Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Département d'Automatique

Concours d'entrée à la Formation 3ème Cycle en Automatique

Epreuve : Commande des Systèmes Multivariables, **Durée 02 heures**

Etant donné le système linéaire représenté par les équations différentielles suivantes :

$$2\frac{d}{dt}\omega(t)+4\omega(t)+2b\varphi(t)=2u(t)$$

$$\frac{d}{dt}\varphi(t)-\varphi(t)-a\,\omega(t)=u(t)$$

a et b sont deux paramètres, $\omega(0)=0$ et $\varphi(0)=1$, la sortie du systèmes est la grandeur $\varphi(t)=1$.

A/ Analyse des performances du système

1. Ecrire le modèle d'état de ce système. On considérera $x(t)=[\omega(t)\quad \varphi(t)]^T$. **(1 pt)**
2. Etudier, en fonction des paramètres a et b, la stabilité du système. **(1 pt)**
3. Calculer l'expression de la transformée de Laplace de sortie en fonction de la transformée de Laplace de l'entrée u(t), de $\omega(0)$ et de $\varphi(0)$. **(2 pts)**
4. Calculer l'expression de la sortie y(t) lorsque l'entrée u(t) est une impulsion pour a = 2 et b = 1. Tracer ensuite l'allure de y(t), on précisera en particulier les valeurs de y(0) et y(∞) **(2 pts)**

B/ Calcul d'une contre réaction d'état

5. Etudier, en fonction des paramètres a et b, la commandabilité des états du système. **(1 pt)**
6. En utilisant la transformation T ci-contre ainsi que le changement de base x = Tz, calculer le modèle d'état du système sous la forme canonique commandable. Donner les expressions du modèle. **(1 pt)**
7. En utilisant, cette forme canonique, déterminer, lorsque cela est possible, la contre réaction d'état qui permet de fixer les pôles du système en boucle fermée égaux à - 4 et - 4.
   a- Lorsque a = 1 et b = -4 **(2 pts)**
   b- Lorsque a = 1 et b = 1 **(2 pts)**

C/ Calcul d'un Observateur

8. Etudier, en fonction des paramètres a et b, l'observabilité des états du système. **(1 pt)**
9. En utilisant la transformation V ci-contre ainsi que le changement de base x = Vz, calculer le modèle d'état du système sous la forme canonique observable. Donner les expressions de ce modèle.
10. En utilisant cette forme canonique observable déterminer un observateur des états du système original. Les valeurs (-10 et -10) des pôles de l'observateur peuvent être utilisées pour calculer la matrice de l'observateur. On considérera a = 1 et b = 1. **(2 pts)**

D/ Structure de commande par retour d'états reconstruits

11. Donner, sous forme d'un schéma bloc, la structure générale de la commande du système en utilisant l'observateur d'état. On précisera en particulier les connexions entre le système, l'observateur et les gains de contre-réaction d'état permettant de calculer la loi de commande. On précisera également la structure interne de l'observateur. **(4 pts)**

T = $T=\begin{bmatrix}-1-b & 1\\ a+2 & 1\end{bmatrix}$; $T^{-1}=\dfrac{1}{a+b+3}\begin{bmatrix}-1 & 1\\ a+2 & b+1\end{bmatrix}$, $V=\begin{bmatrix}1/a & -2/a\\ 0 & 1\end{bmatrix}$, $V^{-1}=\begin{bmatrix}a & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}$