) l'objet AB est tel que $\overline{SA} = -30\text{ cm}$
- 2) l'objet AB est tel que $\overline{SA} = +15\text{ cm}$. Peut-on se servir de la question précédente pour éviter les calculs ?
- 3) Trouver la position de l'objet AB qui conduit à un grandissement transversal $G_t = -\frac{1}{2}$. Quelle est sa nature ?

✂ On fera une figure à l'échelle pour chacune des questions.

Rép. : 1) $\overline{SA'} = +15\text{ cm}$, $G_t = \frac{1}{2}$; 2) $\overline{SA'} = -30\text{ cm}$, $G_t = 2$; 3) $\overline{SA} = +60\text{ cm}$

**Ex-O3.3 Petite cuillère**

Un individu a son œil placé à 25 cm du creux d'une petite cuillère considérée comme un miroir sphérique convergent.

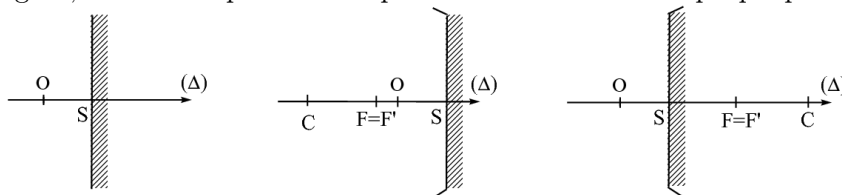
- 1) Sachant que l'individu voit son œil inversé et réduit d'un facteur 9, calculer le rayon de courbure de la cuillère.
- 2) Quel est le grandissement de la nouvelle image si l'individu retourne la cuillère, tout en conservant la même distance de 25 cm ?

Rép. : 1) $\overline{SC} = -5\text{ cm}$; 2) $G_t = 9/100$

Ex-O3.4 Champ d'un miroir

Le champ d'un miroir est la portion d'espace dans laquelle doit se trouver un point objet pour être vu par l'œil regardant le miroir.

Comparer le champ des 3 miroirs (plan, concave, convexe) pour une position donnée de l'œil : on fera une figure, l'œil étant placé en un point donné O de l'axe optique par exemple.



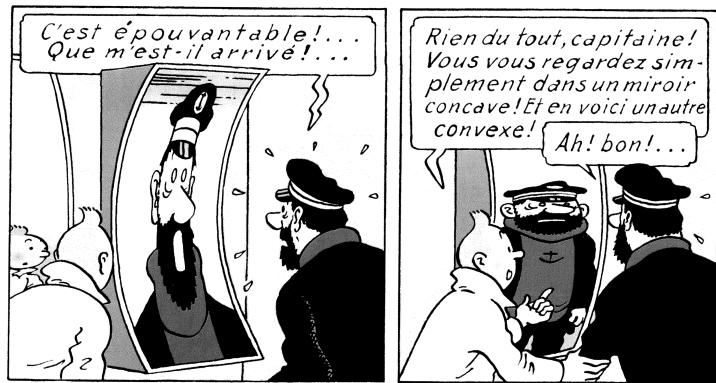
Ex-O3.5 Tintin et Haddock

Dans *Le Trésor de Rackham le Rouge*, Haddock découvre les lois de l'optique géométrique...

À l'aide de deux schémas, justifiez les explications de Tintin.

À travers quel miroir Haddock pourrait-il s'observer la tête en bas et les pieds en l'air ? Faire un schéma.

En considérant la case dessinée par Hergé, évaluer alors la focale du miroir correspondant.



Ex-O3.6 Autocollimation : On considère un miroir sphérique concave, de centre C et de rayon $R = \overline{SC} < 0$. Un objet transverse AB est placé avant le miroir, et celui-ci en fait une image $A'B'$.

1) Exprimer le grandissement $G_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ du miroir en fonction de la position de l'objet ($p = \overline{SA}$) et celle de l'image ($p' = \overline{SA'}$) sur l'axe optique.

2) On veut que l'image se forme dans le plan de l'objet. Quel est le grandissement du miroir ?

3) Quelle position particulière occupe alors l'objet ? En déduire une méthode de détermination expérimentale de la distance focale d'un miroir concave.

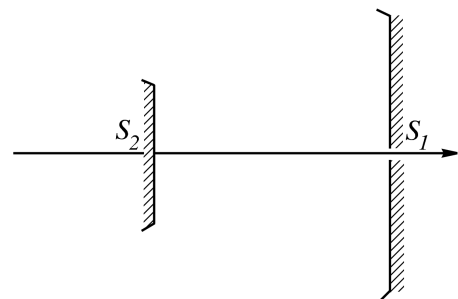
4) Cette méthode est-elle transposable au cas d'un miroir convexe ?

Rép : 1) → Cf. Cours $G_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{p'}{p}$; 2) $A = A'$, donc $p = p'$ et $G_t = -1$;

3) En utilisant la relation de conjugaison avec origine au centre, on obtient : $A = C$; 4) Pas de manière très pratique car l'objet doit être virtuel, et donc l'image aussi.

Ex-O3.7 Principe du télescope de Cassegrain (*)

Un miroir sphérique concave de sommet S_1 et de distance focale $f_1 = 100 \text{ cm}$, percé au voisinage du sommet et un petit miroir sphérique convexe, de sommet S_2 et de distance focale f_2 sont disposés de telle sorte que leur axe principal commun S_1S_2 soit aligné avec le centre du soleil. Sachant que le soleil est vu de la terre sous un angle $2\alpha = 10^{-2} \text{ rad}$ et que le diamètre de son image, qui se forme en S_1 , est 5 cm :



1) Étudier l'image intermédiaire du soleil donnée par le miroir concave supposé seul.

2) Représenter la marche des rayons provenant du disque solaire et se réfléchissant sur les 2 miroirs.

3) Calculer f_2 et $\overline{S_1S_2}$.

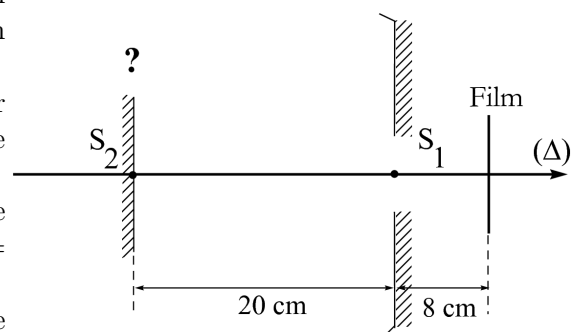
Ex-O3.8 Téléobjectif à deux miroirs (*)

Un téléobjectif est constitué de deux miroirs : un miroir concave \mathcal{M}_1 de 30 cm de focale, percé d'un trou en son sommet S_1 , et d'un miroir \mathcal{M}_2 .

1) Quel doit être le rayon de courbure de \mathcal{M}_2 pour que l'image d'un objet placé à l'infini sur l'axe se forme sur le plan du film ?

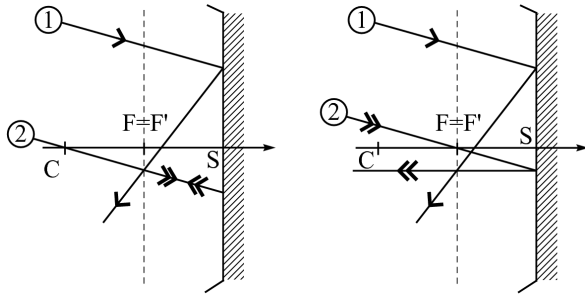
2) Quel doit être le diamètre d_2 de \mathcal{M}_2 pour que tous les rayons réfléchis par \mathcal{M}_1 de diamètre $d_1 = 10 \text{ cm}$ soient collectés par \mathcal{M}_2 ?

3) Quel doit être le diamètre d_3 du trou pour que les rayons atteignent le film ?



Solution Ex-O3.1

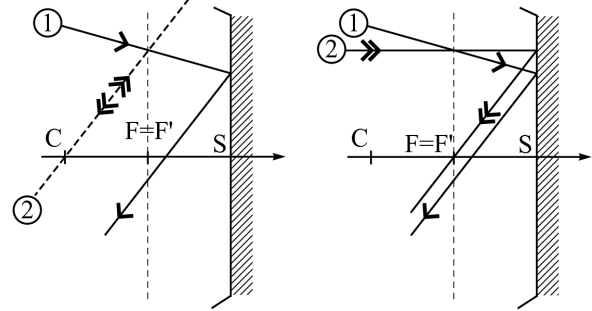
1) On trace un rayon ② parallèle à ① passant par C (il n'est pas dévié) ou par F (il émerge parallèlement à l'axe optique). Les deux rayons ① et ② incidents peuvent être supposés venir d'un objet ponctuel placé à l'infini dont l'image est un foyer image secondaire.



2) On trace un rayon ② incident venu de C et passant par l'intersection de ① avec le plan focal objet. Cette intersection peut être considérée comme un foyer objet secondaire dont l'image est à l'infini. Les rayons émergents doivent donc être parallèles entre eux. Le rayon passant par C n'étant pas dévié, il indique la direction du rayon ① émergent.

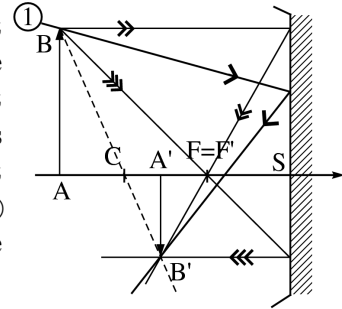
On trace un rayon ② incident parallèle à l'axe optique passant par l'intersection de ① avec le

plan focal objet. Cette intersection peut être considérée comme un foyer objet secondaire dont l'image est à l'infini. Les rayons émergents doivent donc être parallèles entre eux. Le rayon ② émerge en passant par $F' = F$; il indique la direction du rayon ① émergent.



3) On imagine un objet AB dont l'extrémité B est traversée par ①.

On construit l'image $A'B'$ de AB en utilisant les rayons utiles issus de B et on complète ① sachant qu'il passe aussi par B' .

**Solution Ex-O3.8**

1) • $A_{\infty} \xrightarrow{\mathcal{M}_1} F'_1 = A' \xrightarrow{\mathcal{M}_2} A''_{\text{Film}}$

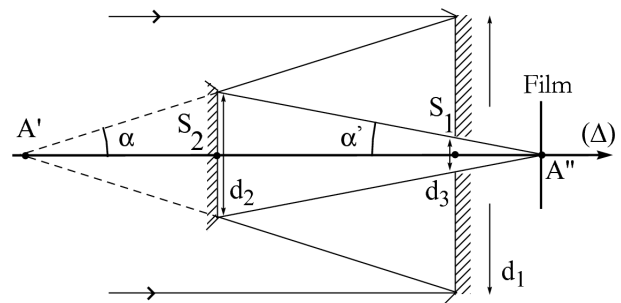
L'objet A_{∞} est à l'infini, son image intermédiaire est au foyer de \mathcal{M}_1 , soit : $\overline{S_1 A'} = \overline{S_1 F_1} = -30 \text{ cm}$, d'où : $p_2 = \overline{S_2 A'} = \overline{S_2 S_1} + \overline{S_1 A'} = +20 - 30 = -10 \text{ cm}$.

De plus, comme A'' , image de A' à travers \mathcal{M}_2 , doit appartenir au film photographique, on a : $p'_2 = \overline{S_2 A''} = \overline{S_2 S_1} + \overline{S_1 A''} = +20 + 8 = +28 \text{ cm}$.

→ alors, en utilisant la relation de conjugaison pour \mathcal{M}_2 $\left(\frac{1}{p'_2} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_2} = \frac{2}{\overline{S_2 C_2}} \right)$, on obtient :

$$\overline{S_2 C_2} = R_2 = 2 \frac{p'_2 p_2}{p'_2 + p_2} = -31,1 \text{ cm}$$

Rq : le miroir \mathcal{M}_2 , pour la lumière incidente est un miroir concave (comme \mathcal{M}_1), mais c'est en tant que miroir convexe qu'il est utilisé puisqu'il agit sur les rayons réfléchis par \mathcal{M}_1 !



2) Pour que tous les rayons réfléchis par \mathcal{M}_1 soient collectés, il faut qu'ils frappent tous \mathcal{M}_2 pour ensuite revenir sur \mathcal{M}_1 . Pour cela, on doit avoir :

$$\tan \alpha = \frac{d_2}{2 S_2 A'} = \frac{d_1}{2 S_1 A'}$$

$$\Rightarrow d_2 = d_1 \frac{S_2 A'}{S_1 A'} = 10 \cdot \frac{10}{30} = 3,33 \text{ cm}$$

3) Pour que tous les rayons atteignent le film, on doit avoir : $\tan \alpha' = \frac{d_2}{2 S_2 A''} = \frac{d_3}{2 S_1 A''}$

$$\Rightarrow d_3 = d_2 \frac{S_1 A''}{S_2 A''} = 3,3 \cdot \frac{8}{28} = 0,95 \text{ cm}$$

■ Lentilles minces et applications

Ex-O4.1 lentille simple

Un objet AB de taille $1,0\text{ cm}$ est placé $5,0\text{ cm}$ avant le centre optique O d'une lentille convergente, de distance focale $f' = 2,0\text{ cm}$ (AB est perpendiculaire à l'axe optique).

- 1) Calculer la vergence de la lentille et préciser son unité.
- 2) Construire l'image $A'B'$ de AB en utilisant les trois rayons «utiles». Mesurer alors $\overline{A'B'}$ et $\overline{OA'}$.
- 3) Retrouver $\overline{OA'}$ et $\overline{A'B'}$ par le calcul.
- 4) Calculer le grandissement G_t . Que peut-on dire de l'image ?
- 5) Nommer et rappeler les conditions d'utilisation des expressions précédentes.

Rép : 1) $V = 50\text{ d}$

2) $\overline{OA'} \simeq +3,3\text{ cm}$ et $\overline{A'B'} \simeq -0,7\text{ cm}$

3) $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} f'}{\overline{OA} + f'} \simeq +3,3\text{ cm}$

$$\text{et } \overline{A'B'} = \frac{\overline{AB} f'}{\overline{OA} + f'} \simeq -0,67\text{ cm}$$

4) $G_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{2}{3} \simeq -0,67 < 0$:
image renversée

5) Cf. Conditions de GAUSS.

Ex-O4.2 Projection à l'aide d'une lentille convergente

On désire projeter, à l'aide d'une lentille mince convergente, l'image d'un petit objet AB sur un écran E parallèle à AB . La distance de AB à E est donnée et égale à D . On souhaite obtenir un grandissement égal à a en valeur absolue. Quelle distance focale f' doit avoir la lentille utilisée ?

A.N. : $a = 10$ et $D = 2\text{ m}$.

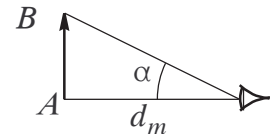
Rép : $f' = \frac{D}{\frac{1}{a} + 2 + a} = \frac{aD}{(1+a)^2} \simeq 16,5\text{ cm}$.

Ex-O4.3 Loupe (*)

Pour examiner un petit objet AB à l'œil nu, en observant le maximum de détails, on doit l'approcher le plus près possible de l'œil. L'expérience montre cependant qu'il existe une distance minimale de vision distincte, notée d_m , en dessous de laquelle l'œil ne peut plus accommoder.

Le plus grand angle sous lequel on peut voir à l'œil nu l'objet AB est donc : $\alpha = AB/d_m$ (nous supposons l'objet assez petit pour pouvoir confondre l'angle et sa tangente).

Pour un œil normal, d_m est de l'ordre de 25 cm . Le point A correspondant est appelé *punctum proximum* (P.P.).



Toutefois l'observation rapprochée est fatigante, car l'œil doit accommoder ; l'observation idéale correspond à un objet éloigné (objet à l'infini) – alors, l'œil n'accommode plus et on dit que l'objet observé est au *punctum remotum* (P.R.) de l'œil.

Il est possible d'obtenir cette condition, tout en augmentant l'angle sous lequel on voit l'objet AB ; il suffit en effet de placer AB dans le plan focal objet d'une lentille convergente de focale f' .

L'image est alors à l'infini. On appelle α' l'angle sous lequel cette image est observée.

1) Montrer que le grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de la loupe vaut $\frac{0,25}{f'}$.

Rq : Attention ! dans cet exercice, le grossissement n'a pas la même définition que celle qui a été donnée en cours.

A.N. : $G = 2$. Calculer la distance focale puis la vergence (ou puissance) de la loupe.

2) Mettre au point, c'est amener l'image dans le champ de vision de l'œil entre le *punctum remotum* (qui est à l'infini) et le *punctum proximum*.

Le petit déplacement correspondant de l'ensemble {loupe-œil} s'appelle la latitude de mise au point.

→ Calculer la latitude de mise au point d'une loupe constituée par une lentille mince convergente de 3 cm de distance focale pour un œil restant au foyer image de la loupe.

Rép : 1) Faire un schéma de la lentille utilisée comme loupe avec un objet AB placé dans son plan focal objet. Faire apparaître le trajet de 2 rayons incidents issus de B : (1) celui qui arrive sur la lentille parallèlement à l'axe optique et (2) celui qui passe par le centre optique O .

Où se trouve α' sur le schéma ? Exprimer α' en fonction de AB et de f' en se souvenant qu'on travaille dans les conditions de GAUSS ; idem pour α tel que défini dans l'énoncé. En déduire G . On trouve $V = +8 \delta$.

2) Latitude de mise au point Δp : sur le même schéma, comprendre où doivent se trouver les deux positions extrêmes A_1 et A_2 de A pour que : (1) $A'B'$ soit observée à l'infini (P.R. = $+\infty$ pour un œil idéal) ou (2) $A'B'$ soit observée à la distance minimale d'observation (P.P. = d_m).

On trouve $\Delta p = \overline{OA_1} - \overline{OA_2} = \overline{FA_2} = \frac{f'^2}{d_m} \simeq +4 \text{ mm}$.

Ex-O4.4 Principe du microscope (*)

Un **objectif**, assimilé à une lentille mince \mathcal{L}_1 de distance focale f'_1 , donne d'un objet réel situé en avant de son foyer objet F_1 , très proche de celui-ci, une image réelle A_1B_1 .

Cette image est agrandie par l'**oculaire**, assimilé à une lentille mince \mathcal{L}_2 , jouant le rôle d'une loupe de distance focale f'_2 . Si A_1B_1 est située dans le plan focal objet de l'oculaire, l'image définitive $A'B'$ est rejetée à l'infini et l'œil n'accommode pas.

Rq : Dans la réalité, objectif et oculaire sont formés de nombreuses lentilles.

Soit un **microscope** pour lequel $f'_1 = 5 \text{ mm}$, $f'_2 = 20 \text{ mm}$, la distance $F'_1F'_2$ (intervalle optique) est de 18 cm . L'observateur met au point de façon à observer l'image définitive à l'infini.

1) Faire une figure sur laquelle on mettra en évidence la direction de A' et de B' et l'angle α' sous lequel l'observateur voit l'image définitive.

2) Calculer la puissance du microscope, rapport de l'angle α' à la taille de l'objet AB .

3) Les rayons lumineux issus des différents points de l'objet se concentrent après la traversée du microscope dans un cercle voisin du plan focal image de l'oculaire. Si la pupille de l'œil est placée au niveau de ce cercle, appelé **cercle oculaire**, elle reçoit un maximum de lumière.

Sachant que c'est l'objectif qui diaphragme le faisceau lumineux, représenter le trajet des rayons extrêmes pour les deux faisceaux issus de A et de B , puis hachurer les deux faisceaux. L'intersection des faisceaux émergents définit le cercle oculaire.

Propriété : Constater, à l'aide de la construction graphique, *et retenir*, que ce **cercle oculaire** est l'image de l'objectif par l'oculaire.

Rép : $\mathcal{P} = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{e}{f'_1 f'_2} = 1800 \delta$.

Ex-O4.5 Principe de la lunette astronomique ou du viseur à l'infini (doublet afocal)

Un objectif de grande focale f'_1 donne d'un objet AB éloigné (considéré comme à l'infini) une image dans son plan focal. Un oculaire joue le rôle de loupe et donne une image à l'infini de l'image donnée par l'objectif. L'objectif et l'oculaire sont assimilés à des lentilles minces convergentes \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 .

Soit une petite lunette astronomique pour laquelle \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 ont pour convergences $C_1 = 2 \delta$ (dioptries) et $C_2 = 50 \delta$. L'interstice entre les deux lentilles est $e = 52 \text{ cm}$.

Où se trouve l'image définitive ? Faire une figure et noter, sur cette figure, α (angle sous lequel est vu un rayon incident issu de B) et α' (angle sous lequel émerge la lumière une fois qu'elle a traversé la lunette).

Montrer que le grossissement de la lunette est $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f'_1}{f'_2}$. Calculer ce grossissement.

Définition : l'énoncé appelle **convergence**, notée C , ce que nous appelons dans le cours **vergence**, notée V . Il s'agit bien de la même notion.

Ex-O4.6 Étude d'un doublet

On place sur un même axe deux lentilles minces \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 à 16 cm l'une de l'autre. La lumière arrive sur \mathcal{L}_1 et émerge par \mathcal{L}_2 . \mathcal{L}_1 est une lentille convergente de distance focale $f'_1 = 10\text{ cm}$. \mathcal{L}_2 est une lentille divergente de distance focale $f'_2 = -4\text{ cm}$.

À quelle distance de \mathcal{L}_1 doit-on placer un petit objet plan perpendiculaire à l'axe pour en obtenir une image à l'infini ?

Rép : $\overline{O_1A} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1A} = -20\text{ cm}$ (Utiliser la Relation de NEWTON,).

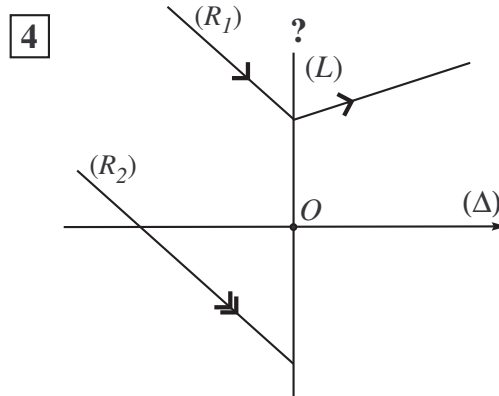
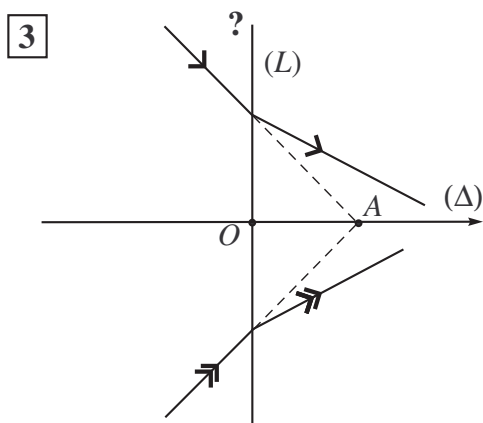
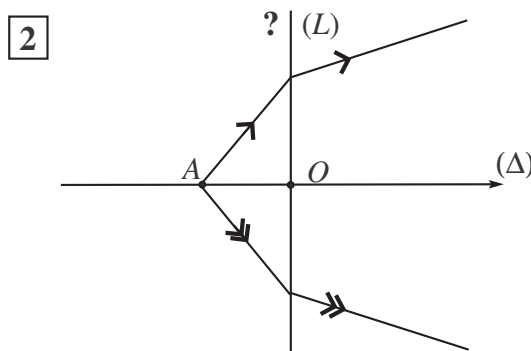
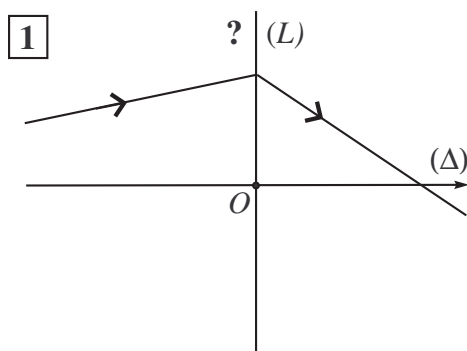
Ex-O4.7 Principe de la lunette de Galilée (jumelles de théâtre)

Les deux lentilles de l'exercice précédent sont maintenant distantes de 6 cm .

1) Où se trouve, pour un observateur situé en arrière de \mathcal{L}_2 , l'image d'un objet à l'infini vu, à l'œil nu, sous un angle α ?

2) On a ainsi réalisé une lunette de Galilée. Calculer le grossissement ($G = \frac{\alpha'}{\alpha}$) de cette lunette dans ces conditions d'observation (vision à l'infini et α' étant l'angle sous lequel on voit l'image). Faire une figure à l'échelle avant de vous lancer des des calculs.

Rép : $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2} = 2,5$.

Ex-O4.8 Tracés de rayons et caractérisation des lentilles

1) Dans les quatre situations représentées ci-dessus, à l'aide d'une série de constructions graphiques qu'il faudra justifier :

- déterminer la position du foyer objet F et du foyer image F' de chaque lentille
- conclure quant à la nature de chaque lentille (et compléter sa représentation graphique).

2) Sur la figure 2, quelle est la nature et la position de l'image A' de A à travers (\mathcal{L}) ?

3) Même question pour la figure 3.

4) Compléter la figure 4 en représentant le rayon émergent provenant du rayon incident (R_2) (sur le schéma (R_2) est parallèle à (R_1)).

05

■ Le prisme et ses applications en spectrographie

Ex-O5.1 Détermination de la radiation émise par la lampe à vapeur de cadmium

On éclaire un prisme avec une lampe à vapeur de mercure, pour laquelle on a mesuré D_m pour différentes longueurs d'onde et obtenu les valeurs de n correspondantes :

λ (μm)	0,4047	0,4358	0,4916	0,5461	0,5770
n	1,803	1,791	1,774	1,762	1,757
$\frac{1}{\lambda^2}$ (μm^{-2})	6,11	5,27	4,14	3,35	3,00

- 1) Montrer que n peut se mettre sous la forme : $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$, où A et B sont des constantes.
- 2) Pour une lampe à vapeur de cadmium, on mesure un indice égal à $n = 1,777$. En déduire la longueur d'onde et la couleur correspondante.

Rép :

- 1) Effectuer une régression linéaire de $n = n\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$ ou tracer $n = n\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$ pour les cinq longueurs d'onde données et constater que les points s'alignent sur une droite; déterminer le coefficient directeur de cette droite et son ordonnée à l'origine; identifier alors A et B . On trouve $B = 1,48 \cdot 10^{-2} \mu m^{-2}$ et $A = 1,713$

Rq : Attention ! A est sans dimension tandis que B est homogène à L^{-2} , inverse d'une surface)

- 2) Utiliser la loi de CAUCHY avec les coefficients A et B calculés précédemment.

On trouve : $\lambda = 0,4809 \mu m$.

DL n°2 – Le prisme (*) (d'après CCP/MP)

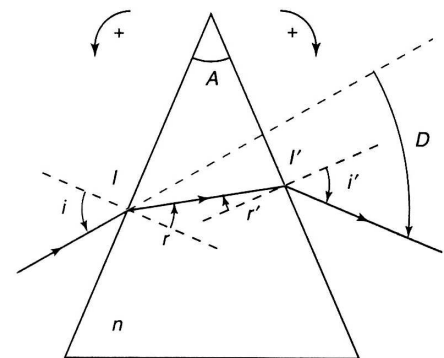
Un prisme, constitué par un matériau transparent, homogène, isotrope, d'indice $n_1(\lambda_D) > 1$ pour la radiation $\lambda_D = 589,3 \text{ nm}$ (valeur moyenne du doublet jaune du sodium), se trouve plongé dans l'air dont l'indice sera pris égal à 1.

1. Formules du prisme

Sur la figure ci-contre, les orientations des angles sont choisies pour que les valeurs des angles i , i' , r , r' et D soient positives.

a) Exprimer les lois de SNELL-DESCARTES en fonction de i , i' , r , r' et n , traduisant les réfractions à l'entrée I et à la sortie I' du prisme, lors du passage d'un rayon lumineux monochromatique dans le plan de section principale.

b) Déterminer les relations géométriques liant les angles A , r et r' d'une part et l'angle de déviation D aux angles A , i et i' d'autre part.



2. Minimum de déviation

Expérimentalement, en lumière monochromatique, on met en évidence l'existence d'un minimum de déviation, noté D_m quand l'angle d'incidence i varie. Le tracé du rayon lumineux est alors symétrique par rapport au plan bissecteur de l'angle A du prisme. Préciser dans le cas de cette déviation minimale :

- a) les relations entre les angles i et i' d'une part, puis r et r' d'autre part ;
- b) expliciter la relation donnant l'indice n en fonction de l'angle A du prisme et de la déviation minimale D_m .
- c) Lorsque les mesures des angles A et D_m s'effectuent avec les incertitudes absolues ΔA et ΔD_m , déterminer l'expression de l'incertitude relative $\frac{\Delta n}{n}$ sur l'indice n du prisme.

3. Mesure de l'indice du prisme

L'indice du prisme peut-être calculé en mesurant l'angle A du prisme et l'angle de déviation minimale D_m (pour la radiation λ_D) à l'aide d'un **goniomètre**. Le prisme est disposé sur la plate-forme du goniomètre, plate-forme qui comprend un collimateur (C) et une lunette de visée (L_v). Le **collimateur** est constitué par une fente (F) placée au foyer objet d'une lentille (L) et éclairée par la radiation monochromatique.

La **lunette** (L_v), munie d'un **réticule**, est réglée sur l'infini et permet donc d'observer l'image de la fente. Le centre du réticule de la lunette doit coïncider avec l'image de la fente pour effectuer la lecture sur le **cercle**, gradué au demi-degré (de 0° à $359,5^\circ$), du goniomètre.

Un **vernier** au $1/30^\circ$ est utilisé dans le repérage des positions angulaires de la lunette de visée, depuis une direction arbitraire de référence (D_0).

a) Mesure de A

Le prisme, fixé sur la plate-forme, est éclairé par le collimateur (C). Les images de la fente (F) formées par les rayons qui se réfléchissent sur les deux faces de l'angle A du prisme sont repérées par la lunette (L_v) (cf. figure).

Les repérages des deux positions donnent : $R_1 = 245^\circ 10'$ et $R_2 = 125^\circ 18'$.

En déduire la valeur de l'angle A du prisme.

Donner la valeur ΔA (en minute d'arc) sachant que chaque lecture de position est définie à deux graduations près du vernier.

b) Mesure de D_m

Pour mesurer la déviation minimale D_m , on observe à la lunette l'image de la fente quand la radiation a traversé le prisme en position 1 (cf. ci-contre). Cette position correspond au minimum de déviation pour le rayonnement monochromatique.

On recommence la même expérience dans une position 2 du prisme. Les lectures correspondant aux deux positions de la lunette sont alors : $R_3 = 233^\circ 58'$ et $R_4 = 136^\circ 14'$.

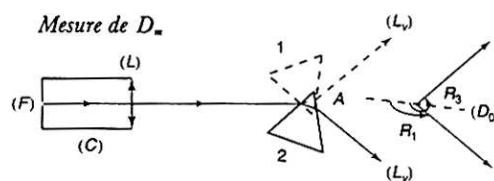
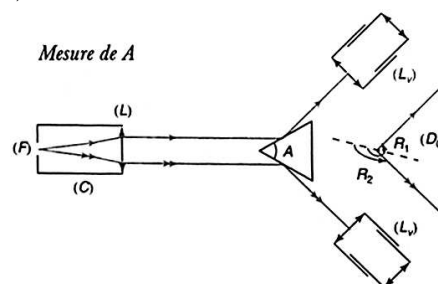
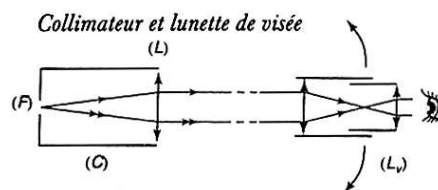
En déduire la valeur de la déviation minimale D_m .

c) Détermination de n

Calculer, à partir des valeurs de A et de D_m , l'indice n pour la radiation de longueur d'onde λ_D .

Dans le cas où $\Delta A = \Delta D_m = \epsilon$, montrer que l'incertitude relative sur n , définie précédemment, devient : $\frac{\Delta n}{n} = k_3 \cdot \epsilon \cdot \cotan \frac{A}{2}$, où k_3 est un facteur numérique que l'on déterminera.

Calculer alors $\frac{\Delta n}{n}$. Exprimer le résultat de la mesure de l'indice du prisme sous la forme $n \pm \Delta n$.



DL n°3 – Spectrographe à prisme (**) (d'après CCP/MP)

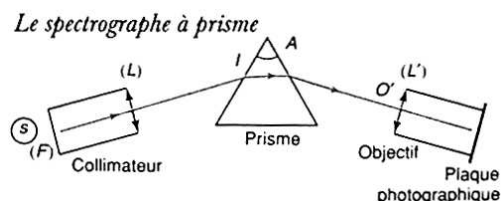
Rq : Ce sujet est la suite du problème commencé dans le DL n°2.

Un **spectrographe à prisme** est constitué :

- d'un **collimateur** composé d'une fente (F), éclairée par une source (S) et placée dans le plan focal objet d'une lentille mince achromatique (L) ;

- d'un **prisme** en verre dont l'indice varie avec la longueur d'onde suivant la loi empirique de CAUCHY qui s'écrit dans le domaine du visible :

$$n = \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2} \quad \text{avec } \alpha = 1,5973 \text{ et } \beta = 0,0106 \mu\text{m}^2 ;$$



- d'un **objectif** achromatique assimilé à une lentille mince (L'), qui donne sur une plaque photographique, située dans le plan focal image de (L'), le spectre de la lumière émise par la source (S).

Les distances focales images des lentilles convergentes (L) et (L') sont respectivement $f = 20 \text{ cm}$ et $f' = 100 \text{ cm}$.

1. Tracé de rayons lumineux

La figure précédente représente la marche, à travers le prisme et l'objectif, d'un rayon lumineux incident (OI) pour la longueur d'onde λ_1 . Reproduire la figure du prisme et tracer la marche d'un rayon incident (OI) de longueur d'onde λ_2 légèrement supérieure à λ_1 .

2. Variation de la déviation minimale D_m

Le prisme est réglé au minimum de déviation pour une longueur d'onde λ donnée.

a) Montrer que la variation de D_m avec l'indice n du prisme s'exprime par :
$$\frac{dD_m}{dn} = 2 \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A + D_m}{2}}.$$

b) En déduire le pouvoir dispersif angulaire $\frac{dD_m}{d\lambda}$ en fonction des angles A , D_m et de la dispersion du verre $\frac{dn}{d\lambda}$.

3. Doublet jaune du sodium

La lumière émise par la source (S) est composée des deux seules radiations jaunes du sodium de longueurs d'onde voisines λ_1 et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$.

a) Le passage d'une radiation de longueur d'onde λ à $\lambda + \Delta\lambda$ entraîne, au minimum de déviation, une variation $\Delta D_m \simeq dD_m$ de la déviation.

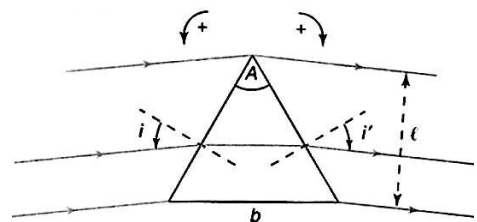
Exprimer ΔD_m en fonction de A , D_m , β , λ et $\Delta\lambda \simeq d\lambda$.

b) Déterminer, sur la plaque photographique, la distance d_p séparant des images F'_1 et F'_2 de la fente (F) éclairée par les deux radiations jaune du sodium.

c) Calculer d_p numériquement sachant que, pour le doublet jaune du sodium : $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$.

4. Pouvoir de résolution

Le prisme est éclairé, sous une incidence i fixée, dans les conditions du minimum de déviation (pour une radiation de longueur d'onde λ donnée), de sa base de largeur b jusqu'à son arête. Le faisceau, émergeant sous l'angle i' , a une largeur l dans le plan de section principale du prisme.



a) Exprimer le pouvoir dispersif angulaire $\frac{dD_m}{d\lambda}$ ainsi que d_p en fonction de b , l , f' , $\frac{dn}{d\lambda}$ et $\Delta\lambda$.

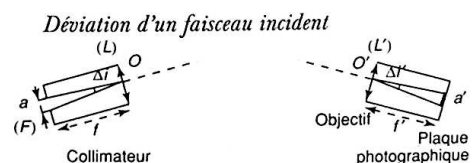
b) La fente (F), de largeur a , est assez large pour négliger tout phénomène de diffraction quand elle est uniformément éclairée en lumière monochromatique.

Son image géométrique, sur la plaque photographique, a une largeur a' . On note Δi et $\Delta i'$ (cf. figure) les variations des angles d'incidence et d'émergence correspondant aux bords de a et de a' .

Déterminer a' en fonction de a , f , et f' .

c) Quelle est la condition sur d_p et a' pour que deux images de la fente source, correspondantes aux longueurs d'onde λ et $\lambda + \Delta\lambda$ soient séparées ?

En déduire la **limite de résolution**, notée $(\Delta\lambda)$, du spectrographe imposée par la largeur de la fente source et l'exprimer en fonction de a , b , l , f et $\frac{dn}{d\lambda}$.



Si l'on désire séparer, à l'aide de ce prisme, des raies très voisines en longueurs d'onde, quels sont les réglages à apporter ? Préciser leurs limites.

d) On donne : $a = 40 \mu m$ et $b = 3,5 cm$.

Calculer les valeurs de $(\Delta\lambda)$ et du **pouvoir de résolution** $PR = \frac{\lambda}{(\Delta\lambda)}$ pour la longueur d'onde

$\lambda_D = 589,3 nm$ (valeur moyenne du doublet jaune du sodium).

Comparer $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ (largeur de la double raie jaune du sodium) et $(\Delta\lambda)$. Conclure.

Solution DL n°2 : Le prisme

1.a) Les lois de SNELL-DESCARTES en I et I' donnent :

$$\sin i = n \sin r \quad \text{et} \quad n \sin r' = \sin i'$$

1.b) On complète la figure comme ci-contre

• Les droites (IJ) et (JI') étant orthogonales respectivement à la face d'entrée et à la face de sortie du prisme, on a $A = (\vec{IJ}, \vec{JI'})$ (démonstration complète ; cf. TP1/O5).

Dans le triangle $II'J$, la somme des angles de ce triangle est : $r + \pi - A + r' = \pi$. On en déduit : $A = r + r'$

• En I , le rayon subit une déviation de $i - r$, et en I' , il subit une nouvelle déviation de $i' - r'$.

La déviation totale du rayon à travers le prisme est donc :

$$D = i - r + i' - r' \Leftrightarrow D = i + i' - (r + r') \Rightarrow D = i + i' - A$$

2.a) Les rayons incidents et émergents étant symétriques par rapport au plan bissecteur de A , on a donc $i = i'$ et par application des lois de SNELL-DESCARTES en I et I' , on obtient que

$$r = r'$$

2.b) On a alors $A = 2r$, soit $r = \frac{A}{2}$ d'une part et $D_m = 2i - A$ d'autre part.

De cette dernière expression, il vient : $i = \frac{A + D_m}{2}$.

Lorsqu'on remplace i et r par leurs expressions en fonction de A et D_m dans la loi de la réfraction

$$\text{en } I, \text{ il vient : } \sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right). \text{ D'où : } n = \frac{\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

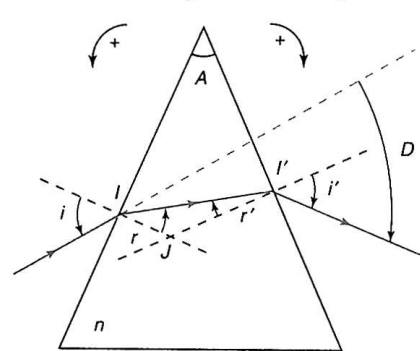
2.c) On cherche à évaluer $\frac{dn}{n}$, erreur relative sur la mesure. On utilise pour cela la différentielle logarithmique de n tel qu'on vient de l'exprimer en 2.b) :

$$\ln n = \ln \left[\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right) \right] - \ln \left[\sin\left(\frac{A}{2}\right) \right] \Leftrightarrow \frac{dn}{n} = \frac{d\left(\sin\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\frac{A + D_m}{2}} - \frac{d\left(\sin\frac{A}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}$$

$$\begin{aligned} \frac{dn}{n} &= \frac{\cos\frac{A + D_m}{2} d\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\frac{A + D_m}{2}} - \frac{\cos\frac{A}{2} d\left(\frac{A}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}} \\ &= \cotan\frac{A + D_m}{2} \left[d\left(\frac{A}{2}\right) + d\left(\frac{D_m}{2}\right) \right] - \cotan\frac{A}{2} d\left(\frac{A}{2}\right) \\ &= \left(\cotan\frac{A + D_m}{2} - \cotan\frac{A}{2} \right) d\left(\frac{A}{2}\right) + \cotan\frac{A + D_m}{2} d\left(\frac{D_m}{2}\right) \end{aligned}$$

En passant aux valeurs absolues, on obtient une majoration des erreurs possibles qui est l'incertitude relative :

Marche d'un rayon à travers le prisme



$$\frac{\Delta n}{n} = \left| \cotan \frac{A + D_m}{2} - \cotan \frac{A}{2} \right| \frac{\Delta A}{2} + \left| \cotan \frac{A + D_m}{2} \right| \frac{\Delta D_m}{2}$$

Rq : Comme vu en cours (\rightarrow Cf Cours IP2), il faut bien penser à regrouper les termes en dA d'une part et ceux en dD_m d'autre part avant de passer aux valeurs absolues.

3.a) On utilise le schéma ci-contre qu'on complète en appliquant les propriétés des angles opposés par un sommet ainsi que la loi de la réflexion.

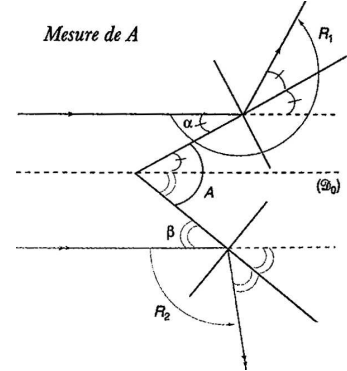
Il apparaît que $R_1 = \pi + 2\alpha$ et que $R_2 = \pi - 2\beta$. Par ailleurs,

$$A = \alpha + \beta. \text{ On en déduit : } A = \frac{R_1}{2} - \frac{R_2}{2}, \text{ soit } A = 59^\circ 56'.$$

Comme une graduation du vernier correspond au trentième d'une demi-minute, elle représente une minute d'angle.

Comme R_1 et R_2 sont mesurés chacun à deux graduations du verniers près, on a $\Delta R_1 = \Delta R_2 = 2'$.

Puisque $\Delta A = \frac{\Delta R_1}{2} - \frac{\Delta R_2}{2}$, on a $\Delta A = 2'$ (incertitude absolue sur la mesure de A = erreur maximale possible).



3.b) Le schéma de l'énoncé montre que $2D_m = R_3 - R_4$, donc : $D_m = \frac{R_3}{2} - \frac{R_4}{2} = 48^\circ 52'.$

3.c) On a $D_m = 48^\circ 52'$ et $A = 59^\circ 56'$. Alors :

$$n = \frac{\sin \left(\frac{A + D_m}{2} \right)}{\sin \left(\frac{A}{2} \right)} = 1,6278$$

Lorsqu'on a la même incertitude $\Delta A = \Delta D_m = \epsilon$ sur A et D_m , l'expression de l'incertitude relative $\frac{\Delta n}{n}$ s'écrit :

$$\frac{\Delta n}{n} = \left(\left| \cotan \frac{A + D_m}{2} - \cotan \frac{A}{2} \right| + \left| \cotan \frac{A + D_m}{2} \right| \right) \frac{\epsilon}{2}$$

les valeurs de A et D_m permettent de vérifier que $0 < \cotan \frac{A + D_m}{2} < \cotan \frac{A}{2}$, donc :

$$\left| \cotan \frac{A + D_m}{2} - \cotan \frac{A}{2} \right| = \cotan \frac{A}{2} - \cotan \frac{A + D_m}{2},$$

$$\text{tandis que } \left| \cotan \frac{A + D_m}{2} \right| = \cotan \frac{A + D_m}{2}.$$

$$\text{D'où : } \frac{\Delta n}{n} = \frac{\epsilon}{2} \cdot \cotan \frac{A}{2} = 1,009 \cdot 10^{-3}$$

Comme $n = 1,6278$, On en déduit $\Delta n = 1,6 \cdot 10^{-3} \simeq 1,7 \cdot 10^{-3}$ (puisque n a été calculé à 4 décimales). L'indice du prisme est donc : $n = 1,6278 \pm 0,0017$.

Solution DL n°3 : Le spectrographe à prisme

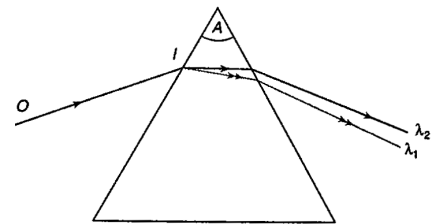
1.a) Cf. schéma ci-contre. Comme λ_2 est légèrement supérieure à λ_1 , la formule de Cauchy impose $n_2 = n(\lambda_2) < n_1 = n(\lambda_1)$.

La loi de la réflexion en I ($\sin i = n \sin r$) implique alors, pour deux rayons de même angle d'incidence i , que $r_2 > r_1$.

Une des propriétés du prisme ($A = r + r'$) implique $r'_2 < r'_1$.

La loi de la réflexion au niveau de la face de sortie du prisme ($n_2 \sin r'_2 = \sin i'_2$ et $n_1 \sin r'_1 = \sin i'_1$) implique alors : $i'_2 < i'_1$. Alors, la seconde propriété du prisme ($D = i + i' - A$) permet de conclure :

$$D_2 = D(\lambda_2) < D_1 = D(\lambda_1).$$



2.a) Pour exprimer $\frac{dD_m}{dn}$, on différentie la relation qui relie D_m et n : $n \sin \frac{A}{2} = \sin \frac{A + D_m}{2}$, pour un prisme donné ($A = \text{cte}$) :

$$d \left(n \sin \frac{A}{2} \right) = d \left(\sin \frac{A + D_m}{2} \right) \Rightarrow \sin \frac{A}{2} dn = \cos \frac{A + D_m}{2} d \left(\frac{A + D_m}{2} \right) = \cos \frac{A + D_m}{2} \frac{dD_m}{2}$$

Soit :
$$\frac{dD_m}{dn} = 2 \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A + D_m}{2}}$$

2.b) Pouvoir dispersif angulaire : $\frac{dD_m}{d\lambda} = \frac{dD_m}{dn} \frac{dn}{d\lambda}$, d'où :
$$\frac{dD_m}{d\lambda} = 2 \frac{dn}{d\lambda} \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A + D_m}{2}}$$

3.a) Pour aller plus loin, on doit exprimer $\frac{dn}{d\lambda}$.

Il suffit de dériver la loi de Cauchy : $n = \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2} \Rightarrow \frac{dn}{d\lambda} = -2 \frac{\beta}{\lambda^3}$,

soit :
$$\frac{dD_m}{d\lambda} = -4 \frac{\beta}{\lambda^3} \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A + D_m}{2}},$$

et donc, lorsque $\Delta D_m \simeq dD_m$ et $\Delta \lambda \simeq d\lambda$:

$$\Delta D_m \simeq -4 \frac{\beta}{\lambda^3} \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A + D_m}{2}} \Delta \lambda$$

3.b) À la sortie du prisme, le faisceau parallèle incident de lumière est scindé en deux faisceaux parallèles, l'un correspondant à la longueur d'onde λ_1 et l'autre à la longueur d'onde λ_2 , qui émergent pour former deux images de la fente source à l'infini. En interposant une lentille (L'), ces deux images sont ramenées dans le plan focal image de cette lentille.

Les deux faisceaux parallèles correspondant aux deux raies jaunes du doublet jaune du sodium arrivent sur la lentille font un angle ΔD_m entre eux. Sur la plaque photographique placée au plan focal image de la lentille, les deux images F'_1 et F'_2 correspondantes sont séparées par la distance $d_p = f' \tan |\Delta D_m|$, soit, pour les petits angles : $d_p = f' |\Delta D_m|$.

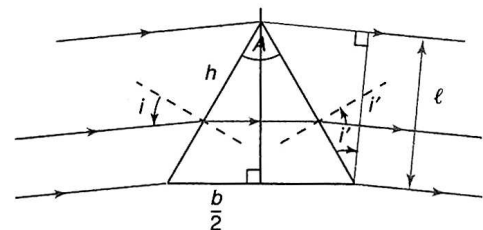
c) Comme $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$, $d\lambda \simeq \Delta \lambda = 0,6 \text{ nm}$. De plus, $A = 59^\circ 56'$ (cf. **DL n°2, 3.a)**) et $D_m = 48^\circ 52'$ (cf. **DL n°2, 3.b)**). Avec $\beta = 0,0106 \mu\text{m}^2$, on trouve (en utilisant correctement sa calculatrice !) : $d_p = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ m}$.

4.a) On cherche à exprimer les angles A et D_m en fonction des caractéristiques géométriques du prisme.

Sur la figure ci-contre, en appelant h la largeur d'une face du prisme, on a $\sin \frac{A}{2} = \frac{b}{2h}$.

De plus, lorsqu'on est au minimum de déviation, on a $i = i' = \frac{A + D_m}{2}$;

on peut donc écrire : $\cos \frac{A + D_m}{2} = \cos i' = \frac{l}{h}$.



Marche d'un faisceau à travers le prisme

L'expression du pouvoir dispersif angulaire devient :
$$\frac{dD_m}{d\lambda} = 2 \frac{dn}{d\lambda} \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A + D_m}{2}} = 2 \frac{dn}{d\lambda} \frac{b}{2h} \frac{h}{l},$$

soit :
$$\frac{dD_m}{d\lambda} = \frac{dn}{d\lambda} \frac{b}{l} \simeq \frac{\Delta D_m}{\Delta \lambda}.$$

Alors, sur la plaque photographique, les deux raies de longueurs d'onde séparées de $\Delta \lambda$ sont

séparées par la distance d_p avec :
$$d_p = f' |\Delta D_m| = \left| \frac{dn}{d\lambda} \right| \frac{b}{l} f' \Delta \lambda$$

4.b) Comme $D = i + i' - A$, par différentiation, on a $di = -di'$, ce qui donne, en passant aux valeurs absolues, l'égalité entre les variations des angles d'incidence et d'émergence : $\Delta i = \Delta i'$. Puisque, la fente source a une largeur a et qu'elle est placée dans le plan focal objet de la lentille (L), l'angle Δi d'ouverture du faisceau incident est tel que, dans les conditions de Gauss, $\tan \Delta i = \frac{a}{f} \simeq \Delta i$.

Un faisceau émergent, puisque son image est dans le plan focal image de (L'), aura une ouverture angulaire $\Delta i'$ tel que : $\tan \Delta i' = \frac{a'}{f'} \simeq \Delta i'$.

Les trois relations précédentes donnent : $a' = \frac{f'}{f} a$

4.c) Pour que les deux images de la fente source soient séparées sur la plaque photographique, il faut que leur centre F'_1 et F'_2 soient éloignés l'un de l'autre d'une distance d_p supérieure à la largeur a' de chaque fente image : $d_p > a'$.

Soit, en utilisant les expressions précédemment obtenues de d_p (**4.a**) et a' (**4.b**) :

$$d_p > a' \Leftrightarrow \left| \frac{dn}{d\lambda} \right| \frac{b}{l} f' \Delta\lambda > \frac{f'}{f} a \Leftrightarrow \Delta\lambda > \frac{a l}{f b} \frac{1}{\left| \frac{dn}{d\lambda} \right|}$$

La limite de résolution ($\Delta\lambda$) étant la valeur minimale $\Delta\lambda$ qui permet de distinguer deux raies,

on a :
$$(\Delta\lambda) = \frac{a l}{f b} \frac{1}{\left| \frac{dn}{d\lambda} \right|}$$

Si on veut séparer des raies très voisines pour lesquelles initialement $\Delta\lambda < (\Delta\lambda)$, il faut parvenir à abaisser la limite de résolution : on diminue la taille de la fente (mais on prend le risque de faire apparaître le phénomène de diffraction, ce qui brouillera l'image) ou on augmente, si c'est possible, le facteur $\frac{l}{b}$ en changeant de prisme.

4.d) Il y a plusieurs manières de calculer ($\Delta\lambda$) en selon les données de l'énoncé privilégiées. Mais comme l n'est pas fourni, on peut utiliser **4.a**) et **3.b**) pour en déduire :

$$\frac{l}{b} = \left| \frac{dn}{d\lambda} \right| \cdot \frac{1}{\left| \frac{dD_m}{d\lambda} \right|} \simeq \left| \frac{dn}{d\lambda} \right| \cdot \frac{\Delta\lambda}{|\Delta D_m|} = \left| \frac{dn}{d\lambda} \right| \cdot \frac{f'}{d_p} \Delta\lambda$$

$$\text{Alors : } (\Delta\lambda) = \frac{a}{f} \cdot \frac{l}{b} \cdot \frac{1}{\left| \frac{dn}{d\lambda} \right|} = \frac{a}{f} \cdot \frac{f'}{d_p} \Delta\lambda = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{1}{1,06 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,6 \cdot 10^{-9},$$

soit, pour le doublet jaune du sodium : $(\Delta\lambda) = 1,125 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ et $PR = \frac{\lambda}{(\Delta\lambda)} \simeq 524$

Conclusion : Comme $(\Delta\lambda) \simeq 1,1 \text{ nm} > \Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$, les deux raies du sodium ne sont pas séparées par ce dispositif.

■ Problèmes avec associations de lentilles minces

Ex-O4.9 ENAC 2003 - Épreuve de physique - Questions 25-30

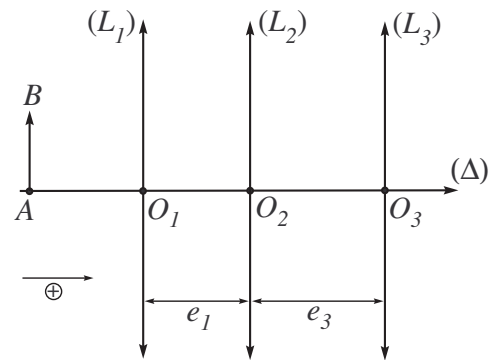
1) Une lentille mince convergente (L_1) a pour centre O_1 , foyer objet F_1 , foyer image F'_1 et distance focale f'_1 . deux autres lentilles convergentes (L_2) et (L_3) possèdent les caractéristiques notées respectivement :

- pour (L_2) : O_2 , F_2 , F'_2 et f'_2 ;
- pour (L_3) : O_3 , F_3 , F'_3 et f'_3 .

Les trois lentilles possèdent le même axe optique.

Les distances qui séparent (L_1) de (L_2) et (L_2) de (L_3) sont respectivement e_1 et e_3 .

Établir la condition pour que le système soit afocal.



A) $\frac{1}{e_1 + f'_1} - \frac{1}{e_3 + f'_3} = \frac{1}{f'_2}$

C) $f'_1 + f'_2 = e_1 + e_3$

B) $\frac{1}{e_1 - f'_1} + \frac{1}{e_3 - f'_3} = \frac{1}{f'_2}$

D) $(e_1 - f'_1)(e_3 - f'_3) = f'^2_2$

2) Dans toute la suite, on suppose que le foyer F'_1 se trouve en O_2 . Comment faut-il choisir e_3 pour que le système des trois lentilles soit afocal ?

A) $e_3 = f'_3$ B) $e_3 = f'_2$ C) $e_3 = f'_1$ D) $e_3 = \frac{f'_1 + f'_3}{2}$

3) Sachant que $f'_1 = 4 \text{ cm}$ et $f'_3 = 3 \text{ cm}$, calculer les grandissements transversal γ et angulaire G du système.

A) $\gamma = -\frac{3}{4}$ B) $\gamma = -\frac{1}{2}$ C) $G = -2$ D) $G = -\frac{4}{3}$

4) Avec les mêmes valeurs des distances focales f'_1 et f'_3 , établir la relation de conjugaison entre l'abscisse $x = \overline{F_1 A}$ d'un objet AB et l'abscisse $x' = \overline{F'_3 A'}$ de son image $A'B'$ exprimées en centimètres.

A) $x' = \frac{3}{4}(f'_2 x + 4)$ B) $x' = 2(x - 2f'_2)$

C) $x' = \frac{4}{3}(x - 3f'_2)$ D) $x' = \frac{9}{16f'_2}(f'_2 x - 16)$

5) On veut que l'image de O_1 soit F'_3 . Quelle valeur de f'_2 faut-il adopter pour qu'il en soit ainsi ?

A) $f'_2 = 2 \text{ cm}$ B) $f'_2 = 3 \text{ cm}$ C) $f'_2 = 4 \text{ cm}$ D) $f'_2 = 6 \text{ cm}$

6) Déterminer dans ces conditions les grandissements transversaux γ_1 , γ_2 et γ_3 des trois lentilles.

A) $\gamma_1 = -\frac{4}{x}$, $\gamma_2 = x - 8$, $\gamma_3 = \frac{x}{8}(x - 8)$ B) $\gamma_1 = -\frac{2}{x}$, $\gamma_2 = x - 6$, $\gamma_3 = -\frac{3x}{8(x - 6)}$

C) $\gamma_1 = \frac{4}{x}$, $\gamma_2 = \frac{x}{x - 4}$, $\gamma_3 = -\frac{3}{16}(x - 4)$ D) $\gamma_1 = -\frac{3}{2x + 4}$, $\gamma_2 = \frac{x}{4}$, $\gamma_3 = -\frac{(2x + 4)}{x}$

Rép. :

1.b)

2.a)

3.a) et 3.d)

4.d)

5.c)

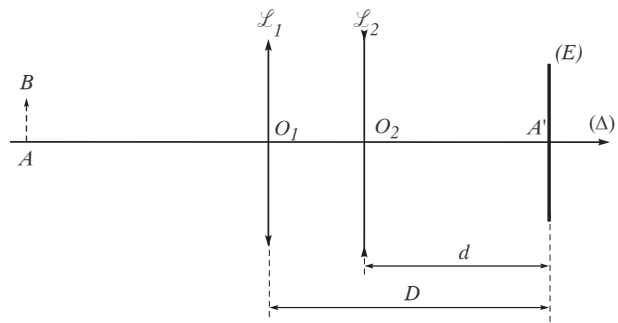
6.c) .

DL n°4 – Latitude de mise au point (*)

Sur le schéma, la distance D est fixe ; le réglage du système est réalisé en jouant sur la distance d .

Données : $f'_1 = 4 \text{ cm}$ et $f'_2 = -6 \text{ cm}$.

On note : $AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'B'$.



1. Questions préliminaires (cours) :

Où doit se trouver un objet pour qu'une lentille divergente (de centre O_2 , de foyer objet F_2 , de foyer image F'_2) en donne une image *réelle* ? et dans ce cas, l'image réelle se trouve-t-elle *avant* ou *après* l'objet ? Quelle est alors la nature de l'objet pour la lentille divergente ?

2. Mise au point à l'infini

2.a) Le système est réglé de façon à ce que les objets à l'infini donnent une image nette sur l'écran. Quel est nécessairement le signe de $D - f'_1$ pour que ceci soit possible ?

2.b) Lorsque cette condition est réalisée, quelle est la valeur de d , notée d_∞ , correspondant à ce réglage ?

Pour répondre à cette question, il faudra montrer que d_∞ vérifie l'équation du second degré suivante :

$$d_\infty^2 + (f'_1 - D) d_\infty - f'_2 (f'_1 - D) = 0 \quad \text{Rép : } d_\infty = \frac{1}{2} \left[D - f'_1 + \sqrt{(D - f'_1)(D - f'_1 - 4f'_2)} \right]$$

2.c) Si $D = 5 \text{ cm}$, que vaut d_∞ ?

→ Faire un schéma du système et construire l'image d'un objet AB à l'infini vu sous l'angle α , pour $D = 5 \text{ cm}$.

2.d) Établir que la taille de l'image vérifie la relation $\overline{A'B'} = -\alpha \frac{d_\infty f'_1}{f'_1 + d_\infty - D}$.

3. Modification du système

3.a) Lorsque l'on veut mettre au point sur un objet à distance finie, dans quel sens faut-il déplacer la lentille divergente ?

3.b) On souhaite réaliser un système tel que d_∞ corresponde à la valeur D .

→ Quelle est la longueur $D = d_\infty$ à donner au système dans ce cas ?

Indication : deux lentilles minces (de vergences V_1 et V_2) se comportent, si elles sont accolées, comme une lentille unique de vergence égale à la somme des deux vergences.

4. Latitude de mise au point

4.a) Dans le cas précédent ($D = 12 \text{ cm}$), indiquer la profondeur de mise au point du système, c'est-à-dire le domaine des positions de l'objet AB susceptibles de donner une image nette sur l'écran lorsqu'on donne à d une valeur adaptée.

4.b) Avec $D = 12 \text{ cm}$ et $d = \overline{O_2A'} = +6 \text{ cm}$, faire une construction soignée à l'échelle 1 permettant de déterminer la position de A à partir de A' .

Retrouver le résultat par le calcul (donner les valeurs de $\overline{O_2A_1}$ et de $\overline{O_1A}$).

Solution DL n°4 : Latitude de mise au point

1. Questions préliminaires (cours) :

Pour qu'une lentille divergente donne une image *réelle* d'un objet, il faut que cet objet se trouve **entre le foyer objet (F_2) et le centre optique (O_2)**. Dans ce cas, l'image réelle se trouve-t-elle **après** l'objet.

→ L'objet est donc un objet **virtuel** pour la lentille divergente.

2. Mise au point à l'infini

2.a) $AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'B'$.

L'image $A'B'$ doit être *réelle* puisqu'elle est recueillie sur une écran.

Il faut donc, d'après la question **I.0)** que les points O_2 , A_1 et A' soient dans cet ordre sur l'axe.

De plus, si A est à l'infini, alors $A_1 = F'_1$. On a donc : $\overline{O_1A_1} = f'_1 \leq D$, soit : $D - f'_1 \geq 0$.

2.b) La relation de DESCARTES pour \mathcal{L}_2 s'écrit ($A_1 = F'_1$) : $\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2}$,

avec, dans ce cas : $\overline{O_2A'} \equiv d_\infty$, et $\overline{O_2F'_1} = f'_1 - D + d_\infty$,

soit : $d_\infty^2 + (f'_1 - D)d_\infty - f'_2(f'_1 - D) = 0$

Le discriminant de cette équation du second degré est :

$$\Delta = (f'_1 - D)^2 + 4f'_2(f'_1 - D) = (D - f'_1)(D - f'_1 - 4f'_2)$$

et $\Delta > 0$ car $D - f'_1 \geq 0$ et $f'_2 < 0$.

Il y a donc deux solutions dont une seule est positive, la seule acceptable :

$$d_\infty = \frac{1}{2} \left[D - f'_1 + \sqrt{(D - f'_1)(D - f'_1 - 4f'_2)} \right]$$

2.c) Si $D = 5 \text{ cm}$, alors $d_\infty = 3 \text{ cm}$.

L'image A_1B_1 est dans le plan focal image de \mathcal{L}_1 .

Comme un rayon passant par O_2 n'est pas dévié, on a O_2 , B_1 et B' alignés.

2.d) D'après le schéma, dans les conditions de GAUSS :

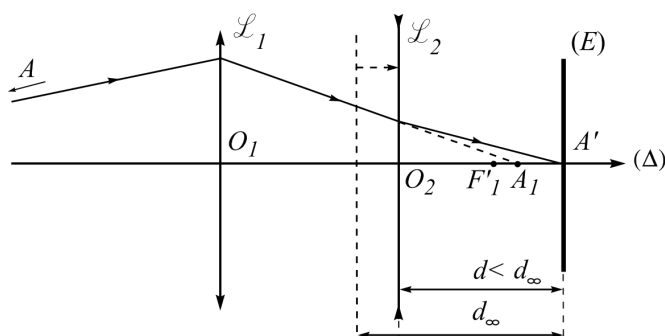
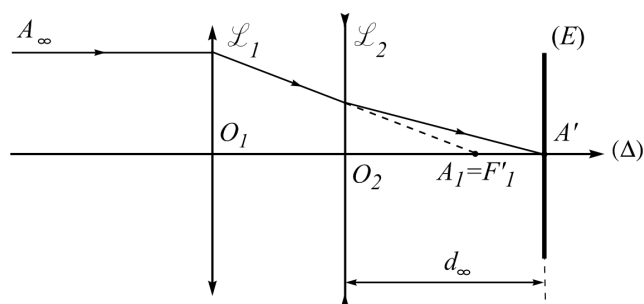
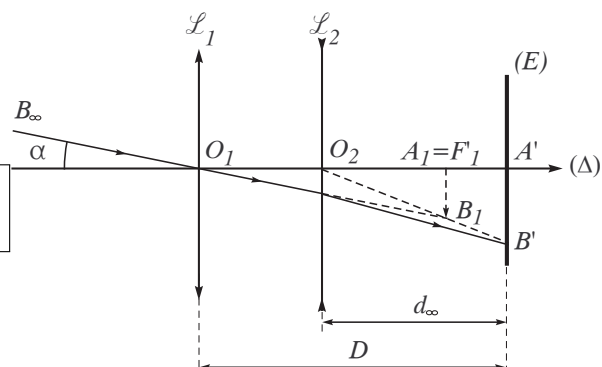
$$\overline{A_1B_1} = -\alpha f'_1 \text{ et } \overline{A'B'} = -\frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2F'_1}} \overline{A_1B_1}.$$

D'où : $\overline{A'B'} = -\alpha \frac{d_\infty f'_1}{f'_1 + d_\infty - D}$

3. Modification du système

3.a) Dans cette question, l'objet AB est à une distance finie de \mathcal{L}_1 . Pour que \mathcal{L}_1 fasse de l'objet réel AB une image A_1B_1 réelle, il faut que l'objet soit *avant* le foyer objet F_1 ; et dans ce cas, l'image A_1B_1 est *après* le foyer image F'_1 .

Cette image A_1B_1 est objet virtuel pour \mathcal{L}_2 qui, dans le cas précédent, conjugait $A_1 = F'_1$ avec A' .



Maintenant que A_1 est *après* F'_1 , il faut rapprocher \mathcal{L}_2 de A_1 (donc de l'écran) pour à nouveau conjuguer A_1 avec un point image A' sur l'écran immobile.

Il faut donc diminuer la distance d : $d < d_\infty$.

3.b) Si $d_\infty = D$, cela signifie que les deux lentilles sont accolées pour conjuguer un point à l'infini A_∞ avec un point A' sur l'écran. Deux lentilles minces accolées étant équivalentes à une seule lentille mince, l'écran matérialise alors le plan focal image de cette lentille équivalente.

Donc : $d_\infty = D = f'_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{V_{eq}}} = \frac{1}{\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}}$ avec $V_1 = \frac{1}{f'_1}$ et $V_2 = \frac{1}{f'_2}$

soit :
$$d_\infty = D = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2} = 12 \text{ cm}$$

4. Latitude de mise au point

4.a) Profondeur de mise au point du système : elle est associée aux positions limites de la lentille \mathcal{L}_2 :

- le cas limite $d = D$ correspond à la question précédente : l'objet A est à l'infini.
- dans le cas limite où $d = 0$, $A_1 B_1$ est confondu avec $A' B'$ car $O_2 = A_1 = A'$.

La formule de conjugaison de \mathcal{L}_1 : $\frac{1}{\overline{O_1 A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{f'_1}$ conduit à

$$\overline{O_1 A} = f'_2 = -6 \text{ cm} \quad \left(\text{car } \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{D} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} \right)$$

CI : la plage de mise au point est donc de l'infini à 6 cm *en avant* de \mathcal{L}_1 .

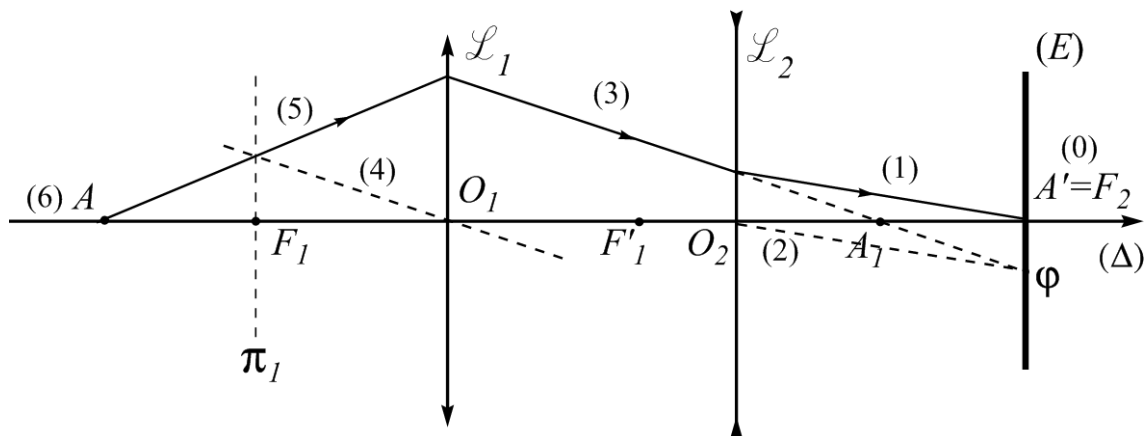
4.b)

- Avec $D = 12 \text{ cm}$ et $d = \overline{O_2 A'} = +6 \text{ cm}$, on a :

$$\frac{1}{\overline{O_2 A'}} - \frac{1}{\overline{O_2 A_1}} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \boxed{\overline{O_2 A_1} = 3 \text{ cm}}$$

- On en déduit que $\overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 A_1} = D - d + \overline{O_2 A_1} = 9 \text{ cm}$.

$$\frac{1}{\overline{O_1 A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \boxed{\overline{O_1 A} = -7,2 \text{ cm}}$$



Solution Ex-O4.8

