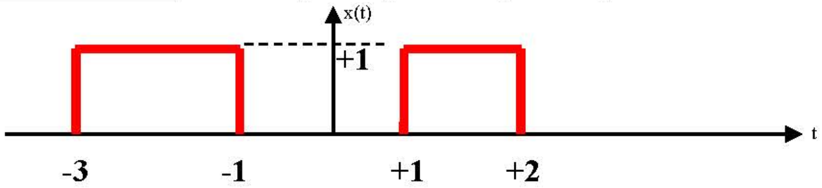
Interrogation ***TS 2ème Année ST (01 Heure 30)***

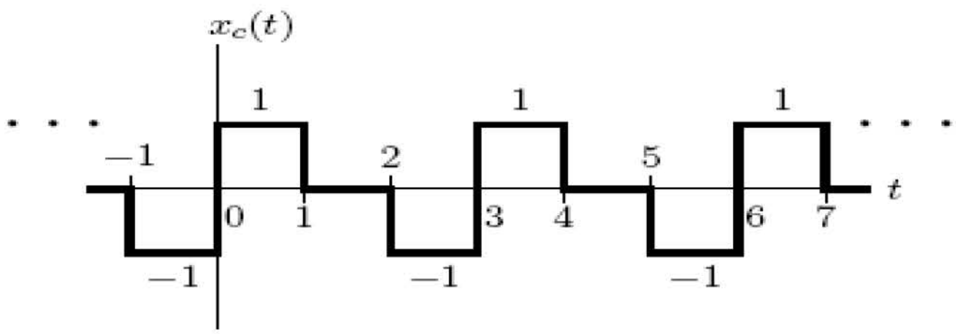
Exercice 1 (07 points) Soit le signal représenté par la figure suivante :



a) Donner l'expression analytique du signal x(t) , (0.5pt)
b) Expliciter x(t) en fonction du signal ***rectangulaire***, (01pt)
c) Expliciter x(t) en fonction du signal *ECHELON* (01pt)
d) Donner l'expression et représenter la partie paire et impaire du signal x(t), (03pts)
e) Représenter le signal **x (1- 0.5t),** (01pt)
f) Quelle est la nature du signal x(t), déterminer son énergie ou sa puissance ? (1pt)

Exercice 2 (05 points)

Soit le signal représenté par la figure suivante :



1) Calculer la valeur moyenne (01.5 pt)
2) Déterminer les coefficients de la série de Fourier (04.75pts)
3) En déduire la valeur efficace (1.25 pts)

Corrigé Exercice 01

L'expression analytique du signal est ;

$$x(t) = \begin{cases} 1 & -3 \leq t \leq -1 \\ 1 & 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & Ailleurs \end{cases}$$

0.5 pt

En utilisant la définition du signal rectangulaire on aboutit à :

01 pt

$$x(t)= \text{Rect}\left(\frac{t+2}{2}\right) + \text{Rect}\left(\frac{t+3/2}{1}\right) = \text{Rect}\left(\frac{t+2}{2}\right) + \text{Rect}(t-1.5)$$

D'après la définition du signal échelon on aura :

$$x(t)= [U(t+3) - U(t+1)] + [U(t-1) - U(t-2)]$$

01 pt

L'expression analytique de la partie et impaire du signal est ;

$$x_p(t) = \begin{cases} 0.5 & -3 \leq t \leq -2 \;\; et \;\; 2 \leq t \leq 3 \\ 1 & -2 < t \leq -1 \;\; 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & Ailleurs \end{cases}$$

0.5 pt

$$x_i(t) = \begin{cases} 0.5 & -3 \leq t \leq -2 \\ -0.5 & 2 \leq t \leq 3 \\ 0 & Ailleurs \end{cases}$$

0.5 pt

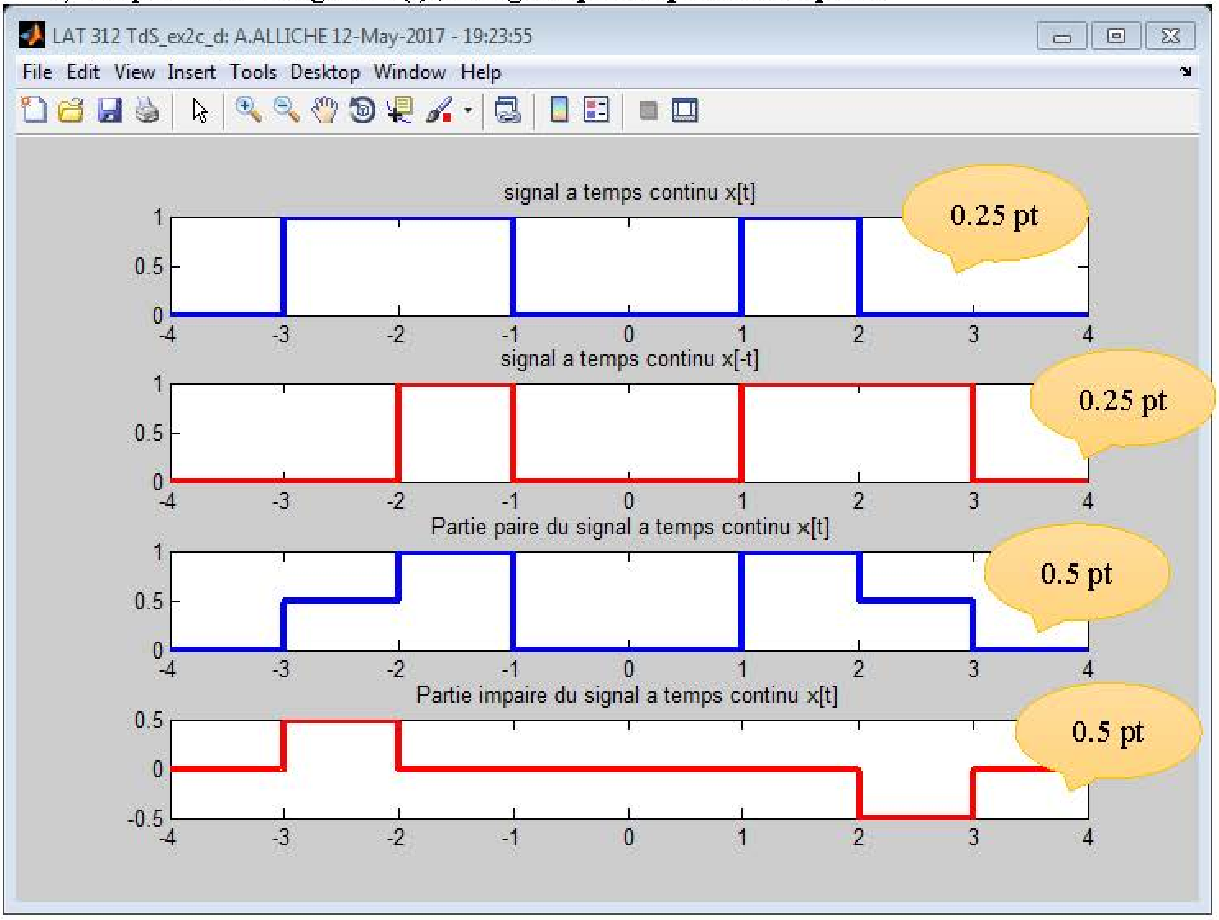
f) Signal déterministe à temps continu à énergie finie

0.5 pt

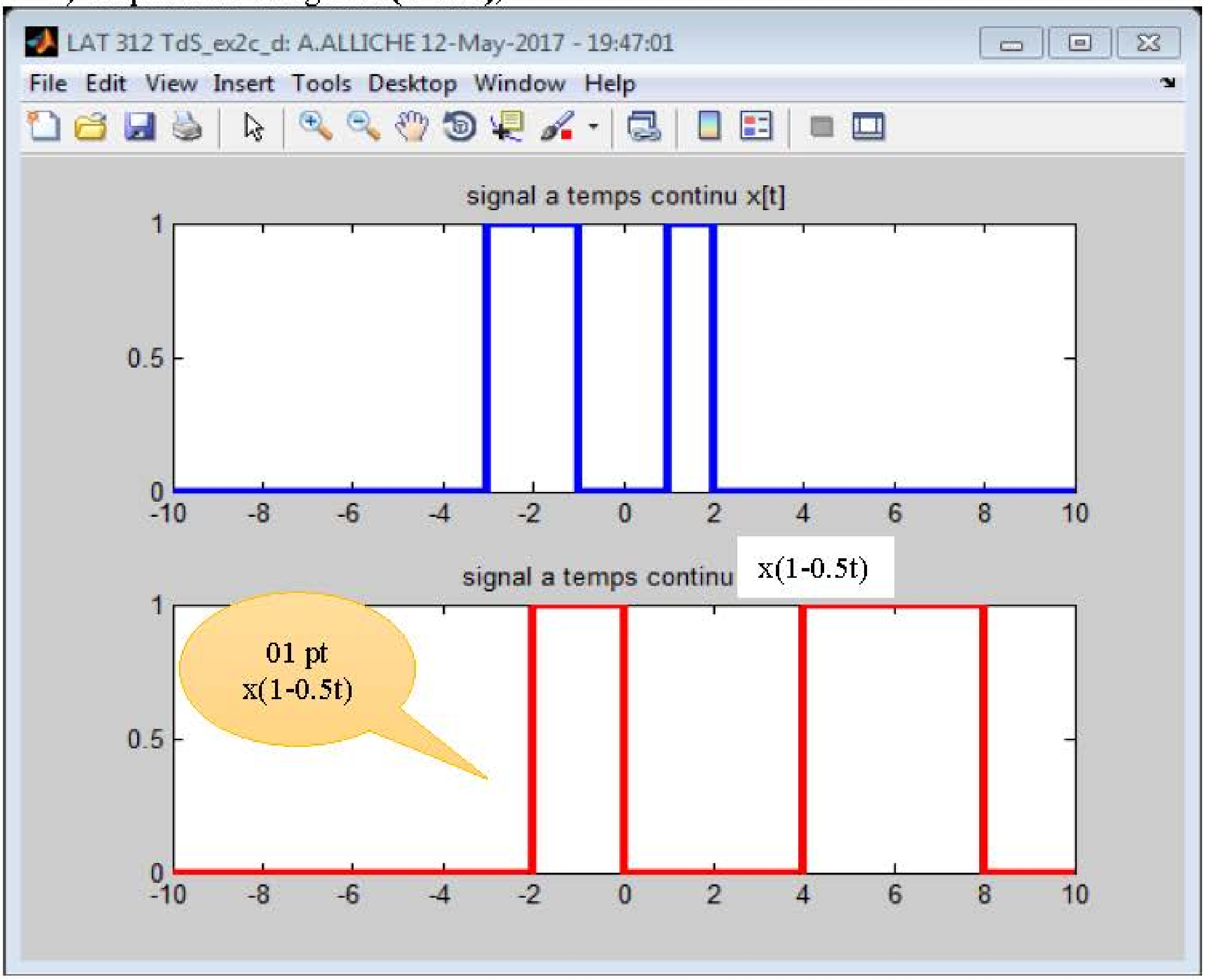
g) E_x= 3 Joules

01 pt

a) Représenter le signal **x (t) , image et partie paire et impaire**



b) Représenter le signal **x (1- 0.5t),**



Corrigé Exercice 02

T=3s   0.5 pt   w=2π/T = 2π/3 rd/s   0.5 pt

Signal est impaire An=0 n≠0

A0=0 signal centré Vmoy= A0 = 0   0.5 pt

1°) Calcul des coefficients de Fourier.

o Signification de a_0:

a_0 représente la **valeur moyenne de f**: $\boxed{a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt}$.   0.5 pt

0.5 pt

o Pour tout n ≥ 1, on a $\boxed{a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t).\cos(n\omega t).dt}$ et $\boxed{b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t).\sin(n\omega t).dt}$ 0.5 pt

☞ Les bornes d'intégration peuvent être modifiées à condition d'intégrer sur tout intervalle de longueur T.

2°) Réduction du problème par des considérations de symétrie.

o Considérations de parité:

Si **f est paire**, tous les **b_n sont nuls** et $\boxed{a_n = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(t).\cos(n\omega t).dt}$

Si **f est impaire**, tous les **a_n sont nuls** et $\boxed{b_n = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(t).\sin(n\omega t).dt}$ 0.5 pt

puissance

$$\boxed{\frac{1}{T}\int_a^{a+T} |f(t)|^2 dt = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[a_n^2 + b_n^2\right] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}|C_n|^2}$$ 0.5 pt

$$f(t) = x_c(t)|_T = \begin{cases} -1 & -0 \le t \le 0 \\ 1 & 0 < t \le 1 \\ 0 & 1 < t \le 2 \end{cases}$$ 0.5 pt

$$b_n = \frac{2}{3}\int_{-1}^{2} f(t).\sin(n\omega t).dt = \frac{2}{3}\int_{-1}^{0} -1.\sin(n\omega t).dt + \frac{2}{3}\int_{0}^{1} 1.\sin(n\omega t).dt + \frac{2}{3}\int_{1}^{1} 0.\sin(n\omega t).dt$$ 0.75 pt

$$b_n = \frac{2}{3\,nw}\left[\cos(nwt)\right]_{-1}^{0} + \frac{2}{3}\left[-\cos(nwt)\right]_{0}^{1} = \frac{2}{3nw}\left[1-\cos(-nw)\right] + \frac{2}{3nw}\left[1-\cos(nw)\right]$$

$$b_n = \frac{4}{3nw}\left[1-\cos(nw)\right] \qquad b_n = \frac{2}{n\,\pi}\left[1-\cos(nw)\right]$$ 01 pt

$$P = \frac{1}{T}\int_a^{a+T} |f(t)|^2 dt = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[a_n^2 + b_n^2\right] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}|C_n|^2 = 2/3 \rightarrow V_{eff} = \sqrt{P} = \sqrt{2/3}$$ 0.5 pt

0.75 pt