

Travaux Dirigés 5 (24/11/12)

Trouver une Série Entière

1. Séries de Taylor Trouvez la série de Taylor centrée en a .

(a) $f(x) = \frac{1}{x^2}, a = 2$ (b) $f(x) = \sin x, a = \pi/4$ (c) $f(x) = 2^x, a = 1$

2. Séries de MacLaurin Trouvez la série de MacLaurin.

(a) $f(x) = \cosh x$ (b) $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ (c) $f(x) = \frac{x}{1-x}$ (d) $(x+1)^2$

3. Substitution, Addition, Soustraction, multiplication, et division

Trouvez une série entière pour les fonctions suivantes:

(a) $f(x) = \frac{3}{2x-1}$ (b) $f(x) = \frac{3}{2x-1}, a = 2$ (c) $\frac{3x}{x^2+x-2}$ (d) $\frac{2}{1-x^2}$
 (e) $f(x) = \sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$ (f) $f(x) = \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ (g) $f(x) = e^x \sin x$
 (h) $f(x) = \cos x^2$ (i) $f(x) = \ln(1-x^3)$ (j) $f(x) = e^{1-x}$ (k) $\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$
 (l) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ (m) $f(x) = \frac{e^x}{\cos x}$ (n) $\sec x = \frac{1}{1-(1-\cos x)}$

4. Différentiation Trouvez une série entière pour chaque fonction:

(a) $f(x) = \cos x$ sachant que $\frac{d}{dx} [\sin x] = f(x)$ (b) $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$
 (c) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} =$ sachant que $\frac{d}{dx} [(1+x)^{1/2}] = f(x)$

5. Intégration Trouvez une série entière pour chaque fonction:

(a) $f(x) = \tanh^{-1} x$ sachant que $\frac{d}{dx} [\tanh^{-1} x] = \frac{1}{1-x^2}$ (b) $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$
 (c) $\sinh^{-1} x$ sachant que $\frac{d}{dx} [\sinh^{-1} x] = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (d) $f(x) = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
 (e) $f(x) = \tan^{-1} x$ sachant que $\frac{d}{dx} [\tan^{-1} x] = \frac{1}{1+x^2}$ (f) $f(x) = -\ln(\cos x)$