LMD ST2 Constantine, Le 09/06/07

Génie des Procédés – Génie Mécanique

Contrôle N°1 de la MDF

(1H 30mn)

Exercice1(4pts)

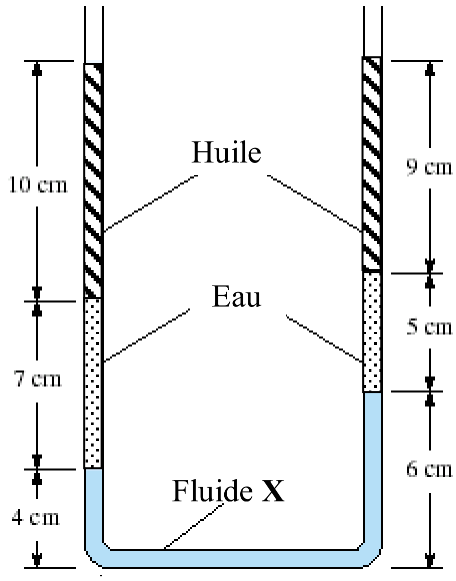
Dans la figure ci contre, les deux surfaces du manomètre sont ouvertes à l'atmosphère.

-Calculer la masse volumique du fluide **X**.

On donne :

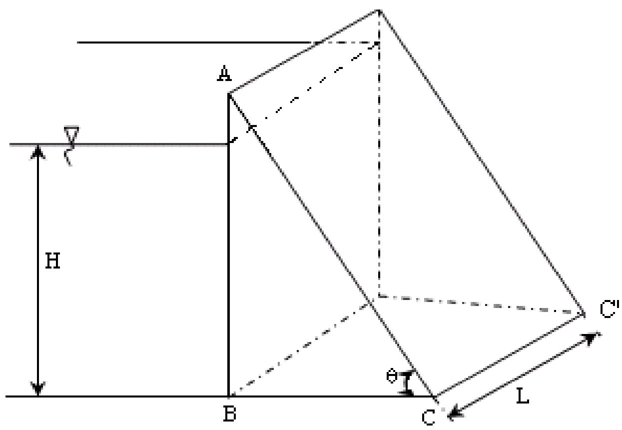
La masse volumique de l'eau ρ_e=1000 kg/ m^3

La masse volumique de l'huile ρ_h=889 kg/m^3



Exercice 2 (5 pts) : Un barrage de retenue d'eau est présenté par la figure ci-contre. Nous vous demandons de :

- Calculer la force F exercée par l'eau sur le barrage.
- Trouver son point d'application.
- Calculer le poids P du barrage sachant qu'il est constitué de béton dont la masse volumique est ρ_b et sa valeur est 2200 Kg/m^3.
- Calculer les moments de la force F et du poids P par rapport à l'axe CC'.

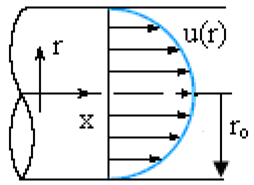


Données :

H = 20 m ; AB = 25 m ; L = 5 m ; θ = 60°

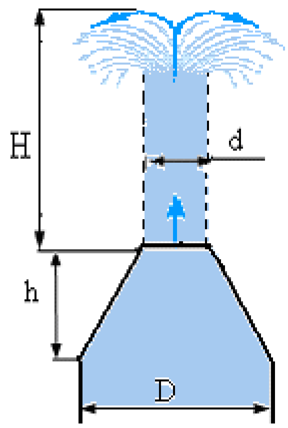
Exercice 3 (3 pts) : Un fluide s'écoule dans une conduite circulaire de rayon r_0 (voir figure ci-contre). Dans une section quelconque le profil de la vitesse parabolique est donné par l'équation suivante: $U(r) = \gamma(r_0^2 - r^2)$. La valeur de γ est : 30.0 $m^{-1}s^{-1}$.

- Calculer le débit.
- Calculer la vitesse moyenne.



Exercice 4 (4 pts)

- Calculer le débit volumique d'un jet d'eau s'élevant verticalement à la hauteur H=8m et sortant d'un convergent dont les diamètres d'entrée et de sortie sont D=50mm et d=10mm.
- Déterminer la pression effective à l'entrée du convergent si h=0.5 m, voir figure ci-contre.

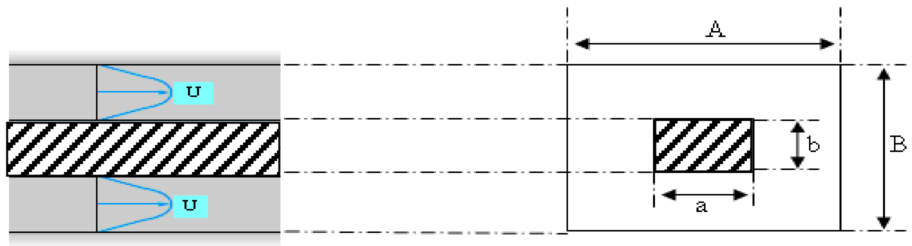


Exercice 5 (4 pts): De l'eau s'écoule dans l'espace annulaire composé par deux conduites rectangulaires ayant un même axe comme le montre la figure ci-dessous. Déterminer la perte de charge unitaire (L = 1 m), quand le débit est 3.5 10^{-2} m^3/s

Données : A = 25 cm ; B = 20 cm ; a = 15 cm ; b = 10 cm

Viscosité cinématique de l'eau : $\nu = 10^{-6}$ m^2/s.

Rugosité de la paroi de la conduite : k = 1 mm.



Solution du contrôle de la MDF (ST2 -2007)

Exercice1(4.pts)

$p_1 = p_2$ ....(1.pt)

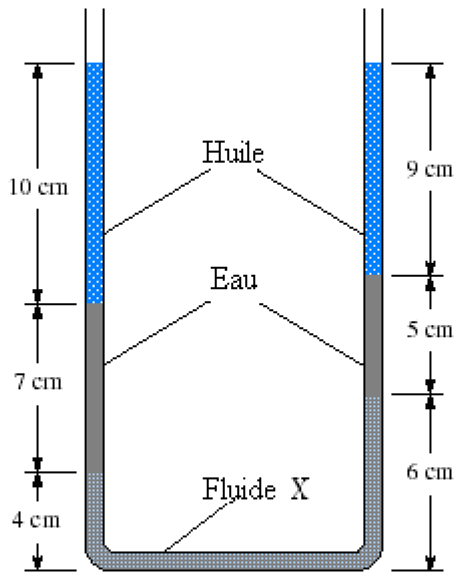
$p_1 = \rho_h g10 + \rho_e g7$ ....(1.pt)

$p_2 = \rho_h g9 + \rho_e g5 + \rho_x g(6-4)$ ....(1.pt)

donc

$$\rho_x = \frac{\rho_h(10-9) + \rho_e(7-5)}{(6-4)}$$ ....(0.5 pt)

$$\boxed{\rho_x = \frac{\rho_h + 2\rho_e}{2} = \frac{889 + 2*1000}{2} = 1444.5kg/m^3}$$ ....(0.5 pt)



Exercice 2 (5 pts) :

Force exercée par l'eau sur le barrage :

Première formulation :

$$F = p_{CG}A = \rho g\frac{H}{2}HL = \rho gL\frac{H^2}{2}$$

.... (1.pt)

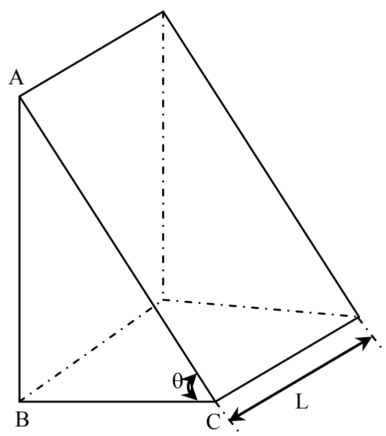
A.N : $F = 10^3 \times 9{,}81 \times 5 \times (20)^2 \times 0{,}5 = 9{,}81\ 10^6$ N.

.... (0.5 pt)

Point d'application de la force F :

$$: y_{CP} = \frac{I_{xxCG}}{y_{CG}A} + y_{CG} = \frac{LH^3/12}{H/2\,HL} + \frac{H}{2} = \frac{2}{3}H$$

Poids du barrage



Le poids du barrage est

$P = mg = \rho_b g\vartheta$

ϑ représente le volume du barrage : $\vartheta = S_{ABC}L$

S_{ABC} est la surface du triangle ABC ;

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.BC$$

Mais

$$\sin 60° = \frac{AB}{AC} \quad et \cos 60° = \frac{BC}{AC} \Rightarrow B$$

Et donc :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\frac{AB^2}{tg60°}$$

$$P = \rho_b gL\frac{AB^2}{2\,tg60°}$$ ......

....

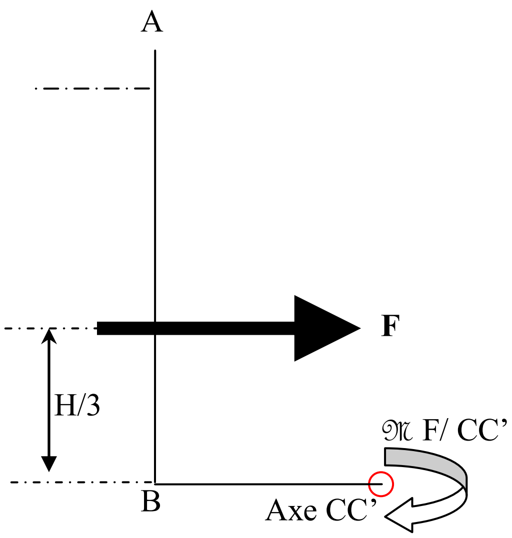
....

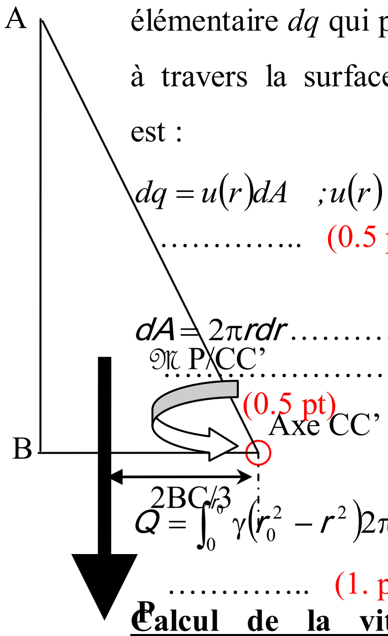
(0.5 pt)

Solution du contrôle de la MDF (ST2 -2007)

A.N : $P = 2200 \times 9{,}81 \times 5 \times (25)^2 / (2 \times 1{,}732) = 1{,}947\ 10^7$ N .... (0.5 pt)

Moment de F et de P par rapport à l'axe CC'.

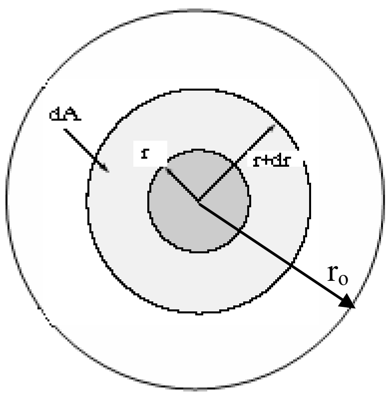




𝔐F/CC'= Fx H/3 =6,54 10^7 N.m .... (0.5 pt)

𝔐p/CC'= Px 2BC/3 = 1,8735 10^8 N.m .... (0.5 pt)

Exercice 3 (3 pts) : Considérons une section quelconque de la conduite circulaire.



Calcul du débit : le profil de vitesses étant parabolique (la vitesse n'est pas la même sur toute la section), le débit élémentaire *dq* qui passe à travers la surface *dA* est :

$$dq = u(r)dA \quad ; u(r) = \gamma\left(r_0^2 - r^2\right)$$

.... (0.5 pt)

$dA = 2\pi r dr$ ....
.... (0.5 pt)

$$Q = \int_0^{r_0} \gamma\left(r_0^2 - r^2\right) 2\pi r dr = \frac{\gamma \pi r_0^4}{2}$$

.... (1. pt)

Calcul de la vitesse moyenne :

$$U_{moy} = \frac{Q}{A} = \frac{\frac{\gamma \pi r_0^4}{2}}{\pi r_0^2} = \frac{\gamma r_0^2}{2}$$

.... (1. pt)

Exercice4

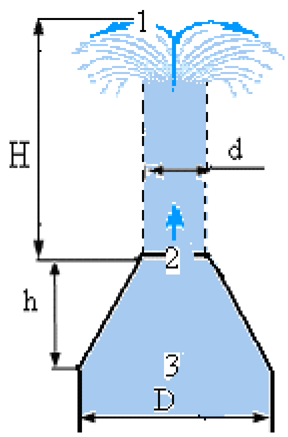
1-Le débit volumique du jet d'eau Q :

$$Q = V_2 \times S_2 = V_2 \frac{\pi d^2}{4}$$

...........................(0.5 pt)

-Calcul de la vitesse moyenne V_2 :

Solution du contrôle de la MDF (ST2 -2007)



-En appliquant l'équation de Bernoulli entre 1 et 2 on obtient :

$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2 \text{.................(0.5 pt)}$$

$$p_1=p_2=p_{atm} \qquad V_1=0 \text{ ....(0.5 pt)}$$

Donc

$$V_2=\sqrt{2g(z_1-z_2)}=\sqrt{2gH}=\sqrt{2\times 9.81\times 8}=12.53m/s \text{ ..(0.25pt)}$$

Et

$$Q=12.53\times\pi\times(10^{-2})^2/4$$

$$\boxed{Q=0.00098\text{m}^3/\text{s}=0.98\text{ l/s}} \text{.....................(0.25 pt)}$$

2-Déterminer la pression effective à l'entrée du convergent :

En appliquant l'équation de Bernoulli entre 2 et 3 on obtient :

$$\frac{p_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2=\frac{p_3}{\rho g}+\frac{V_3^2}{2g}+z_3 \text{ ....(0.5 pt)}$$

$$p_2=p_{atm}$$

En appliquant l'équation de continuité entre 2 et 3 on trouve :

$$V_2\frac{\pi d^2}{4}=V_3\frac{\pi D^2}{4}\Rightarrow V_3=V_2\frac{d^2}{D^2} \text{ ....(0.5 pt)}$$

$$\frac{p_3-p_{atm}}{\rho g}=\frac{V_2^2}{2g}\left(1-\frac{d^4}{D^4}\right)+z_2-z_3$$

$$p_{3effective}=\rho\frac{V_2^2}{2}\left(1-\frac{d^4}{D^4}\right)+\rho gh \text{ ....(0.5 pt)}$$

On a trouvé que :

$$V_2=\sqrt{2gH}$$

donc

$$p_{3effective}=\rho gH\left(1-\frac{d^4}{D^4}\right)+\rho gh$$

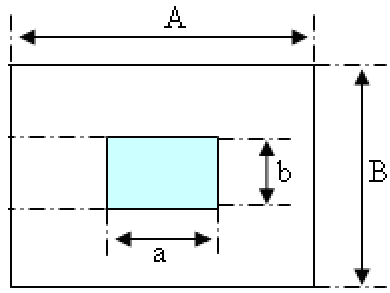
$$=\rho g\left(H\left(1-\frac{d^4}{D^4}\right)+h\right)$$

$$=1000\times 9.81\left(8\left(1-\frac{0.01^4}{0.054^4}\right)+0.5\right)$$

Solution du contrôle de la MDF (ST2 -2007)

$\boxed{p_{3effective} = 83292.70\text{Pa} \approx 0.83 \text{ bar}}$.............(0.5 pt)

Exercice 5 (4 pts): Considérons une section quelconque de la conduite annulaire de forme rectangulaire.



Calcul de la perte de charge unitaire :

Régime de l'écoulement $R_e = \dfrac{uD_h}{\nu}$ calculons le diamètre hydraulique D_h

$$D_h = 4\frac{A_m}{P_m} = 4\frac{(AB - ab)}{2(A+B)+2(a+b)} = 2\frac{(AB-ab)}{(A+B+a+b)} = 0.1m \text{.........} \quad \text{(1. pt)}$$

$$u = \frac{Q}{A_m} = \frac{Q}{AB - ab} = 1.0\, m/s \text{...} \quad \text{(0.5 pt)}$$

Donc $R_e = \dfrac{uD_h}{\nu} = 10^5$ le régime est turbulent on calcul le coefficient de frottement λ par la

relation de COLEBROOK $\dfrac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2Log_{10}\left[\dfrac{k}{3{,}71D} + \dfrac{2{,}51}{R_e\sqrt{\lambda}}\right]$ .... (0.5 pt)

On trouve par itération : $\lambda = 3{,}847\ 10^{-2}$............................... (1. pt)

$\Delta H = 1{,}96\ 10^{-2}$ m H_2O .... (1. pt)