CHAPITRE 1

Filtres passifs d'harmoniques

Les filtre passifs d'harmonique est l'une des solutions efficaces utilisées pour réduire ou empêcher la propagation des harmoniques dans le réseau électrique. Un tel filtre consiste à combiner entre des réactances capacitives et inductives afin de constituer un ou des pièges aux harmoniques dont on veut éviter la propagation. Il y a plusieurs configurations possibles de filtres passifs qu'on peut classer en filtre résonant simple, filtre multi-résonant, filtre passe haut (ou filtre amorti de second degré). Bien que les configurations sont très diverses, la figure 1.1 représente les plus fréquemment rencontrées ;

Filtre résonant : : Accordé à une fréquence spécifique, et donc capable de piéger 'éliminer' un seul harmonique ;

Filtre passe haut : Accordé à une fréquence à partir de laquelle il doit piéger tous les harmoniques supérieurs, donc capable d'éliminer plusieurs harmoniques ;

Filtre à double résonance : Accordé à deux fréquences distinctes pour pouvoir éliminer deux harmoniques ;

Filtre type C : C'est une filtre passe haut également mais avec des caractéristiques meilleurs (compensation de la puissance réactive, et moins de pertes).

Le principe d'un filtrage passif d'harmonique (ou de filtrage d'harmonique en général) est illustré sur la figure 1.2 ; Il s'agit d'insertion en dérivation avec la charge polluante d'un filtre calculé de sorte à constituer un piège aux harmoniques générés par la charge non linéaire, pour que le courant côté source reste le plus proche possible de la forme sinusoïdale. En effet, pour une charge non linéaire qui absorbe un courant constitué du rang 1 plus les rangs 5, 7, si le filtre en question est calculé pour piéger l'harmonique 5, le courant côté source sera alors constitué des rangs 1 et 7. Si ce filtre est calculé pour piéger les rangs 5 et 7, alors le courant de source sera uniquement constitué du rang fondamental et par conséquent, sinusoïdal.

1.1 Calcul des filtres passifs

Le calcul d'un filtre passif consiste à dimensionner ses éléments RLC. Ce calcul est plus au moins complexe en fonction de la complexité de sa configuration. Les paramètres pris en compte dans ce calcul sont souvent :

1. La tension nominale V (fondamentale) de fonctionnement, c'est-à-dire, la tension au jeu de barre où le filtre est connecté ;
2. La puissance réactive Q_F que ce filtre est appelés à compenser ;
3. Le(s) rang(s) d'harmonique(s) h_n auquel(s) ce filtre est accordé ;
4. Le facteur de qualité Q du filtre.

Le résultat de calcul à base des ces paramètres peut être ajusté par une vérification de la réponse du filtre (impedance scan) pour éviter des résonances indésirables avec les éléments du réseau.

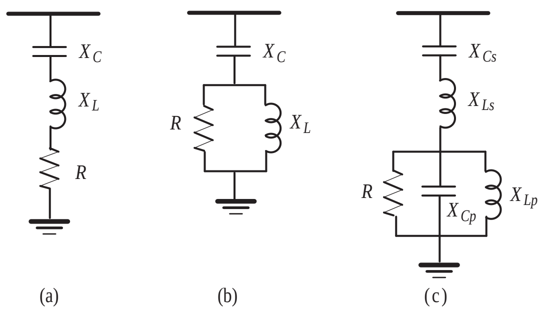

FIGURE 1.1 – Filtres passifs d'harmoniques ; (a) Filtre résonant, (b) Filtre passe haut, (c) Filtre à double résonance, (d) Filtre type C.

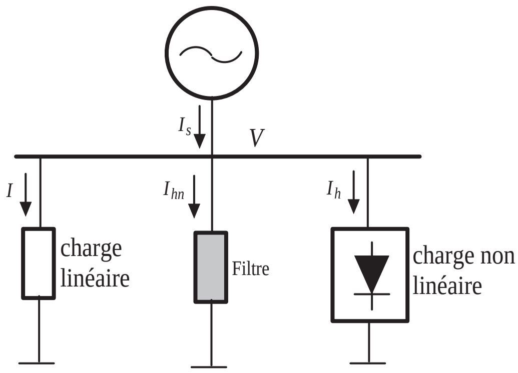

FIGURE 1.2 – Principe de filtrage passif d'harmoniques.

1.2 Filtre série résonnant

Un filtre série [1] résonant est une réactance capacitive en série avec une réactance inductive qui sert à piéger un harmonique spécifique lorsque la fréquence de celui-ci fait que la réactance capacitive X_C est égale à la réactance inductive X_L. Face à cet harmonique, l'impédance de ce filtre est alors théoriquement zéro (si on néglige sa résistance).

Soit un filtre avec des réactances capacitive et inductive données à la fréquence fondamentale par X_C et X_L. Lorsque ce filtre résonne face à un harmonique de rang h_n,

$$X_{Ln} = h_n X_L = X_{Cn} = X_C / h_n = X_n \tag{1.1}$$

On déduit alors la réactance caractéristique du filtre comme ;

$$X_n = \sqrt{X_L X_C} = \sqrt{L/C} \tag{1.2}$$

La résonance de ce filtre aura lieu au rang

$$h_n = f_n / f_1 = \frac{1}{\omega_1 \sqrt{LC}} = \sqrt{X_C / X_L} \tag{1.3}$$

Cette résonance aura donc lieu au rang h_n, si la réactance inductive est choisie comme

$$X_L = X_C / h_n^2 \tag{1.4}$$

1.2.1 Calcul du filtre résonnant

Le calcul d'un tel filtre pour une résonance à une fréquence donnée suit les étapes suivantes :

1. Ses éléments RLC sont en série, mais cela ne veut pas dire qu'il est connecté en série au réseau ! D'ailleurs il est souvent connecté en parallèle

Réactance capacitive : A partir de la puissance réactive nécessaire requise par la source d'harmonique, la réactance capacitive du filtre est déduite comme par

$$X_C = V^2/Q_C$$

Réactance inductive : Pour piéger l'harmonique de rang h_n, la réactance inductive du filtre devrait être

$$X_L = X_C/h_n^2$$

Résistance : La résistance du filtre est déduite à partir du facteur de qualité Q du filtre par

$$R = X_n/Q$$

NB. Pour un tel filtre le facteur de qualité est compris entre 30 et 100.

La capacité (Var) du filtre peut être alors déduite par :

$$Q_F = \frac{V^2}{X_C - X_L} \tag{1.5}$$

Puisque $X_L = X_C/h_n^2$, alors

$$Q_F = \frac{h_n^2}{h_n^2 - 1} Q_C \tag{1.6}$$

L'impédance du filtre résonant est donnée à chaque fréquence par

$$Z_F(h) = R + j\Big(hX_L - \frac{X_C}{h}\Big) = R + j\frac{X_C}{h_n^2}\Big(\frac{h^2 - h_n^2}{h^2}\Big) \tag{1.7}$$

La tension aux borne du condensateur est donnée par

$$\frac{V_{C1}}{V_1} = \frac{-jX_C}{R + j(X_L - X_C)} \approx \frac{h_n^2}{h_n^2 - 1} \tag{1.8}$$

A la fréquence de résonance cette tension devient alors

$$\frac{V_{Cn}}{V_n} = \frac{-jX_{Cn}}{R + j(X_{Ln} - X_{Cn})} = \frac{-jX_n}{R} = -jQ \tag{1.9}$$

Exemple : Filtre résonant simple

Filtre résonnant accordé au 11ème harmonique, avec $Q_C = 2$ Mvar, $V = 33$ kV

$$X_C = 33^2/2 = 544.5 \quad \Omega$$

$$h_n = 11, \quad \text{donc} \quad X_L = 544.5/11^2 = 4.5 \quad \Omega$$

La réactance caractéristique de ce filtre

$$X_n = \sqrt{X_L X_C} = 49.5 \quad \Omega$$

Avec un facteur de qualité égal 60, la résistance de ce filtre est

$$R = X_n/Q = 0.825 \quad \Omega$$

La capacité Var de ce filtre

$$Q_F = \frac{h_n^2}{h_n^2 - 1} Q_C = 2.017 \quad \text{Mvar}$$

L'impédance harmonique de ce filtre est exprimée alors comme suit

$$Z_F(h) = 0.825 + j\Big(4.5h - \frac{544.5}{h}\Big)$$

La tension fondamentale aux bornes du condensateur

$$V_{C1}/V_1 = 1.008, \qquad V_{C11}/V_{11} = 60$$

La réponse de ce filtre (impedance scan) est donnée sur la figure 1.3. On peut y observer que son impédance est presque nulle à $h = h_n = 11$ (en réalité elle est exactement égale $R = 0.825\ \Omega$!) ce qui forme un piège à l'harmonique 11. Pour les harmoniques de rang inférieurs à 11 le filtre est capacitif donc compense la puissance réactive, alors que pour des harmoniques de rangs supérieurs à 11, il devient inductif et par conséquent absorbe la puissance réactive. au rang fondamentale, l'impédance du filtre est égale 540 Ω ce qui correspond exactement à $Q_F = 2.017$ Mvar.

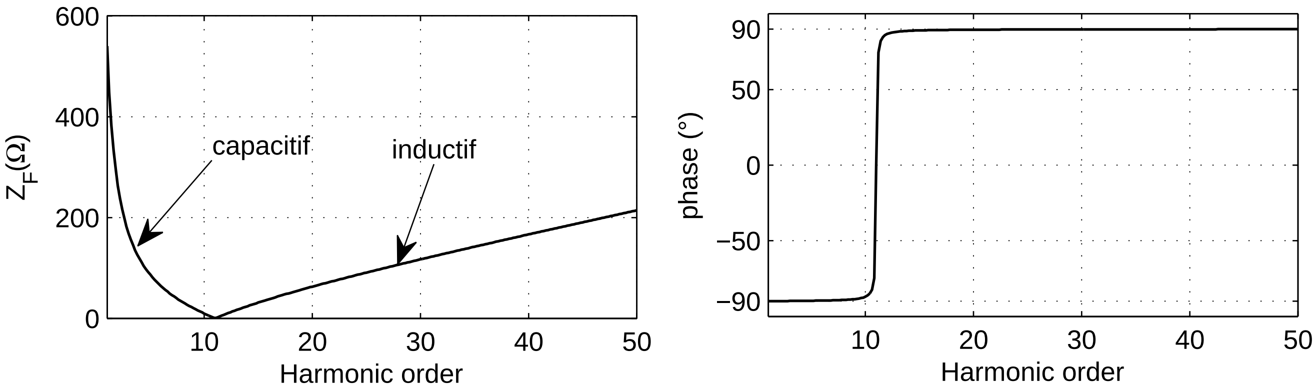

FIGURE 1.3 – Réponse fréquentielle du filtre résonant simple ; impédance en amplitude et en phase.

	Filtre 1	Filtre 2	Filtre 3	Filtre 4
Données				
Q_C (KVar)	30	20	20	20
h_n	4.67	6.61	10.45	12.39
Q		100		
V (Volts)		400		
Calculs				
X_C (Ω)	5.33	8	8	8
X_L (Ω)	0.2447	0.1831	0.0732	0.0521
R (mΩ)	11.42	12.10	07.65	06.46

TABLE 1.1 – Paramètres du banc de filtres

Exemple : Banc de filtres résonants

Le filtre résonant simple ne peut être utilisé seul. En pratique, soit plusieurs sont utilisés afin d'éliminer plusieurs harmoniques soit il est utilisé avec des filtres passe haut. Dans cet exemple illustré par la figure 1.4, quatre filtres résonants sont mis en parallèle pour former un banc capable d'éliminer plusieurs harmoniques. Les données et les calculs de ce filtre sont résumés sur le tableau 1.2.1 [2].

Les réponses des quatre filtres résonants sont représentées sur la figure 1.5. L'impédance total des quatre filtres résonants est obtenue à chaque fréquence par l'impédance équivalente en parallèle, soit ;

$$Z_F(h) = \frac{Z_{F1}(h)Z_{F2}(h)Z_{F3}(h)Z_{F4}(h)}{(Z_{F1}(h)+Z_{F2}(h))Z_{F3}(h)Z_{F4}(h)+(Z_{F3}(h)+Z_{F4}(h))Z_{F1}(h)Z_{F2}(h)}$$

Avec

$$Z_{F1}(h) = R_1 + j\frac{X_{C1}}{h_{n1}^2}\Big(\frac{h^2-h_{n1}^2}{h^2}\Big), \quad Z_{F2}(h) = R_2 + j\frac{X_{C2}}{h_{n2}^2}\Big(\frac{h^2-h_{n2}^2}{h^2}\Big)$$

$$Z_{F3}(h) = R_3 + j\frac{X_{C3}}{h_{n3}^2}\Big(\frac{h^2-h_{n3}^2}{h^2}\Big), \quad Z_{F4}(h) = R_4 + j\frac{X_{C4}}{h_{n4}^2}\Big(\frac{h^2-h_{n4}^2}{h^2}\Big)$$

En négligeant les résistances, on obtient ainsi, un filtre résonant aux quatre fréquences indiquées sur le tableau 1.2.1 comme le confirme la réponse fréquentielle représentée sur la figure 1.6.

1.3 Filtre amorti de second ordre

Relativement simple, ce filtre de second degré sert à éliminer les harmoniques d'ordre supérieurs (généralement au delà du 17ème), en leurs opposant une impédance faible, c'est pourquoi il est également

2. En pratique un filtre passif est accordé à une fréquence légèrement au-dessous de la fréquence souhaitée à cause de la diminution de la réactance capacitive et l'augmentation de la réactance inductive avec le temps

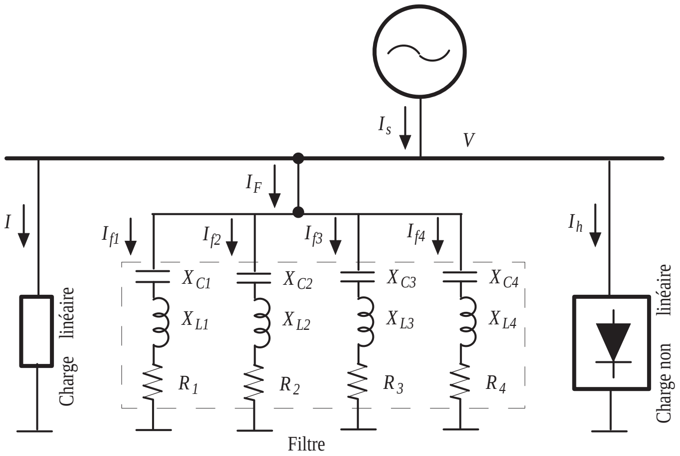

FIGURE 1.4 – Banc de quatre filtres passifs résonants.

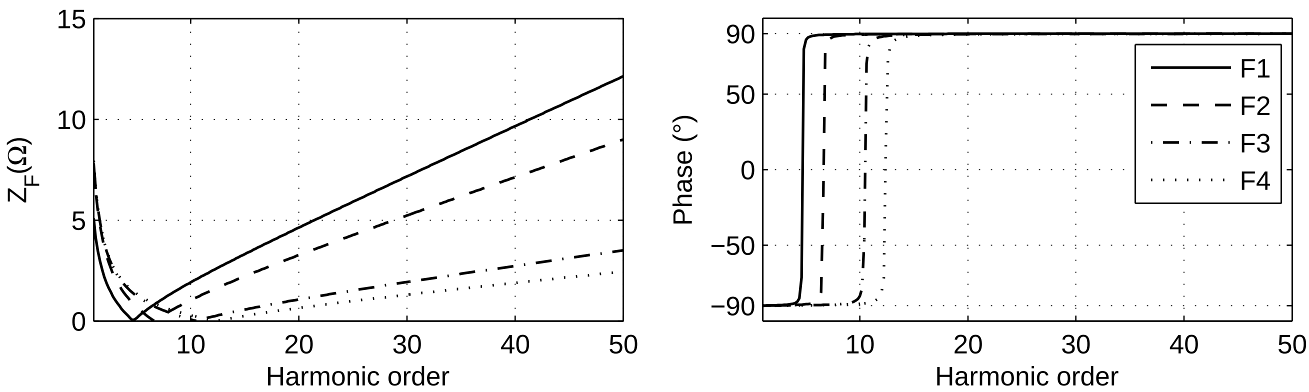

FIGURE 1.5 – Réponses fréquentielles des quatre filtre résonants.

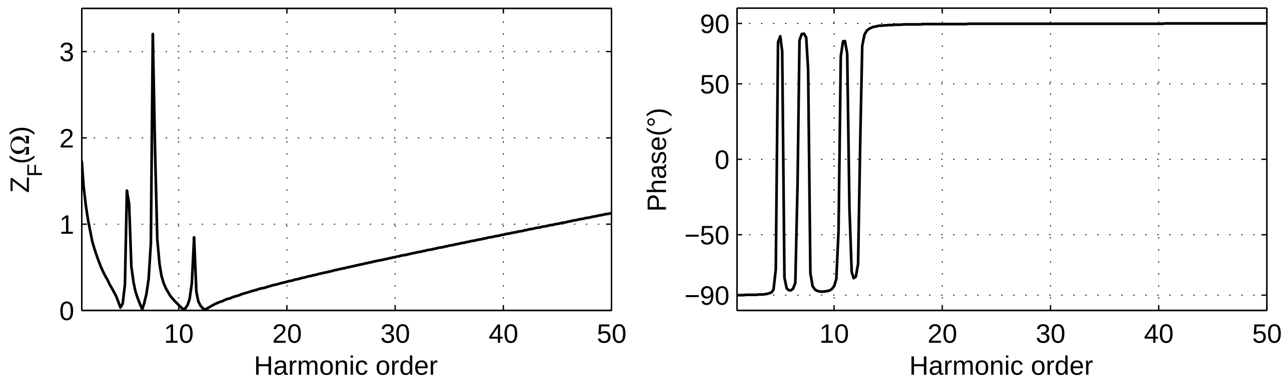

FIGURE 1.6 – Réponse fréquentielle du banc de filtres.

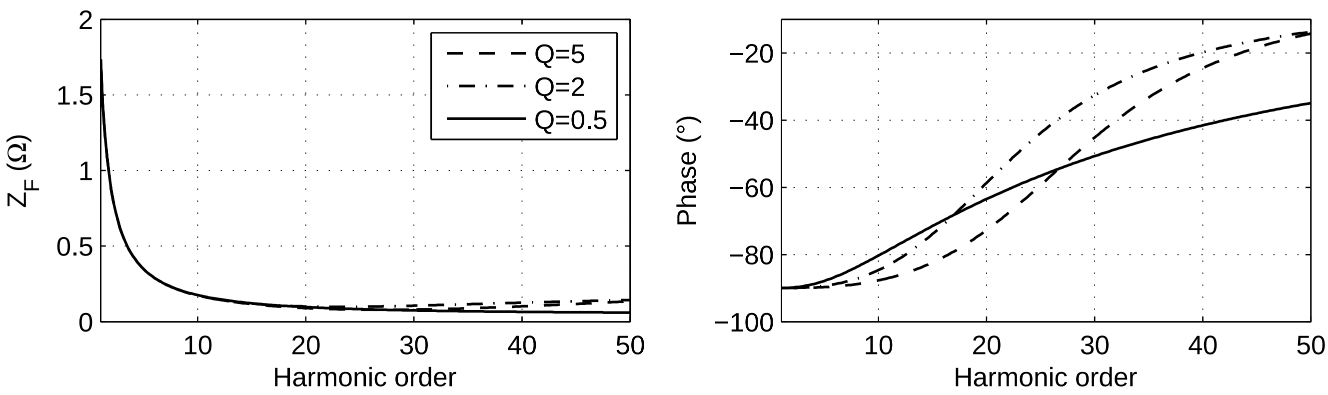

FIGURE 1.7 – Réponse fréquentielle du filtre passe haut pour différents facteurs de qualité.

	Filtre 1 (résonant)	Filtre 2 (résonant)	Filtre 3 (passe haut)
Données			
Q_C (MVar)	2	2	5
h_n	7	11	17
Q	100	100	5
V (kV)		33	
Calculs			
X_C (Ω)	544.5	544.5	217.8
X_L (Ω)	11.1122	4.5	0.7536
R (Ω)	0.7778	0.4950	64.058

TABLE 1.2 – Paramètres du banc de filtres

appelé filtre passe haut. A partir des donnée Q_C, V, Q, le calcul de ce filtre suit les même étapes qu'un filtre résonant, sauf que sa résistance est déduite cette fois comme

$$R = X_n Q \qquad \text{avec } Q \text{ compris entre 0.5 et 5}$$

L'impédance du filtre passe haut est exprimée en fonction de la fréquence de rang h par

$$Z_F(h) = \frac{R(hX_L)^2}{R^2 + (hX_L)^2} + j\Big(\frac{R^2 hX_L}{R^2 + (hX_L)^2} - \frac{X_C}{h}\Big) \tag{1.10}$$

Exemple : Filtre passe haut

Filtre résonnant accordé au 17ème harmonique, avec $X_C = 1.734$ Ω ; $X_L = 0.006$ Ω ; $Q = 0.5$, 2 et 5 ; La réponse fréquentielle de ce filtre est représentée sur la figure 1.7. On y observe une impédance faible face aux fréquences de rangs supérieures ou égale à 17.

Exemple : Banc de filtre passe haut et filtres résonants

Il est souvent plus convenable d'associer un filtre passe haut avec des filtres résonants accordés à des fréquences inférieures. Le banc de filtres sur la figure 1.8 en est un exemple parmi d'autre. Les paramètres de ce filtre sont donnés sur le tableau 1.3.

La réponse fréquentielle de ce filtre est illustrée sur la figure 1.9 ; Les deux filtres résonants présentent des impédances presque nulles respectivement face aux fréquences de rang 7 et 11, alors que le filtre passe haut quant lui présentent une impédance faible face à toutes les fréquences de rangs supérieures à 17. Noter également que l'impédance fondamentale $Z_F(1) = 120$ ce qui correspond à une puissance du filtre égale à 9.075 Mvar, soit exactement

$$\frac{h_{h1}^2}{h_{n1}^2 - 1} Q_{C1} + \frac{h_{h2}^2}{h_{n2}^2 - 1} Q_{C2} + \frac{h_{h3}^2}{h_{n3}^2 - 1} Q_{C3}$$

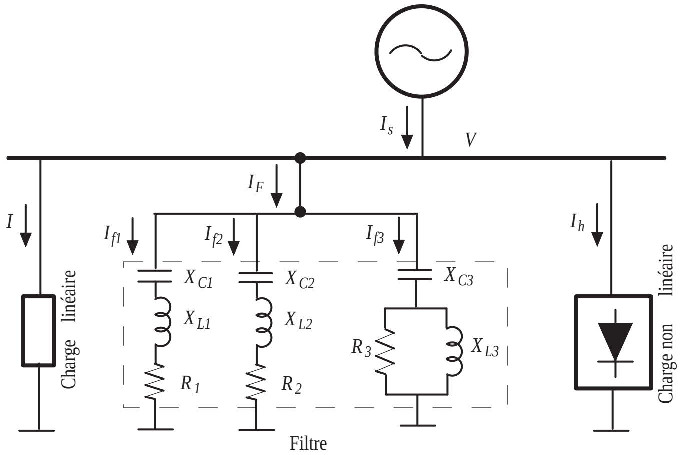

FIGURE 1.8 – Banc de filtres résonants, passe haut.

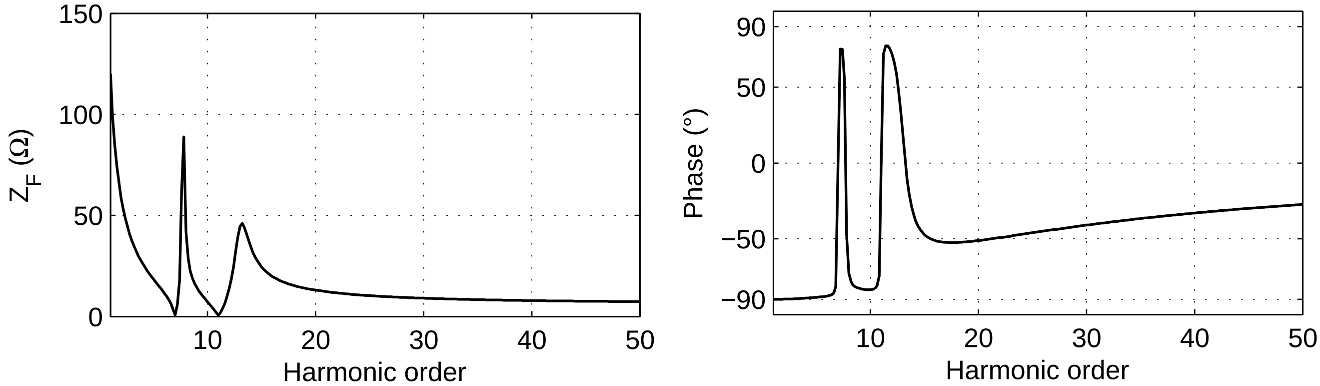

FIGURE 1.9 – Réponse fréquentielle du banc de filtres résonants et passe haut

1.4 Filtre à double résonance

La structure d'un filtre à double résonance est illustrée sur la figure 1.1 ; Il s'agit de la combinaison série d'un filtre résonant série (Ls, C_s) et d'un filtre résonnant parallèle (C_p, L_p). Le calcul de ce filtre est relativement compliqué et fait parfois appel à une méthode itérative pour optimiser ses paramètres. L'impédance de ce filtre en fonction de la fréquence est donnée par

$$Z_F(h) = Z_{Fs}(h) + Z_{Fp}(h) \tag{1.11}$$

avec

$$Z_{F1}(h) = j\Big(hX_{Ls} - \frac{X_{Cs}}{h}\Big), \quad Z_{F2}(h) = \frac{RX_{Lp}X_{Cp}}{X_{Lp}X_{Cp} + jR(hX_{Lp} - X_{Cp}/h)} \tag{1.12}$$

Cette impédance est théoriquement égale à zéro face aux deux fréquences de résonances pour lesquelles il est désigné, ainsi, si $Z_F(h) = 0$ alors l'équation suivante est obtenue

$$h\omega_1^2 L_s L_p C_s C_p - h\omega_1^2(L_pC_s + L_sC_s + L_pC_p) + 1 = 0 \tag{1.13}$$

ce qui donne après un certain développement la relation entre les deux solutions h_{n1} et h_{n2} de cette équation comme suit

$$h_{n1}h_{n2} = h_sh_p = \frac{1}{\omega_1^2\sqrt{L_sCs}}\frac{1}{\sqrt{L_pCp}} \tag{1.14}$$

où h_s et h_p respectivement les rangs de fréquences de résonance des parties série et parallèle du filtre. Tenant compte des ces rangs (h_s et h_p), l'équation (1.13) peut réécrite comme

$$\Big(\frac{1}{h_s^2h_p^2}\Big)h^4 - \Big(\frac{C_s}{h_p^2C_p} + \frac{1}{h_s^2} + \frac{1}{h_p^2}\Big)h^2 + 1 = 0 \tag{1.15}$$

Si le filtre est accordé à des fréquences h_{n1} et h_{n2}, alors la relation entre C_s et C_p peut être déduite comme

$$\frac{C_s}{C_p} = \frac{h_{n1}^2 + h_{n2}^2 - h_p^2}{h_s^2} - 1 \tag{1.16}$$

d'où

$$C_p = \frac{h_s^2}{h_{n1}^2 + h_{n2}^2 - h_p^2 - h_s^2}C_s \implies X_{Cp} = \frac{h_{n1}^2 + h_{n2}^2 - h_p^2 - h_s^2}{h_s^2}X_{Cs} \tag{1.17}$$

Compte tenu du fait $\omega_s = h_s\omega_1$ et $\omega_p = h_p\omega_1$, on déduit que

$$L_s = \frac{1}{h_s^2\omega_1^2C_s} \implies X_{Ls} = \frac{X_{Cs}}{h_s^2} \tag{1.18}$$

$$L_p = \frac{1}{h_p^2\omega_1^2C_p} \implies X_{Lp} = \frac{X_{Cp}}{h_p^2} \tag{1.19}$$

La réactance capacitive X_{Cs} peut être déterminée à partir de la puissance réactive du filtre à la fréquence fondamentale ; Celle-ci est donnée par

$$Q_F = -j\frac{V^2}{Z_F(1)} \tag{1.20}$$

où $Z_F(1)$ représente l'impédance du filtre à la fréquence fondamentale qui est exprimée, en supposant la résistance R infinie, comme suit

$$Z_F(1) = j\Big(X_{Ls} - X_{Cs} - \frac{X_{Lp}X_{Cp}}{X_{Lp} - X_{Cp}}\Big) \tag{1.21}$$

Compte tenu de la relation entre X_{Cs} et X_{Cp} et des expressions de X_{Ls} et X_{Lp}, la capacité C_s et sa réactance peut être déduite comme suit

$$C_s = \frac{1}{\omega_1V^2}\left[\Big(\frac{h_p}{h_{n1}h_{n2}}\Big)^2 + \frac{(h_{n1}^2 + h_{n2}^2 - h_p^2)h_p^2 - (h_{n1}h_{n2})^2}{(h_{n1}h_{n2})^2(h_p^2 - 1)1}\right]Q_F \tag{1.22}$$

$$X_{Cs} = \frac{V^2}{Q_F}\left[\Big(\frac{h_p}{h_{n1}h_{n2}}\Big)^2 + \frac{(h_{n1}^2 + h_{n2}^2 - h_p^2)h_p^2 - (h_{n1}h_{n2})^2}{(h_{n1}h_{n2})^2(h_p^2 - 1)1}\right]^{-1} \tag{1.23}$$

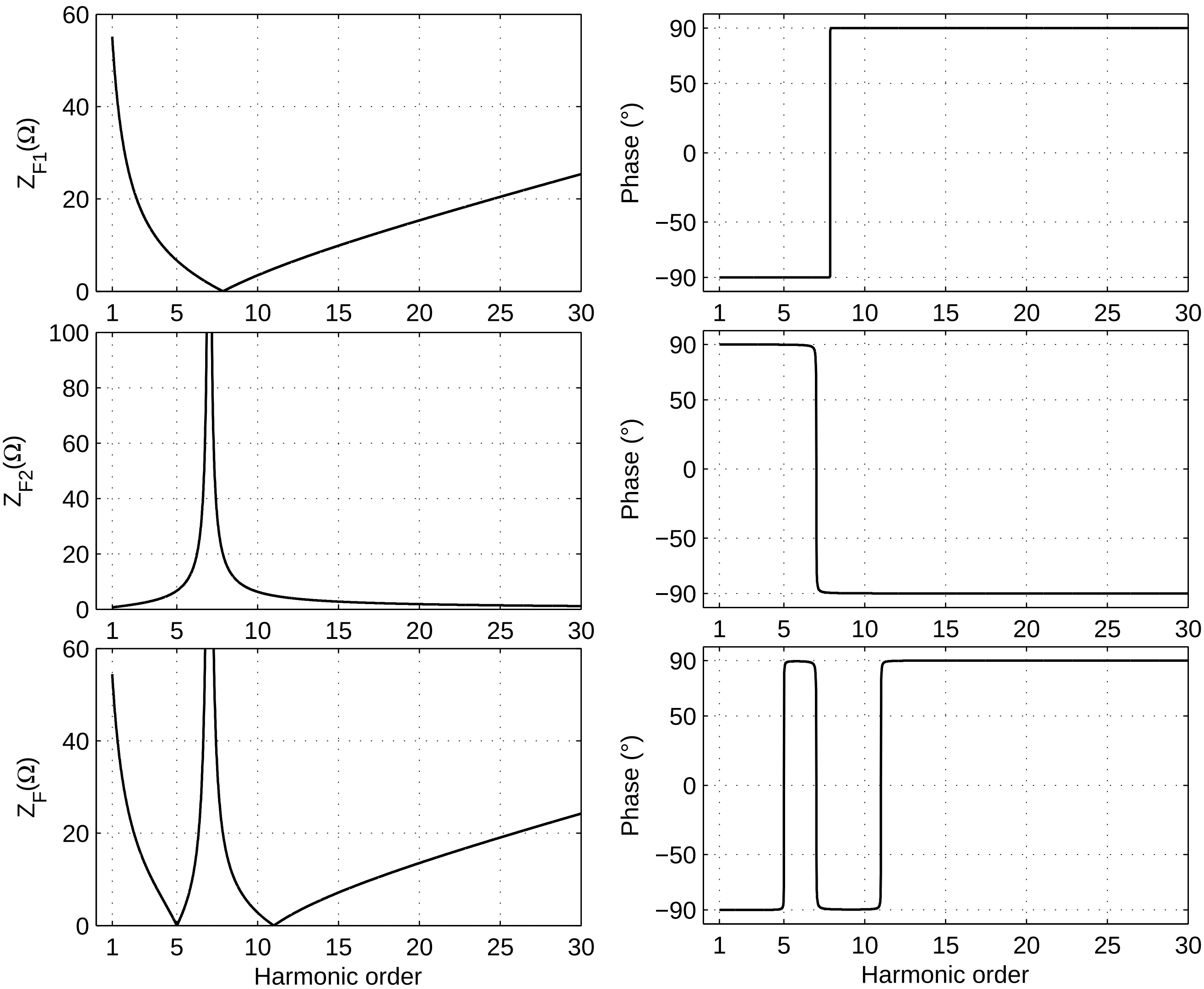

FIGURE 1.10 – Réponse fréquentielle d'un filtre double résonance.

Calcul du filtre à bouble résonance

Bien que compliqué, le calcul du filtre à double résonance peut être réalisé en suivant les étapes suivantes avec comme données, Q_F, V, ω_p, ω_{h1} et ω_{h2}

1. Calculer la capacité X_{Cs} à partir de l'équation (**??**) ;
2. Déduire la réactance X_{Cp} à partir de la relation donnée en équation (1.17) ;
3. Déduire finalement à partir des équations (1.18) et (1.19) les réactances inductives X_{Ls} et X_{Lp}.

1.5 Filtre type C

Le filtre type C représenté sur la figure.... est un filtre de second ordre capable d'éliminer les harmoniques de courant avec moins de pertes qu'un filtre série ou un filtre passe haut. La raison est que la réactance la réactance X_C mise en série avec la réactance X_L forment un filtre résonnant à la fréquence fondamentale. Le calcul de ce filtre suit à peu près les mêmes étapes qu'un filtre série, c'est pourquoi il est recommandé d'établir un modèle équivalent série.

Les données nécessaires pour le calcul des paramètres du filtre C sont :

– La puissance réactive à compenser ;

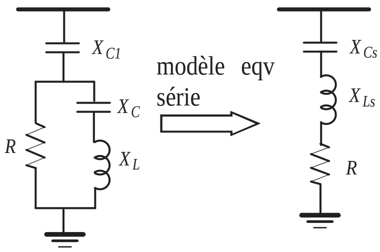

FIGURE 1.11 – Filtre type C avec modèle équivalent série.

– Le facteur de qualité ;
– La tension au point d'installation du filtre.

En plus de ces donnée, les deux suppositions suivantes sont assumées ; La réactance X_{Ls}, dans le modèle série est égale à la réactance X_L dans le filtre ; La réactance X_{Cs} dans le modèle série est égale à la somme des deux réactances $XC1$ et X_C (c'est-à-dire C_1 est supposée en série avec C) ; La fréquence de résonnance du filtre série équivalent est donnée par

$$h_n = \frac{f_n}{f_1} = \frac{1}{\omega_1 \sqrt{L_s C_s}} \tag{1.24}$$

avec

$$C_s = \frac{C_1 C}{C_1 + C}$$

Puisque $L_s = L$ et que X_C résonne avec X_L à la fréquence fondamentale, alors

$$L_s = L = \frac{1}{\omega_1^2 C_s} \tag{1.25}$$

En remplaçant L_s et C_s dans l'équation..., on obtient

$$C = C_1(h_n^2 - 1) \tag{1.26}$$

Ainsi ;

$$L = \frac{1}{\omega_1^2 C_1 (h_n^2 - 1)} \tag{1.27}$$

Or, comme dans un filtre série, la capacité C_1 est choisie pour générer la puissance réactive nécessaire du filtre, c'est-à-dire

$$C_1 = \frac{Q_C}{\omega_1 V^2}$$

On déduit alors

$$L = \frac{V^2}{\omega_1 Q_C (h_n^2 - 1)} \quad \text{ou} \quad X_L = \frac{V^2}{Q_C (h_n^2 - 1)} \tag{1.28}$$

$$X_{C1} = \frac{V^2}{Q_C} \quad \text{d'où} \quad X_C = \frac{V^2}{Q_C (h_n^2 - 1)} \tag{1.29}$$

Finalement, la résistance du filtre est déduite à partir du facteur de qualité comme suit

$$R = \frac{Q V^2}{h_n Q_C} \tag{1.30}$$

L'impédance du filtre C en fonction de la fréquence est donnée par

$$Z_F(h) = \frac{R\left[j\left(hX_L - \frac{1}{hX_C}\right)\right]}{R + j\left(hX_L - \frac{1}{hX_C}\right)} - j\frac{1}{hX_C 1} \tag{1.31}$$

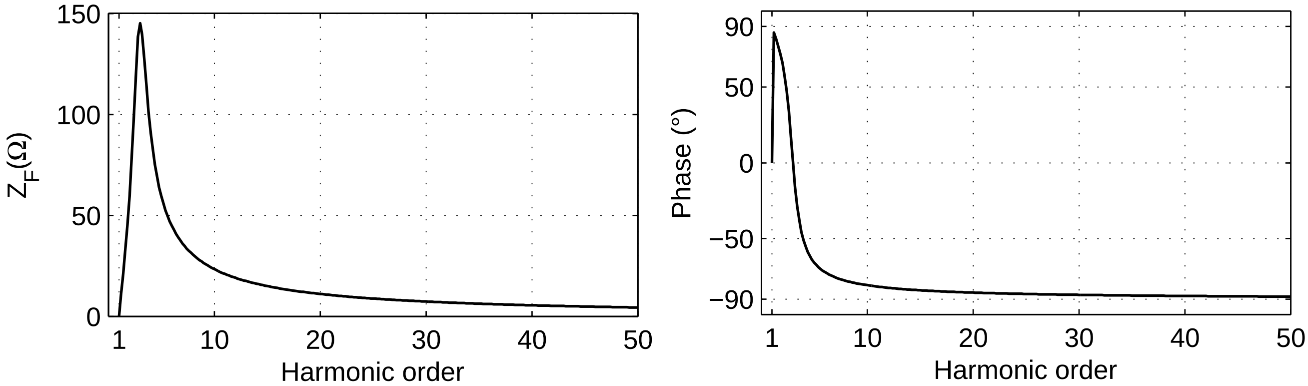

FIGURE 1.12 – Filtre type C avec modèle équivalent série.