

Contrôle de Rattrapage de Mécanique Des Fluides
(1H30min)

Exercice 1 :

Calculer la différence de pression entre les points A et B. (Figure 1)

On donne les masses volumiques :

$$\rho_{\text{Benzène}} = 880 \text{ kg/m}^3,$$

$$\rho_{\text{Mercure}} = 13570 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{Kérozène}} = 804 \text{ kg/m}^3$$

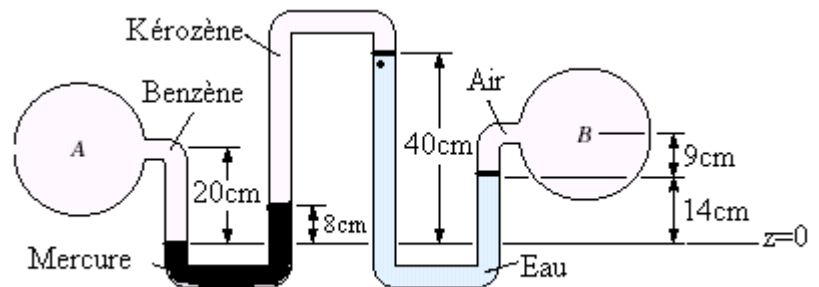


Figure 1

Exercice2 :

Un petit barrage d'eau AB dont la forme est donnée par $z=x^3$ et de largeur $L=2\text{m}$ est schématisé par la figure2.

- Calculer la force horizontale exercée par l'eau sur ce barrage.
- Calculer la force verticale exercée par l'eau sur ce barrage.
- Calculer la force résultante et son angle d'inclinaison.

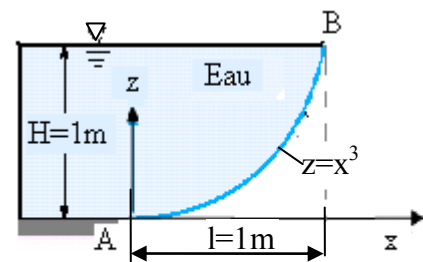


Figure 2

Exercice3 :

Deux grands réservoirs remplis d'eau sont reliés par un système de trois conduites A, B et C de même diamètre $d=8\text{cm}$, voir figure 3.

Les coefficients de perte de charge linéaire des conduites sont $\lambda_A=0.027$, $\lambda_B=0.03$ et $\lambda_C=0.035$.

Le coefficient de perte de charge singulière de la vanne est $k=0.5$.

1-Ecrire l'équation de Bernoulli entre les points 1 et 2 à travers le circuit A-B.

2- Ecrire l'équation de Bernoulli entre les points 1 et 2 à travers le circuit A-C

3-Calculer les vitesses d'écoulement dans les trois conduites.

4-Calculer les débits volumiques dans les trois conduites.

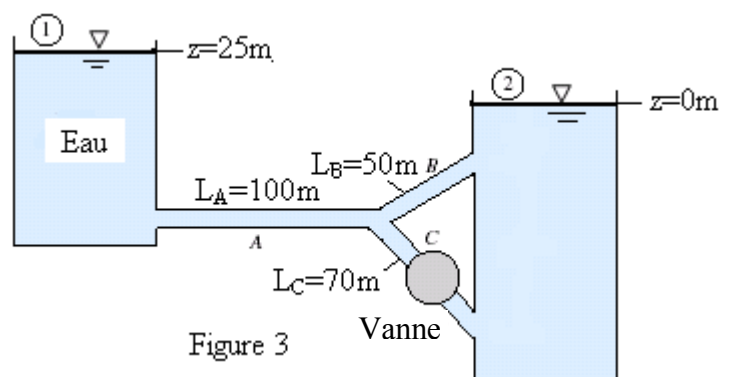


Figure 3

Corrigé du Rattrapage(09)

de M.D.F

Exercice 1: (4pts)

Calculer la différence de pression entre A et B

En appliquant l'éq. de l'hydrostatique entre les

différents points ou trouve:

$$P_A + \rho_B \cdot g z_A = P_1 + \rho_B g z_1 \quad (0,5)$$

$$P_1 + \rho_H g z_1 = P_2 + \rho_H g z_2 \quad (0,5)$$

$$P_2 + \rho_K g z_2 = P_3 + \rho_K g z_3 \quad (0,5)$$

$$P_3 + \rho_E g z_3 = P_4 + \rho_E g z_4 \quad (0,5)$$

$$P_A = P_B \quad (\rho_{Ain} \text{ est négligeable}) \quad (0,5)$$

par sommation on trouve:

$$P_A + \rho_B g z_A + \rho_H g z_1 + \rho_K g z_2 + \rho_E g z_3 = \rho_B g z_1 + \rho_H g z_2 + \rho_K g z_3 + \rho_E g z_4 + P_B$$

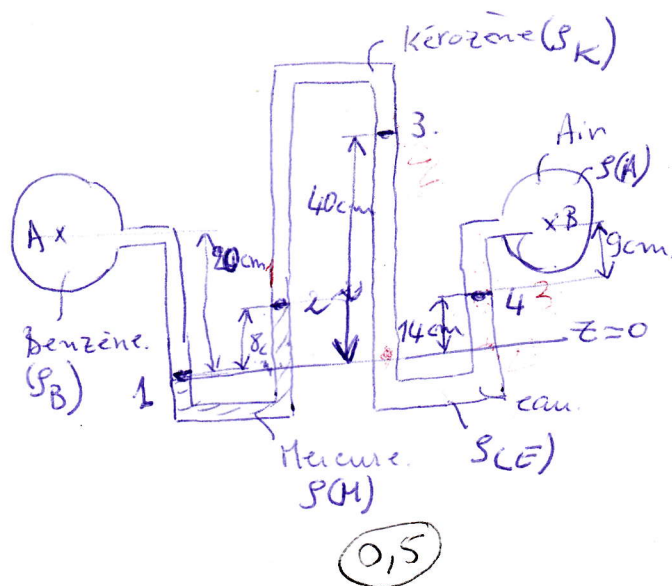
done:

$$P_A - P_B = \rho_B g (z_1 - z_A) + \rho_H g (z_2 - z_1) + \rho_K g (z_3 - z_2) + \rho_E g (z_4 - z_3) \quad (0,5)$$

AN:

$$P_A - P_B = 880 \cdot 9,81 (0 - 0,20) + 13570 \cdot 9,81 (0,08 - 0) + 804 \cdot 9,81 (0,4 - 0,08) + 1000 \cdot 9,81 (0,14 - 0,4)$$

$$P_A - P_B = 8896,49 \text{ Pa} \quad (0,5)$$



(6pts)

Calculer la force horizontale:

$$F_H = \rho_{CG} \cdot S_{projete}$$

$$= \rho \cdot g \cdot H_{CG_{proj}} \cdot S_{proj}$$

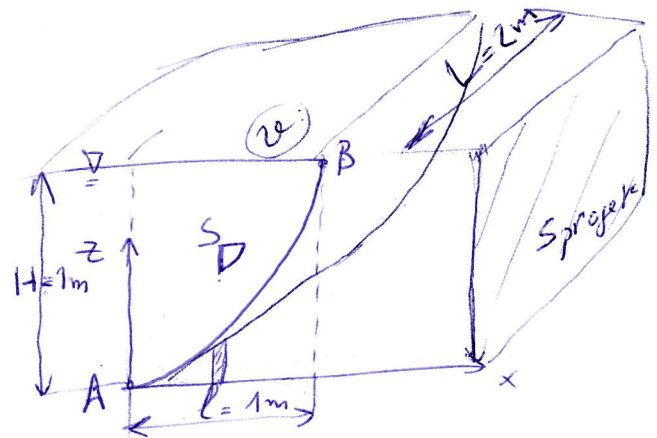
$$= \rho g \frac{H}{2} \times (H \times L)$$

$$= \rho g \frac{H^2 \times L}{2}$$

AN:

$$F_H = 10^3 \cdot 9,81 \cdot \frac{1^2 \times 2}{2}$$

$$F_H = 9810 \text{ N}$$



b. Calculer la force verticale:

$$F_V = \rho \cdot g \cdot v$$

$$= \rho \cdot g \cdot S_D \cdot L$$

$$S_D = H \times l - \int_0^l z(x) dx$$

$$= H \times l - \int_0^l x^3 dx$$

$$= H \times l - \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^l = H \times l - \frac{l^4}{4}$$

$$= 1 \times 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ m}^2$$

donc

$$F_V = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 0,75 \cdot 2$$

$$F_V = 14715 \text{ N}$$

c. Calculer la force résultante:

$$F = \sqrt{F_V^2 + F_H^2} = \sqrt{14715^2 + 9810^2} = 17685,23 \text{ N} = F$$

Son angle d'inclinaison:

$$\theta = \arctg \frac{F_V}{F_H} = \arctg \frac{14715}{9810} = 56,31^\circ = \theta$$

Ex N°3 (10pts)

Ecrire l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2 à travers le circuit A-B.

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \Delta H_{L(A)} + \Delta H_{L(B)} \quad (0,5)$$

$$P_1 = P_2 = P_{atm} \quad (0,5)$$

$$V_1 = V_2 = 0 \quad (0,5)$$

$$\text{donc: } z_1 - z_2 = \lambda_A \cdot \frac{V_A^2}{2g} \cdot \frac{L_A}{d_A} + \lambda_B \cdot \frac{V_B^2}{2g} \cdot \frac{L_B}{d_B} \quad (0,5)$$

$$z_1 - z_2 = \lambda_A \cdot \frac{V_A^2}{2g} \cdot \frac{L_A}{d} + \lambda_B \cdot \frac{V_B^2}{2g} \cdot \frac{L_B}{d}$$

$$(25 - 0) = 0,027 \cdot \frac{V_A^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{100}{0,08} + 0,03 \cdot \frac{V_B^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{50}{0,08}$$

$$25 = 1,72 \cdot V_A^2 + 0,955 V_B^2 \quad (1) \quad (0,5)$$

2. Ecrire l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2 à travers le circuit A-C.

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \Delta H_{L(A)} + \Delta H_{L(C)} + \Delta H_{S(\text{vanne})} \quad (0,5)$$

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

$$V_1 = V_2 = 0$$

$$\text{donc: } z_1 - z_2 = \lambda_A \cdot \frac{V_A^2}{2g} \cdot \frac{L_A}{d_A} + \lambda_C \cdot \frac{V_C^2}{2g} \cdot \frac{L_C}{d_C} + k \cdot \frac{V_C^2}{2g} \quad (0,5)$$

$$z_1 - z_2 = \lambda_A \cdot \frac{V_A^2}{2g} \cdot \frac{L_A}{d} + \left(\lambda_C \cdot \frac{1}{2g} \cdot \frac{L_C}{d} + \frac{k}{2g} \right) \cdot V_C^2$$

$$25 = 0,027 \cdot \frac{V_A^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{100}{0,08} + \left(0,035 \cdot \frac{70}{2 \cdot 9,81} + \frac{95}{2 \cdot 9,81} \right) \cdot V_C^2$$

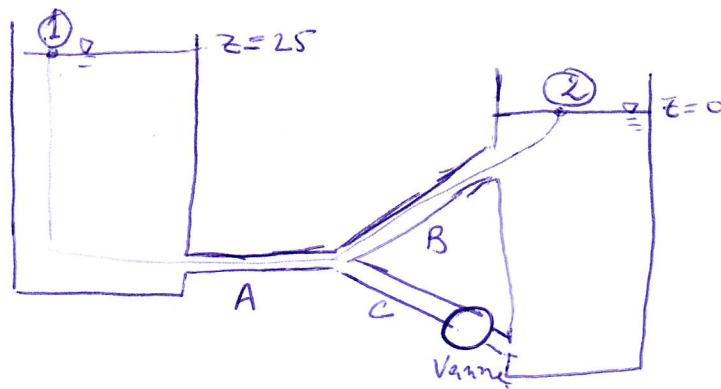
$$25 = 1,72 V_A^2 + 1,586 V_C^2 \quad (2) \quad (0,5)$$

3. Calculer les vitesses d'écoulement dans les trois conduites:

On a l'éq. de Continuité: $Q_A = Q_B + Q_C$ (0,5)

puisque les 3 conduites ont le même diamètre donc la même section on obtient:

$$V_A = V_B + V_C \quad (3) \quad (0,5)$$



On a donc un système de trois équations ①, ② et ③ et trois inconnues V_A , V_B et V_C .

on résout le syst.:

$$25 = 1,72 V_A^2 + 0,955 V_B^2 \quad \text{--- ①}$$

$$25 = 1,72 V_A^2 + 1,586 V_C^2 \quad \text{--- ②}$$

$$V_A = V_B + V_C \quad \text{--- ③}$$

$$\text{①} - \text{②} \Rightarrow 0 = 0,955 V_B^2 - 1,586 V_C^2 \Rightarrow V_B^2 = 1,66 V_C^2 \quad \text{--- ④}$$

$$\therefore V_B = 1,288 V_C \quad \text{--- ④'}$$

$$\text{④' dans ③} \Rightarrow V_A = 2,288 V_C \quad \text{--- ⑤}$$

$$\text{⑤ dans ②} \Rightarrow 25 = 10,59 V_C^2 \Rightarrow V_C = \sqrt{\frac{25}{10,59}} \Rightarrow V_C \approx 1,54 \text{ m/s}$$

(0,5)

donc: $V_A = 2,288 \cdot 1,54$

$$V_A \approx 3,52 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

et $V_B = 1,98 \text{ m/s} \quad (0,5)$

4- Calculer les débits volumiques dans les trois conduites:

$$Q_A = V_A \cdot S_A = \pi \frac{d^2}{4} \cdot V_A = \pi \frac{0,08^2}{4} \cdot 3,52 \approx 0,0177 \text{ m}^3/\text{s} \quad (0,5)$$

$$Q_B = V_B \cdot S_B = \pi \frac{d^2}{4} \cdot V_B = \pi \frac{0,08^2}{4} \cdot 1,98 \approx 0,0099 \text{ m}^3/\text{s} \quad (0,5)$$

$$Q_C = V_C \cdot S_C = \pi \frac{d^2}{4} \cdot V_C = \pi \frac{0,08^2}{4} \cdot 1,54 \approx 0,0077 \text{ m}^3/\text{s}$$