T-y

Département de Génie Mécanique
Faculté de Technologie
Université A. Mira, Bejaia

Concours d'accès au doctorat 3ème cycle en Mécanique
Epreuve de Méthodes numériques
10 septembre 2012
Durée 1h30

Exercice n°1 : (points)

On cherche à discrétiser le problème aux limites, suivant :

E.D.P. : $-u''(x) + c(x)\, u(x) = f(x)$ $\quad 0 < x < 1,$

C.L. : $u(0) = u(1) = 0,$

où c est une fonction de x. On se donne un pas du maillage constant $h = \Delta x = 1/(N)$ (où N est le nombre d'intervalles et $x(i) = i\,\Delta x$, i=0..,N, avec : $x_0 = 0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_{N-1} < x_N = 1$). Soit u_i l'inconnue discrète associée au nœud i (i = 1, N-1). On peut obtenir les équations discrètes en approchant u''(x) par quotient différentiel par développement de Taylor, (Méthodes des différences finies) résumé dans le tableau ci-dessous.

1/ quel est le type de cette équation.

2/proposer un schéma aux différences finies du système précédent.

3/ déduire une écriture matricielle de ce système.

Différence CENTREE : Dérivées à l'ordre 2 en h d'une fonction quelconque f

	f_{i-2}	f_{i-1}	f_i	f_{i+1}	f_{i+2}	
$2h\,f'_i$		-1	0	1		$+\,\theta(h^2)$
$h^2 f''_i$		1	-2	1		
$2h^3 f'''_i$	-1	2	0	-2	1	

Exercice n°2

Soit un système d'équations écrit sous forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 4 \\ -4 & -2 & 3 & -7 \\ 4 & 1 & -2 & 8 \\ 0 & -3 & -12 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2 \\ -9 \\ 2 \\ 2 \end{Bmatrix}$$

Résoudre en utilisant l'algorithme de la méthode d'élimination de Gauss suivant :

__Algorithme :__

Après chaque élimination (s) d'une variable x_s on a le système : $[A]^{(s)}\,(x) = (b)^{(s)}$

s=1,....4

Les termes modifiés de la matrice $[A]^{(s)}$ sont calculés par :

$$a_{ij}^{(s)} = a_{ij}^{(s-1)} - \left[a_{is}^{(s-1)} / a_{ss}^{(s-1)}\right] a_{sj}^{(s-1)} \qquad i, j = s+1, \ldots, 4$$

$$b_i^{(s)} = b_i^{(s-1)} - \left[a_{is}^{(s-1)} / a_{ss}^{(s-1)}\right] b_s^{(s-1)}$$

__Algorithme de la substitution arrière :__

$$x_n = y_n / U_{nn}$$

$$x_i = \frac{1}{U_{ii}}\left[y_i - \sum_{j=i+1}^{n} U_{ij}\, x_j \right] \qquad i=n-1 \text{ à } 1$$

Bonne chance

__**NB : Détailler tous les calculs**__

République Algérienne Démocratique & Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur & de la Recherche Scientifique

Université A. MIRA- Béjaïa
Faculté de Technologie - Département de Génie Mécanique
Concours au Doctorat de 3ème Cycle - LMD : Épreuve - Mécanique des Milieux Continus (durée 01H 30)

Exercice 1 : Considérons un point matériel d'un milieu continu de coordonnées (X_1, X_2, X_3) dans la configuration de référence et le même point occupe la position (x_1, x_2, x_3) dans la configuration actuelle. La transformation qui lie les coordonnées cartésiennes du point matériel s'écrit : $x_1 = \lambda_1 X_1 + \gamma \lambda_2 X_2, x_2 = \lambda_2 X_2, x_3 = \lambda_3 X_3$. où $\lambda_i (i = 1,2,3) et \gamma$ sont des scalaires positifs.

1.1. Calculer la matrice associée au tenseur gradient de la transformation $F_{ij} = \dfrac{\partial x_i}{\partial X_j}$;

1.2. Montrer que $\overline{\overline{F}}$ se décompose de la manière suivante : $\overline{\overline{F}} = \underline{\underline{F}}^1 \underline{\underline{F}}^2$, préciser les matrices associées à $\underline{\underline{F}}^1$ *et* $\underline{\underline{F}}^2$ et interpréter physiquement chaque matrice.

2. Supposons que le milieu continu est homogène, isotrope et incompressible ; l'énergie libre massique d'Helmholtz dans sa description lagrangienne est définie par : $\rho_0 \psi = \dfrac{\mu_0}{2}(I_1 - 3)$ où μ_0 est le module de cisaillement aux petites déformations, ρ_0 est la masse volumique lagrangienne du matériau et I_1 est le 1er invariant du tenseur des dilatations de Cauchy gauche défini par : $I_1 = tr\left(\underline{\underline{F}}^t \underline{\underline{F}}\right)$; les symboles tr et t désignent respectivement la trace et la transposée d'un tenseur d'ordre deux.

2.1. Calculer les composantes du 1er tenseur de Piola-Kirchhoff $\pi_{ij} = \dfrac{\partial(\rho_0 \psi)}{\partial F_{ij}}$.

2.2. La condition d'incompressibilité impose l'introduction d'une pression hydrostatique (ou multiplicateur de Lagrange) p dans la loi de comportement. Ainsi, le 1er tenseur de Piola-Kirchhoff $\overline{\overline{P}}$ s'écrit : $\overline{\overline{P}} = \overline{\overline{\pi}} - p\left(\underline{\underline{F}}^{-1}\right)^t$; en déduire l'expression de la loi de comportement en termes de tenseur des contraintes de Cauchy, C'est-à-dire $J \overline{\overline{\sigma}} = \overline{\overline{P}}\, \underline{\underline{F}}^t$ avec $J = \det \underline{\underline{F}}$.

3.1. En utilisant la réponse de 1.1., calculer la matrice associée à $\overline{\overline{\sigma}}$ et en déduire la relation qui lie $(\sigma_{11} - \sigma_{22})$ et σ_{12}.

3.1.1. Calculer $(\sigma_{11} - \sigma_{22})$ pour $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$; quel est le chargement correspondant ;

3.1.2. Calculer $(\sigma_{11} - \sigma_{22})$ pour $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ quel est le chargement correspondant ;

3.1.3. Calculer $(\sigma_{11} - \sigma_{22})$ pour $\lambda_1 = \lambda \, et \, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-(1/2)}$ quel est le chargement correspondant.

Exercice 2 : L'inégalité de Clausius – Duhem pour un milieu continu s'écrit : $\overline{\overline{\sigma}} \, \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} - \rho_0 \dot{\psi} - \rho_0 s \dot{T} - \dfrac{\overline{q}\,\overline{grad\, T}}{T} \geq 0$ où $\psi = e - Ts$: énergie massique libre d'Helmholtz ; e : énergie interne ; s : entropie massique ; T : la température absolue ; $\overline{q}$: vecteur courant de chaleur ; $\overline{\overline{\varepsilon}}$: tenseur des déformations en HPP ; $\dot{X} = dX/dt$. On suppose que $\psi\left(T, \overline{\overline{\varepsilon}}\right)$ dépend de deux variables d'états la température, i.e. T et les déformations, i.e. $\overline{\overline{\varepsilon}}$.

1. Etablir les relations classiques suivantes : $\overline{\overline{\sigma}} = \partial(\rho_0 \psi)/\partial \overline{\overline{\varepsilon}}$ et $s = -\partial \psi / \partial T$.

2. L'équation de conservation de l'énergie (1er principe) s'écrit : $\rho_0 \dot{e} = \overline{\overline{\sigma}} \, \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} + r - div\overline{q}$, où r est le terme qui représente la densité volumique du taux de chaleur reçue par le milieu continu de la part des sources extérieures. Montrer que :
$$\rho_0 C \dot{T} = k \Delta T + T \frac{\partial \overline{\overline{\sigma}}}{\partial T} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} + r$$
où $C = T \dfrac{\partial s}{\partial T}$ la chaleur spécifique et k est la conductivité thermique du matériau qui est lié au flux de chaleur par la loi de Fourier : $\overline{q} = -k\, \overline{grad}\, T$ $\left(N.B.: div\left(\overline{grad}\, f\right) = \Delta f\right)$.

3. Considérons le cas particulier de la thermo élasticité linéaire :
$$\rho_0 \psi = (1/2)\left(4\mu_0 \varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij} + \lambda_0 \varepsilon_{kk}^{\;2}\right) - (3\lambda_0 + 2\mu_0)\alpha \vartheta\, \varepsilon_{kk} - (\rho_0 C/2T_0)\theta^2$$
où μ_0 *et* λ_0 sont les constantes de Lamé ; $\theta = T - T_0$, T_0 est la température de référence et α le coefficient de dilatation isotherme. Calculer $\overline{\overline{\sigma}} = \partial(\rho_0 \psi)/\partial \overline{\overline{\varepsilon}}$ et $s = -\partial \psi / \partial T$.

– FIN -

Université Abderrahmane Mira – Béjaïa

Faculté de Technologie

Département de Génie Mécanique

Concours de Doctorat – 2012 /2013

Epreuve d'expression

(Anglais – Français)

A milling machine

A milling machine is an important piece of equipment, used in the manufacture of specially shaped items. It is often used alongside other similar machines, such as a lathe. Figure 1 shows, in simplified form, a side-view of knee-type horizontal milling machine.

Here are listed fourteen parts. Not all the parts are shown on the diagram.

Arbor

Arbor bearing

Column

Cutter

Guideway

Knee

Motor compartment

Overarm

Saddle

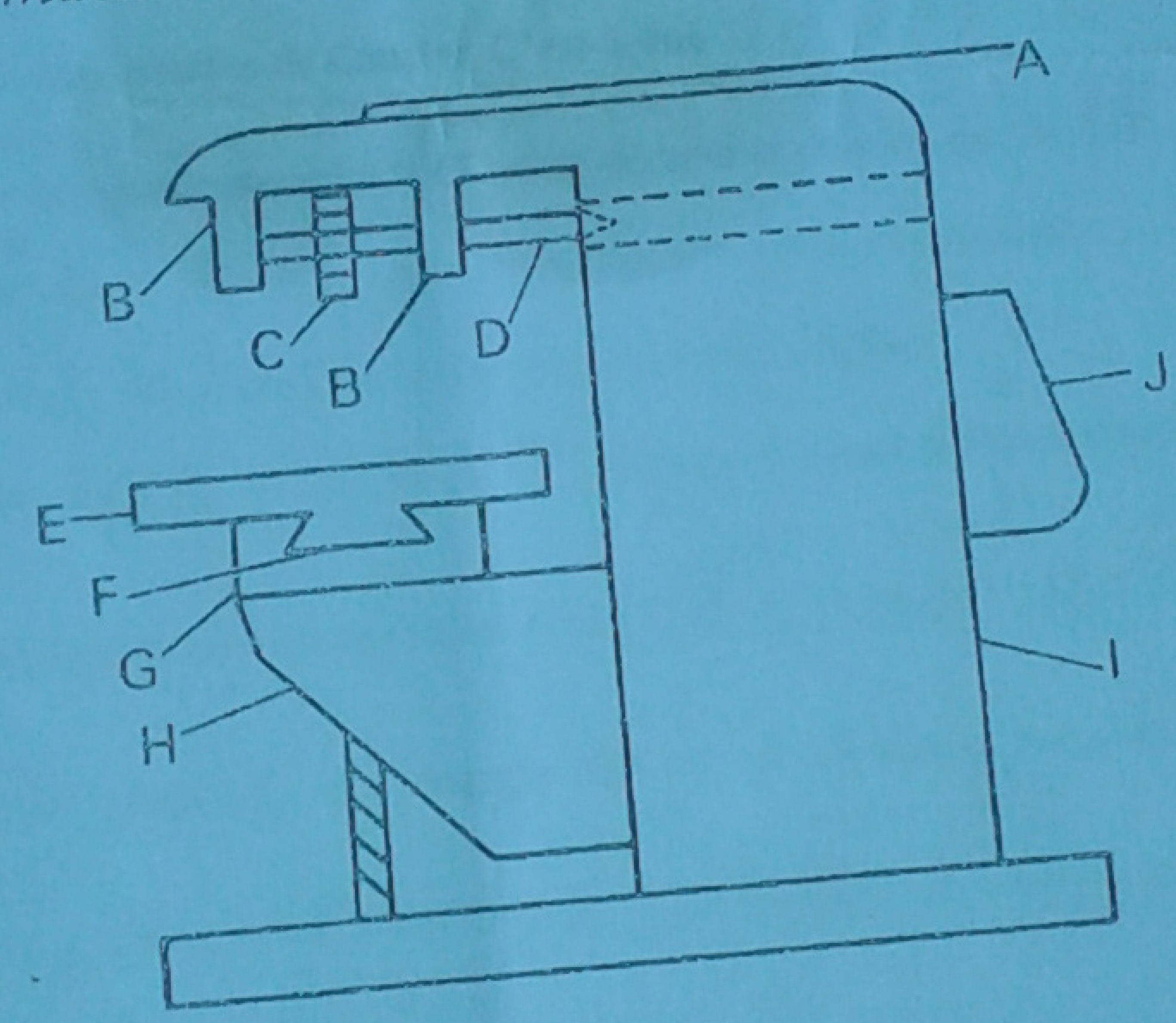
Spindle

Spindle motor

Workpiece

Worktable

Figure 1.
Side view of a milling machine



5 pts → 1) Identify the ten parts which correspond to items A-J on Figure 1.

5 pts → 2) Translate only the text into French.

2 × 5 pts → 3) Write in about hundred words what will be your future doctorate project in both English and French.

20 pts