Université de Mascara
Faculté des Sciences Exactes
Département mathématiques
Module : Equations de la physique mathématique

Travaux dirigés
L.M.D Année 2016-2017
Enseignant : Dr. Bahlil Mounir

TD n$^\circ$ 01

Exercice 1

Pour chacune des équations aux dérivées partielles ci-dessous, indiquer son ordre, si elle est linéaire ou non, si elle est linéaire homogène ou non.

$$a)\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial u}{\partial y} = y; \quad b)\ (\frac{\partial u}{\partial x})^2 + u(\frac{\partial u}{\partial y}) = 1; \quad c)\ \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = 0;$$

$$d)\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \sin(x); \quad e)\ (\frac{\partial^2 u}{\partial x^2})^2 + (\frac{\partial u}{\partial x})^2 + \sin(u) = e^y.$$

Exercice 2

Vérifier que les fonctions $u(x, y) = x^2 - y^2$ et $u(x, y) = e^x \sin(y)$ sont bien des solutions de l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

Exercice 3

Déterminer la solution générale de

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + u = 0 \quad \text{où} \ \ u = u(x, y).$$

Exercice 4

Déterminer la solution générale de

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{où} \ \ u = u(x, y).$$

en utilisant les nouvelles coordonnées : $\xi = x + y$ et $\eta = x - y$.

Exercice 5

montrer en utilisant la règle de chaines que l'équation de la chaleur

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2})$$

exprimée en coordonnées polaires : $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \arctan(\frac{y}{x})$ est

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}) \quad \text{où} \ \ u = u(x, y, t) = u(r, \theta, t).$$