Université de Mascara
Faculté des Sciences Exactes
Département de mathématiques
Module : *Equations de la physique mathématique*

Travaux dirigés
L.M.D Année 2016-2017
Enseignant : Dr. Bahlil Mounir

TD n° 02

Exercice 01

Montrer que l'EDP

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\lambda \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

peut s'écrire sous la forme

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial}{\partial t} - c\frac{\partial}{\partial x} + 2\lambda\right) u - 2c\lambda \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

où $u = u(x,t)$. Conclure de ceci que cette EDP est équivalente au système

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - c\dfrac{\partial u}{\partial x} = v - 2\lambda u; \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} + c\dfrac{\partial v}{\partial x} - 2c\lambda \dfrac{\partial u}{\partial x} = 0. \end{cases}$$

Exercice 02

Résoudre le problème à valeur initiale suivant

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c\frac{\partial u}{\partial x} + \lambda u = 0 \quad \text{avec} \quad u(x,0) = f(x),$$

où $\lambda > 0$, $f(x)$ est une fonction donnée et $u = u(x,t)$.

Exercice 03

Considérer la solution de d'Alembert de l'équation d'onde pour le déplacement initial $f(x)$ et la vitesse initiale $g(x)$ suivants:

a) $f(x) = x$ et $g(x) = 0$; b) $f(x) = 0$ et $g(x) = x$; c) $f(x) = \sin(x)$ et $g(x) = -c\cos(x)$;
d) $f(x) = \sin(x)$ et $g(x) = c\cos(x)$.

Exercice 04

Résoudre le problème à valeur initiale suivant

$$\frac{\partial u}{\partial t} + e^x \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{avec} \quad u(x,0) = x$$

où $u = u(x,t)$.