Université de Mascara

Faculté des sciences exactes

Département de mathématiques **Optimisation sans contraintes**

3éme année maths **E M D** **durée : 1h30mn**

Exercice n°1 :(6points)

1) Montrer l'inégalité de young :

$\forall\, a\,,b > 0\,,\quad \forall p\,,\ q \in N\ \ tels\ que\ \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$ on a $ab \leq \frac{a^p}{p}+\frac{b^q}{q}$

2) Montrer que la fonction indicatrice d'un ensemble K définie par :

$$I_K = \begin{cases} 0 & si \quad x \in K \\ +\infty & si\ non \end{cases}$$

Est convexe si et seulement si K est convexe

Exercice n°2 : (4points)

Trouver les minima et les maxima sur R^2de la fonction f définie sur R^2
par :$f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

Exercice n°3 : (4points)

Etudier la differentiabilité de l'operateur suivant :

G : C^1([a,b], R^n) $\times C$ ([a,b], R^k) $\rightarrow R$

$$\big(x(.),u(.)\big) \rightarrow \int_a^b L\big(t\,,x(t),u(t)\big)dt \ + \omega\big(x(a)\big) + \omega(\,x(b))$$

Exercice n°4: (6points) :

Ecrire l'algorithme du gradient conjugué dans le cas général

Démontrer la relation de récurrence

Fin boncourage