INTERROGATION 1

Physique 3.

Groupe

Nom:..................................

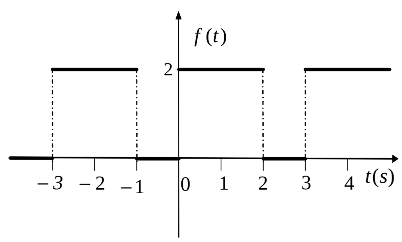
Prénom:..............................

Questions

1. ***Trouver l'amplitude A et la phase ϕ de la superposition suivante de deux mouvements sinusoïdaux à l'aide de la représentation complexe:***

$$\cos\omega t + \sqrt{3}\sin(\omega t + \pi)$$

2. ***Soit une grandeur périodique représentée par la fonction ci-dessous***



Trouver la période T de la fonction, puis déduire ses coefficients de Fourier a_0, a_n, ***et*** b_n.

Réponses

1.

$$\cos\omega t + \sqrt{3}\sin(\omega t + \pi) \rightarrow e^{j\omega t} + \sqrt{3}e^{j\left(\omega t+\pi-\frac{\pi}{2}\right)} \quad 0{,}25$$
$$e^{j\omega t}(1+\sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{2}})$$
$$0{,}25 \quad A\cos(\omega t+\phi) \ \leftarrow \ Ae^{j(\omega t+\phi)}$$

$A = \left|1+\sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{2}}\right| = \left|1+j\sqrt{3}\right| = 2.$ Ou bien $\left|1+\sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{2}}\right| = \sqrt{(1+\sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{2}})(1+\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{2}})}$ 0,5 $= \sqrt{1+3+2\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{2}} = 2.$ 0,5

$\tan\phi = \frac{\mathrm{Im}(1+\sqrt{\mathbf{3}}e^{j\frac{\pi}{2}})}{\mathrm{Re}(1+\sqrt{\mathbf{3}}e^{j\frac{\pi}{2}})}$ 0,25 $= \frac{\mathrm{Im}(1+j\sqrt{\mathbf{3}})}{\mathrm{Re}(1+j\sqrt{\mathbf{3}})} = \frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{1}}$ 0,5 $\Longrightarrow \phi = \frac{\pi}{3}$ 0,5

2. La période de f est T = 3s. 0,25

$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\mathrm{d}t$ 0,5 $= \frac{1}{3}\left[\int_0^2 2.\mathrm{d}t + 0\right] = \frac{1}{3}\left[2.t\right]_0^2 = \frac{4}{3}.$ 0,5

$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos\frac{2\pi nt}{T}\mathrm{d}t$ 0,5 $= \frac{2}{3}\int_0^2 2\cos\frac{2\pi nt}{3}\mathrm{d}t = \left[\frac{2}{\pi n}\sin\frac{2\pi nt}{3}\right]_0^2 = \frac{2}{\pi n}\sin\frac{4\pi n}{3}.$ 0,5

$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin\frac{2\pi nt}{T}\mathrm{d}t$ 0,5 $= \frac{2}{3}\int_0^2 2\sin\frac{2\pi nt}{3}\mathrm{d}t = \left[-\frac{2}{\pi n}\cos\frac{2\pi nt}{3}\right]_0^2 = \frac{2}{\pi n} - \frac{2}{\pi n}\cos\frac{4\pi n}{3}.$ 0,5

Puisque: $\sin\frac{4\pi n}{3} = \sin(2\pi n - \frac{2\pi n}{3}) = -\sin\frac{2\pi n}{3}$ et $\cos\frac{4\pi n}{3} = \cos(2\pi n - \frac{2\pi n}{3}) = \cos\frac{2\pi n}{3}$,

la série de Fourier de f est: $f = \frac{4}{3} + \sum_{n=1}^{\infty}(\frac{-2}{\pi n}\sin\frac{2\pi n}{3})\cos\frac{2\pi nt}{3} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\pi n}(1-\cos\frac{2\pi n}{3})\sin\frac{2\pi nt}{3}.$