INTERROGATION 2

Physique 3.

Groupe

Nom:...................................

Prénom:..............................

Questions

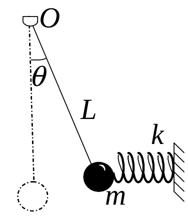
Le système ci-contre peut tourner librement autour du point O. ($\theta \ll 1$.)

La boule est supposée ponctuelle et la tige sans masse. ($\sin\theta \approx \theta$. $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$.)

1. *Trouver l'énergie cinétique T, l'énergie potentielle U, et l'énergie totale E.*

2. *Trouver l'équation du mouvement à l'aide de l'équation de conservation.*

3. *Trouver la pulsation propre ω_0 sachant que m=**1**kg, L=**2**m, k=**2**N/m, g=**10**m/s^2.*



Le système précédent est modifié comme le montre la figure ci-contre.

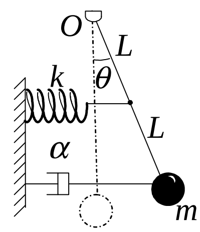
Le système est soumis à présent à un frottement de coefficient α. ($\theta \ll 1$.)

1. *Trouver l'énergie cinétique T, l'énergie potentielle U, et le Lagrangien $\mathcal{L}$.*

2. *Trouver la fonction de dissipation $\mathcal{D}$ puis l'équation du mouvement en utilisant $\mathcal{L}$.*

3. *Trouver la nature du mouvement sachant que α=**2**N.s/m.*

4. *Trouver le temps τ au bout duquel l'amplitude est divisée par **3** si α=**1**N.s/m.*



Réponses

1. $T = \frac{1}{2}m(L\dot{\theta})^2$. 0,25

$U = U_{ressort} + U_m \approx \frac{1}{2}k(L\sin\theta)^2 + mg(L - L\cos\theta)$ 0,25 $\approx \frac{1}{2}k(L\theta)^2 + \frac{1}{2}mgL\theta^2$. 0,25

$E = T + U = \frac{1}{2}mL^2\,\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}(kL^2 + mgL)\theta^2$ 0,25

2. L'équation de conservation $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = 0$ 0,25 nous donne $mL^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + (kL^2 + mgL)\theta\dot{\theta} = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{kL+mg}{mL}\theta = 0$. 0,5

3. La pulsation propre est donc $\omega_0 = \sqrt{\frac{kL+mg}{mL}}$ 0,25. A.N: $\omega_0 = \sqrt{\mathbf{7}}$rad/s. 2

1. $T = \frac{1}{2}m(2L\dot{\theta})^2$. 0,25

$U = U_{ressort} + U_m \approx \frac{1}{2}k(L\sin\theta)^2 + mg(2L - 2L\cos\theta)$ 0,25 $\approx \frac{1}{2}k(L\theta)^2 + mgL\theta^2$. 0,25

$\mathcal{L} = T - U = 2mL^2\,\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}(kL^2 + 2mgL)\theta^2$ 0,25

2. $\mathcal{D} = \frac{1}{2}\alpha v^2 = \frac{1}{2}\alpha(2L\dot{\theta})^2$ 0,25. L'équation du mouvement est $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\theta}}) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\theta} = -\frac{\partial\mathcal{D}}{\partial\dot{\theta}} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{\alpha}{m}\dot{\theta} + \frac{kL+2mg}{4mL}\theta = 0$. 0,5

3. La nature du mouvement est donnée par le signe de $\lambda^2 - \omega_0^2$. 0,25

$\lambda = \frac{\alpha}{2m}$ 0,5, $\omega_0 = \sqrt{\frac{kL+2mg}{4mL}}$ 0,5. A.N: $\lambda^2 - \omega_0^2 = 1 - 3 < 0$. 0,5 $\Rightarrow$ Le mouvement est pseudo-périodique. 0,5

4. Le temps nécessaire est τ tel que $Ae^{-\lambda(t+\tau)} = \frac{1}{3}Ae^{-\lambda t} \Rightarrow \tau = \frac{\ln 3}{\lambda}$. 0,5 A.N: $\tau = \frac{\ln 3}{0,5} \approx \mathbf{2{,}2}s$. 0,5