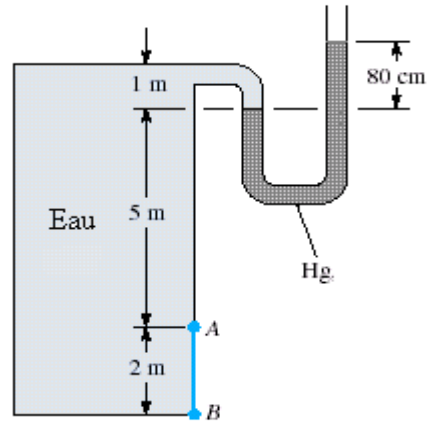


Contrôle de Rattrapage deMécanique Des Fluides

(durée 1H 30mn)

Exercice 1 (6 pts)

L'eau dans le réservoir illustré sur la figure ci-contre est sous pression, elle est donnée par la lecture du manomètre à mercure. Déterminer la force hydrostatique sur la vanne AB de largeur 1 m. La masse volumique de l'eau $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg/m}^3$
La masse volumique du mercure $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$

**Exercice 2 (6 pts) :**

Du gaz carbonique circule dans une conduite circulaire de diamètre égal à 7,5 cm. Les données relatives à l'écoulement entre un point A et un point B situé en aval sont :

$$V_A = 4,5 \text{ ms}^{-1} \quad p_A(\text{absolue}) = 2,06 \text{ bars} \quad T_A = 21^\circ \text{C}$$

$$V_B = ? \quad p_B(\text{absolue}) = 1,373 \text{ bars} \quad T_B = 32^\circ \text{C}$$

La valeur de la constante r pour le gaz carbonique est $189,33 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$

- ♦ Calculer la vitesse au point B.
- ♦ Comparer les débits volumiques en A et B.

Exercice 3 (8 pts):

Dans une conduite circulaire de diamètre $D = 10 \text{ cm}$, dont la longueur est $L = 1 \text{ Km}$ et dont la rugosité est $k = 3 \text{ mm}$; circule de l'eau dont la masse volumique est $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ et dont la viscosité cinématique est $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

1. Montrez que la perte de charge ΔH se produisant dans cette conduite peut être donnée par l'expression suivante :

$$\Delta H = \frac{8L}{g\pi^2 D^5} Q^2 \lambda \quad \lambda \text{ étant le coefficient de perte de charge}$$

2. Calculer la perte de charge dans cette conduite pour un débit $Q = 1.5708 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.
3. Que devient cette perte de charge quand le débit devient $Q = 7.854 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

Corrigé du contrôle de Rattrapage de la MDF (ST2-2007)

Exercice1 (4 pts)

La force hydrostatique appliquée sur la vanne AB est F

$$F = p_{cg} S_{AB} \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

Où

p_{cg} est la pression effective au centre de gravité de la vanne.

S_{AB} est la surface de la vanne.

$$p_{cg} = p_{meff} + \rho_{eau} g H_{cg} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$p_{meff} = p'_{meff} = \rho_{Hg} g \Delta H_{Hg} \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

$$= 13600 \cdot 9.81 \cdot (80 \cdot 10^{-2})$$

$$= 106732.8 \text{ N/m}^2 \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

$$p_{cg} = 106732.8 + 1000 \cdot 9.81 (5 + 2/2)$$

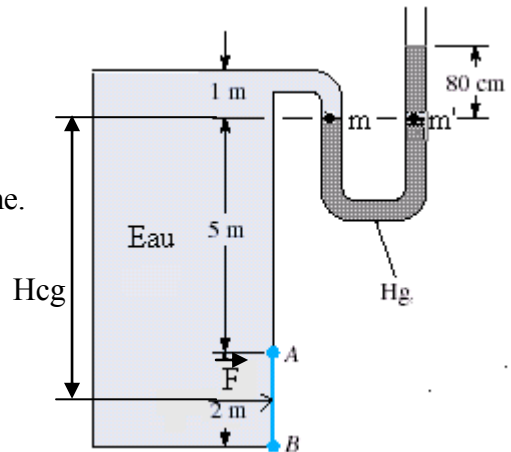
$$= 165592.8 \text{ N/m}^2 \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

$$S_{AB} = L \times H = 1 \times 2 = 2 \text{ m}^2 \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

Donc

$$F = 165592.8 \times 2$$

$$F = 331185.6 \text{ N} \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$



Exercice 2 (6 pts) :

Vitesse au point B:

$$\text{Débit massique au point A : } \dot{m}_A = \rho_A V_A S_A \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

$$\text{Débit massique au point B : } \dot{m}_B = \rho_B V_B S_B \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

* Principe de continuité :

$$\dot{m}_A = \dot{m}_B \Rightarrow \rho_A V_A S_A = \rho_B V_B S_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow V_B = V_A \frac{\rho_A}{\rho_B} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$\text{* Loi des gaz parfaits : } \frac{P_A}{\rho_A} = r T_A \text{ et } \frac{P_B}{\rho_B} = r T_B \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{P_A T_B}{P_B T_A} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$\text{Et la vitesse au point B sera : } V_B = V_A \frac{P_A T_B}{P_B T_A} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$\text{A.N : } V_B = 4.5 \frac{2.06 (32 + 273)}{1.373 (21 + 273)} = 7.00 \text{ m/s} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

Corrigé du contrôle de Rattrapage de la MDF (ST2-2007)

Comparaison des débits volumiques:

$$Q_A = V_A \pi R^2 = V_B \pi R^2 \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{4.5}{7.0} = 0.64$$

Donc le débit volumique n'est pas conservé car c'est un fluide *compressible* (la masse volumique n'est pas constante)1.0pt

Exercice 3 (10 pts):

1) Expression de la perte de charge :

La perte de charge est donnée par la relation suivante :

$$\Delta H = \frac{U^2}{2g} \lambda \frac{L}{D} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$\text{mais } U = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi D^2 / 4} = \frac{4Q}{\pi D^2} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$\Rightarrow U^2 = \frac{16Q^2}{\pi^2 D^4}$$

$$\text{et donc } \Delta H = \frac{8L}{g \pi^2 D^5} Q^2 \lambda \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

2) Pertes de charge pour un débit volumique $Q = 1.5708 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.

-Régime de l'écoulement : on calcule le nombre de Reynolds

$$R_e = \frac{UD}{\nu} = \frac{4Q}{\nu \pi D} \text{ comme } Q = 1.5708 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} \text{ alors } R_e = 2.10^3 < 2300 \dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

Donc le régime est laminaire et le coefficient de pertes de charge est donné par la

$$\text{relation : } \lambda = \frac{64}{R_e} = 3,210^{-2} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

Et par conséquent :

$$\Delta H = \frac{8L}{g \pi^2 D^5} Q^2 \lambda = 6.5 \cdot 10^{-3} \text{ mH}_2\text{O} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

3) Pertes de charge pour un débit volumique $Q = 7.854 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

-Régime de l'écoulement : on calcule le nombre de Reynolds

$$R_e = \frac{UD}{\nu} = \frac{4Q}{\nu \pi D} \text{ comme } Q = 7.854 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \text{ alors } R_e = 1.10^5 > 2300 \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

Corrigé du contrôle de Rattrapage de la MDF (ST2-2007)

Donc le régime est turbulent on calcule le coefficient de frottement λ par la relation de

COLEBROOK $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[\frac{k}{3,71D} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right] \dots\dots\dots (1.0 \text{ pt})$

On trouve : $\lambda = 5,741632 \cdot 10^{-2} \dots\dots\dots (1.0 \text{ pt})$

$\Delta H = 29,27 \text{ m H}_2\text{O} \dots\dots\dots (1.0 \text{ pt})$