

INTERROGATION 1

Physique 3.

Groupe

Nom:.....

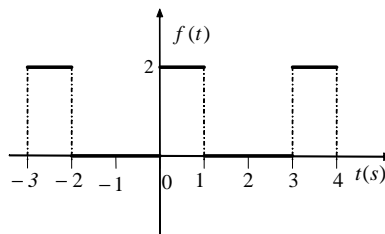
Prénom:.....

Questions

1. Trouver l'amplitude A et la phase ϕ de la superposition suivante de deux mouvements sinusoïdaux à l'aide de la représentation complexe:

$$\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \sqrt{3} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

2. Soit une grandeur périodique représentée par la fonction ci-dessous



Trouver la période T de la fonction, puis déduire ses coefficients de Fourier a_0 , a_n , et b_n .

Réponses

1.
$$\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \sqrt{3} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \rightarrow e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})} + \sqrt{3} e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2})} \quad (0.25)$$
$$e^{j\omega t} (e^{j\frac{\pi}{2}} + \sqrt{3}) \quad (0.25)$$
$$A \cos(\omega t + \phi) \leftarrow A e^{j(\omega t + \phi)}$$

$$A = |e^{j\frac{\pi}{2}} + \sqrt{3}| = |j + \sqrt{3}| = 2. \quad \text{Ou bien } |e^{j\frac{\pi}{2}} + \sqrt{3}| = \sqrt{(e^{j\frac{\pi}{2}} + \sqrt{3})(e^{-j\frac{\pi}{2}} + \sqrt{3})} \quad (0.5) = \sqrt{1 + 3 + 2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{2}} = 2. \quad (0.5)$$
$$\tan \phi = \frac{\text{Im}(e^{j\frac{\pi}{2}} + \sqrt{3})}{\text{Re}(e^{j\frac{\pi}{2}} + \sqrt{3})} \quad (0.25) = \frac{\text{Im}(j + \sqrt{3})}{\text{Re}(j + \sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (0.5) \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{6} \quad (0.5)$$

2. La période de f est $T = 3s$. (0.25)

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (0.5) = \frac{1}{3} \left[\int_0^1 2 dt + 0 \right] = \frac{1}{3} [2t]_0^1 = \frac{2}{3}. \quad (0.5)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos \frac{2\pi n t}{T} dt \quad (0.5) = \frac{2}{3} \int_0^1 2 \cos \frac{2\pi n t}{3} dt = \left[\frac{2}{\pi n} \sin \frac{2\pi n t}{3} \right]_0^1 = \frac{2}{\pi n} \sin \frac{2\pi n}{3}. \quad (0.5)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin \frac{2\pi n t}{T} dt \quad (0.5) = \frac{2}{3} \int_0^1 2 \sin \frac{2\pi n t}{3} dt = \left[-\frac{2}{\pi n} \cos \frac{2\pi n t}{3} \right]_0^1 = \frac{2}{\pi n} - \frac{2}{\pi n} \cos \frac{2\pi n}{3}. \quad (0.5)$$

Donc, la série de Fourier de f est:
$$f = \frac{2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{\pi n} \sin \frac{2\pi n}{3} \right) \cos \frac{2\pi n t}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} (1 - \cos \frac{2\pi n}{3}) \sin \frac{2\pi n t}{3}.$$