L2

Université A.MIRA de Béjaia

Département :ATE
Spécialité : Automatique Télécommunication & Electronique
Module : Théorie du Signal
Chargé de cours :A. MEKHMOUKH

Année Universitaire : 2016/2017

Série de TD N° :01 (Généralités sur les Signaux)

Exo 1 : 1)° Nature

* Signal 1 → Déterministe, continu dans le temps et périodique (somme de sinus).
* Signal 2 → Signal aléatoire (Bruit).
* Signal 3 → déterministe, continu et périodique (sinusoïdal).
* Signal 4 → Signal + bruit (N° 3 + N° 2).

2)° caractéristique du signal N° 3 :

Signal sinusoïdal :

$$x(t) = A \sin(2\pi f t + \varphi).$$

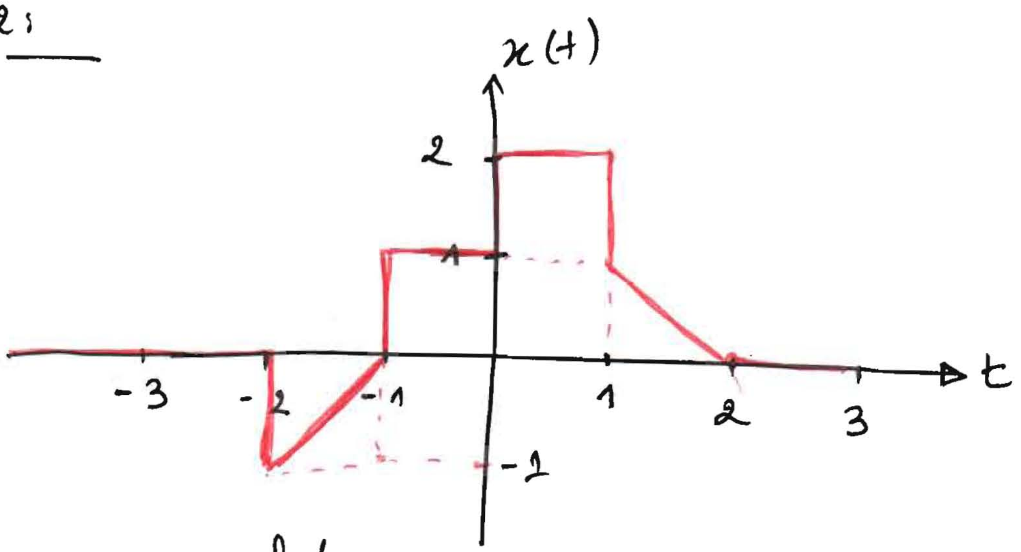
Du graphe :

$A = 1$; $T = 0{,}05\,s \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 20\,Hz$; $\varphi = 0$.

Donc :

$$\boxed{x(t) = \sin(40\pi t)}$$

* Exo 2 :



1)° Expression analytique :

$$x(t) = \begin{cases} t+1 & ; -2 \leq t < -1 \\ 1 & ; -1 \leq t < 0 \\ 2 & ; 0 \leq t < 1 \\ -t+2 & ; 1 \leq t < 2 \\ 0 & \sim \end{cases}$$

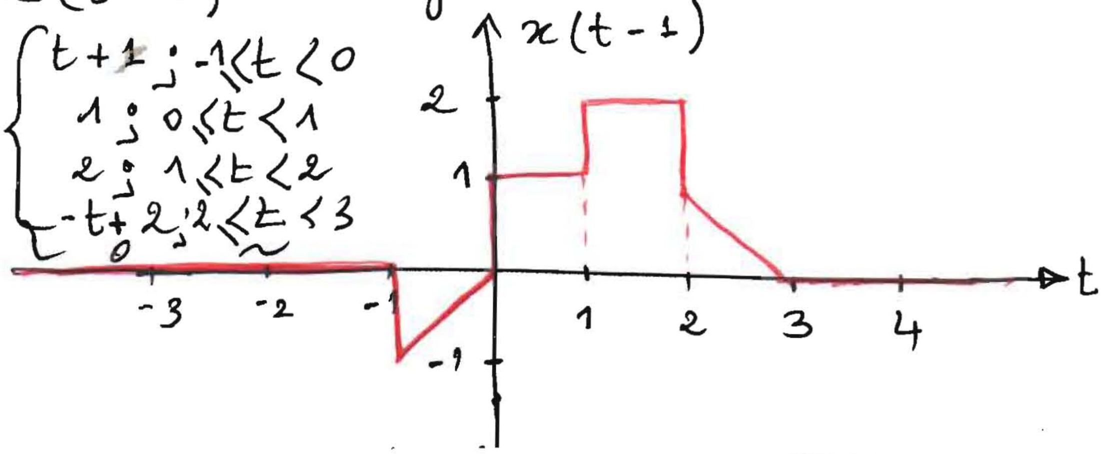
$t+1 \leftarrow at+b \to a = 1,\ b = 1$

$-t+2 \leftarrow at+b \to a = -1,\ b = 2.$

2)° Tracer les signaux : ⟶ on détermine les nouvelles expressions puis on trace.

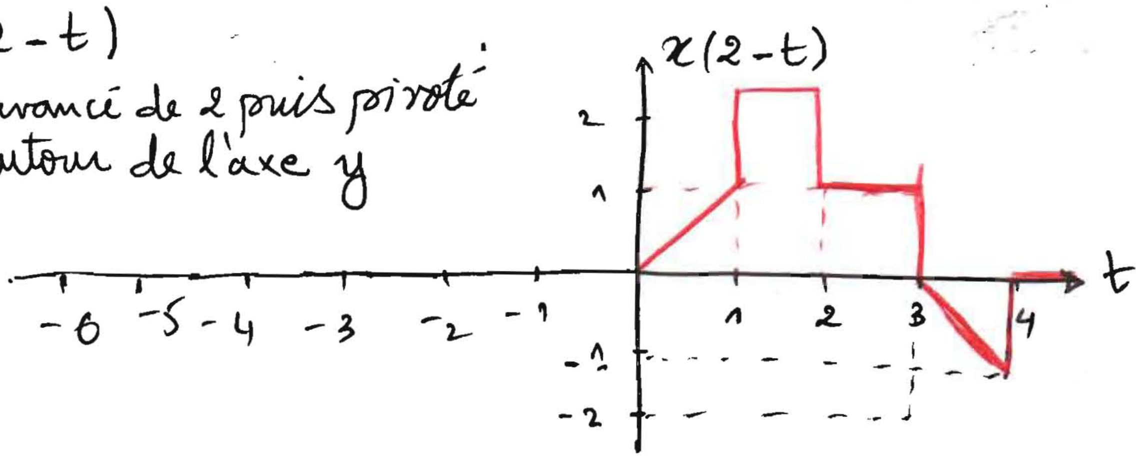
a) $x(t-1)$ ⟶ signal $x(t)$ retardé de 1

$$x(t-1) = \begin{cases} t+1 & ; -1 \leq t < 0 \\ 1 & ; 0 \leq t < 1 \\ 2 & ; 1 \leq t < 2 \\ -t+2 & ; 2 \leq t < 3 \\ 0 & \sim \end{cases}$$

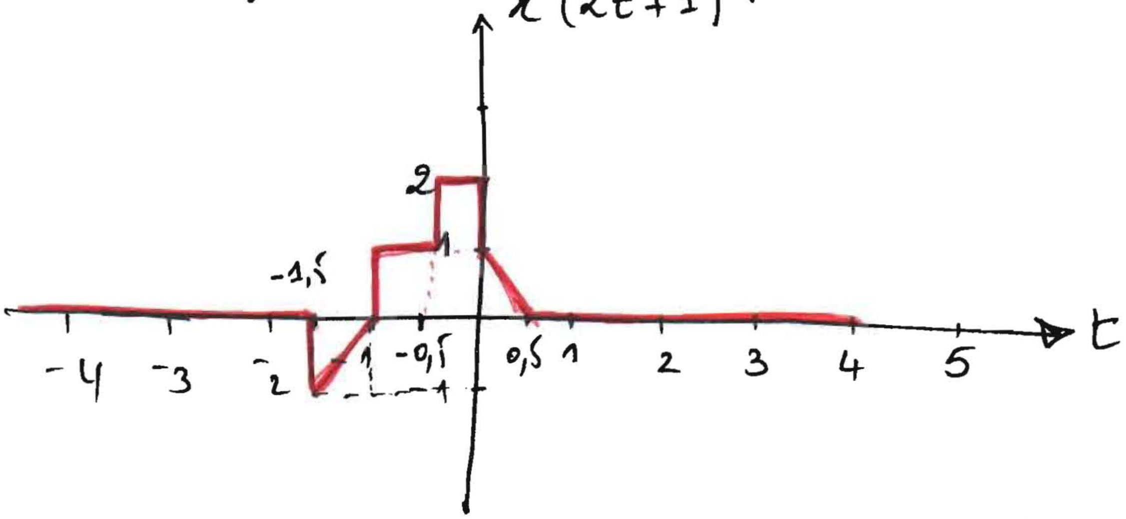


b) $x(2-t)$

↳ avancé de 2 puis pivoté autour de l'axe y

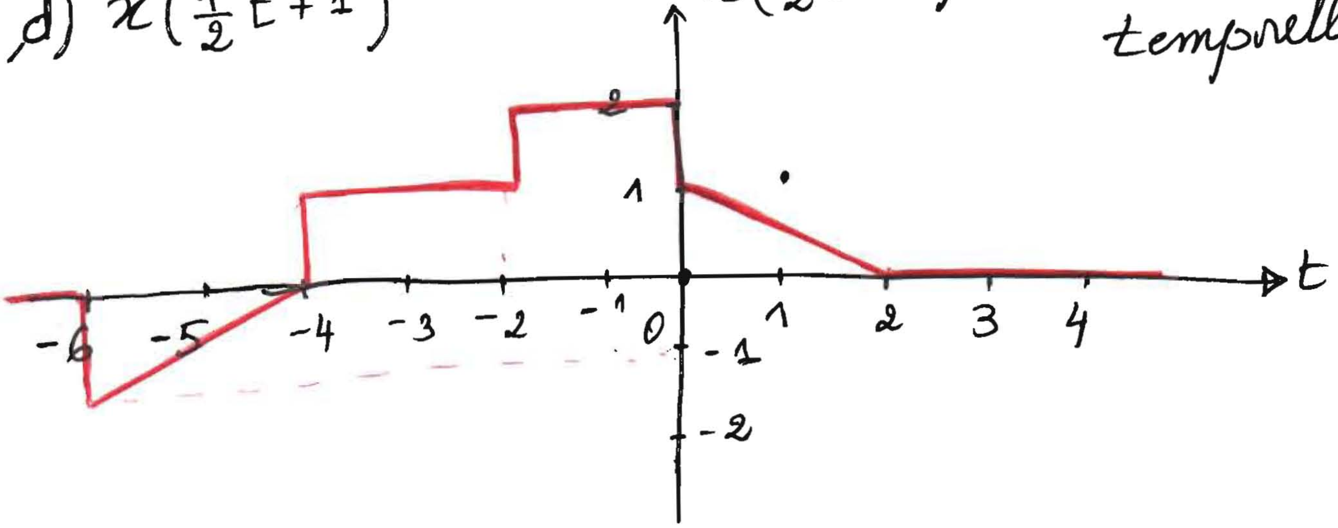


c) $x(2t+1)$ $\longrightarrow$ compression temporelle



d) $x\left(\frac{1}{2}t+1\right)$

$x\left(\frac{1}{2}t+1\right)$. $\longrightarrow$ dilatation temporelle.

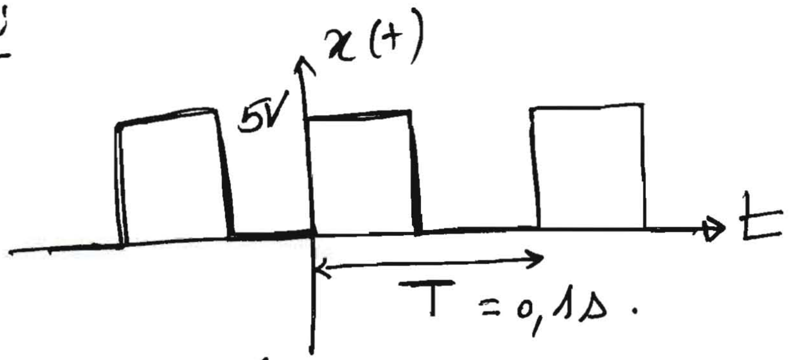


3)° <u>Energie du signal :</u>

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \underbrace{\int_{-2}^{-1} (t+1)^2 dt}_{\frac{1}{3}} + \underbrace{\int_{-1}^{0} 1\, dt}_{1} + \underbrace{\int_{0}^{1} 2\, dt}_{2} + \underbrace{\int_{1}^{2} (-t+2)^2 dt}_{\frac{1}{3}}$$

$$E = \frac{1}{3} + 3 + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + 3 = \frac{11}{3} \text{ Joule.}$$

* exo 3 :



Energie sur une période :

$$E = \int_0^T |x(t)|^2 dt = \int_0^{T/2} (5)^2 dt = 25 [t]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{25 T}{2}.$$

$$E = \frac{25 (0,1)}{2} \Rightarrow \boxed{E = 1,25 J}$$

Son énergie totale :

$$E_T = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = 25 [t]_{-\infty}^{+\infty} \longrightarrow +\infty .$$

Puissance moyenne

$$P_T = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

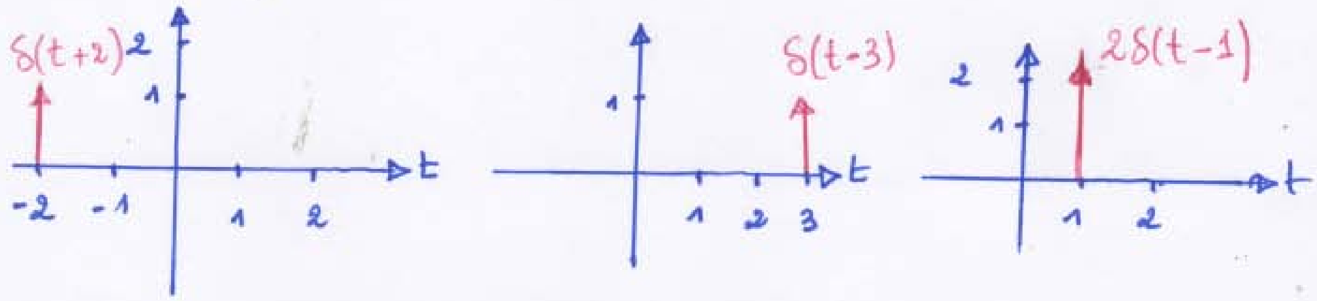
$$= \frac{1}{T} \int_0^{T/2} 25 \, dt = \frac{25}{T} [t]_0^{T/2} = \frac{25}{2} = 12,5 W$$

Valeur efficace :

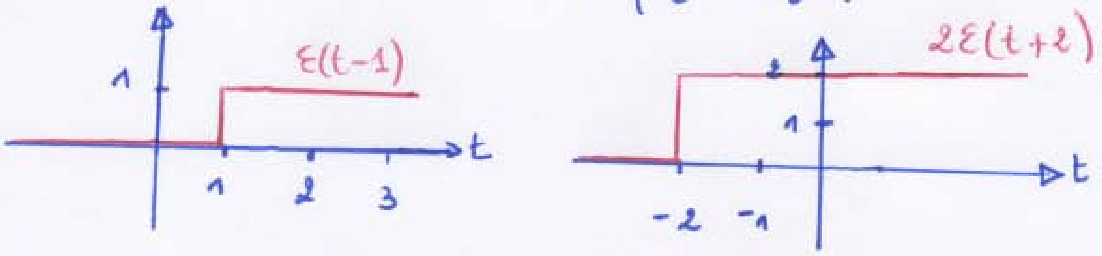
$$V_{eff} = \sqrt{P_T} = \sqrt{12,5} \Rightarrow \boxed{V_{eff} = 3,53 V}$$

* Ex04 Représentation des signaux :

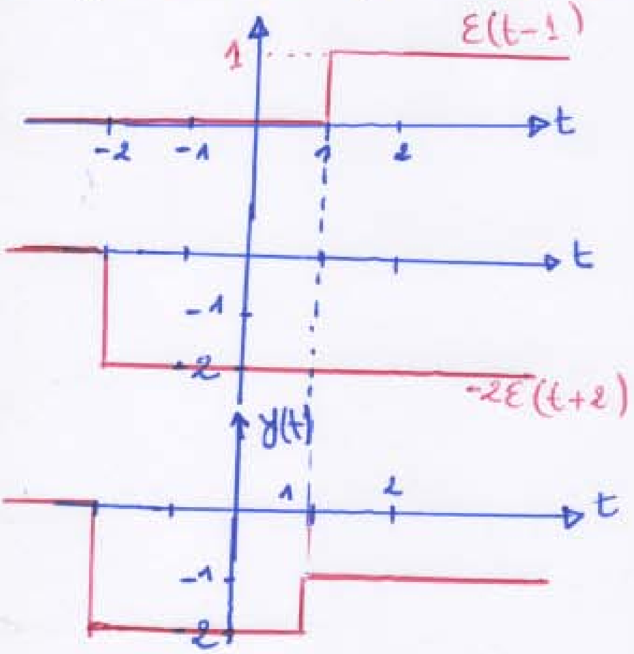
1)° $\delta(t+2)$: impulsion de Dirac d'amplitude 1 et avancée de 2



2)° Echelon : par définition $\varepsilon(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geqslant 0 \\ 0 & \sim \end{cases}$.

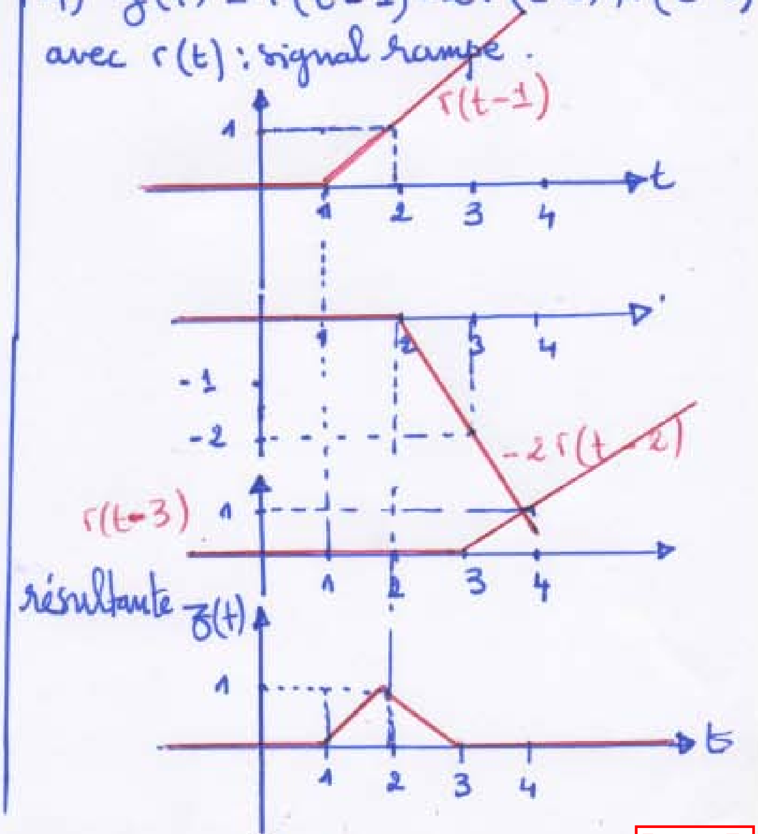


3)° $y(t) = \varepsilon(t-1) - 2\,\varepsilon(t+2)$;

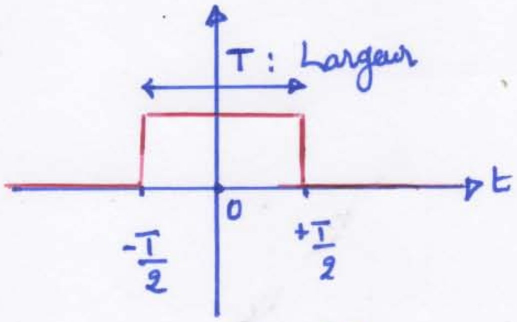


4)° $z(t) = r(t-1) - 2r(t-2) + r(t-3)$

avec $r(t)$: signal rampe .

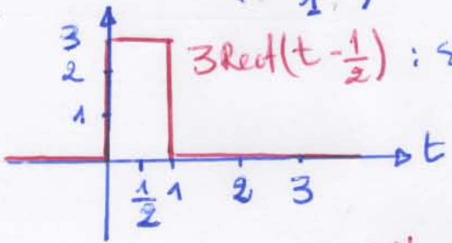


5) Signal rectangulaire (Porte) : $Rect\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} A & \text{si } -\frac{T}{2} \leq t \leq +\frac{T}{2} \\ 0 & \text{"} \end{cases}$



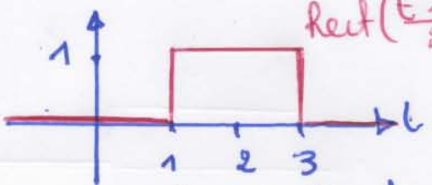
$$w(t) = 3\,Rect\left(t - \frac{1}{2}\right) + Rect\left(\frac{t-2}{2}\right)$$

$$= 3\,Rect\left(\frac{t - \frac{1}{2}}{1}\right) + Rect\left(\frac{t-2}{2}\right).$$

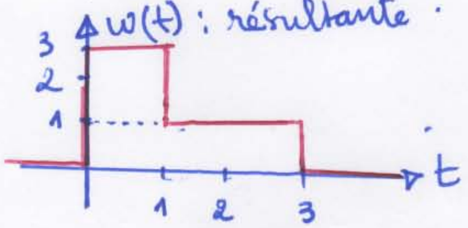


$3Rect(t-\frac{1}{2})$: signal rectangulaire d'amplitude $A = 3$ de centre $\frac{1}{2}$ et de largeur $T = 1$.

$Rect\left(\frac{t-2}{2}\right)$

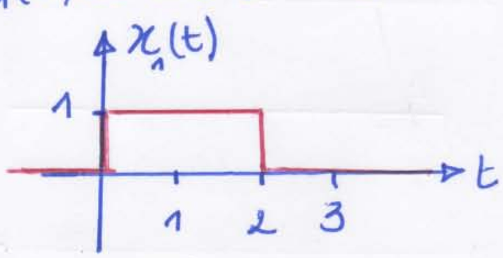


$A = 1$
centre $= 2$
$T = 2$.

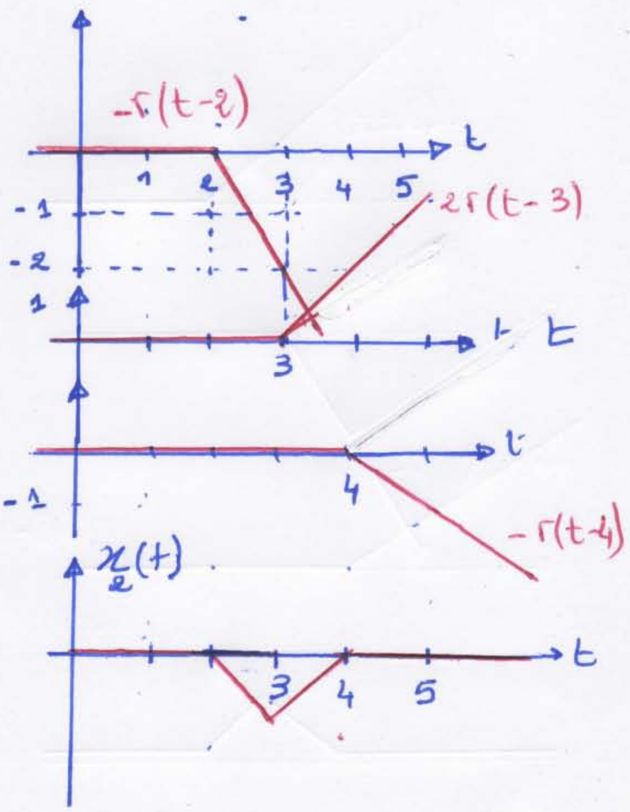


Exercice supplémentaire

$x_1(t) = \mathcal{E}(t) - \mathcal{E}(t-2)$:



$x_2(t) = -r(t-2) + 2r(t-3) - r(t-4)$



2)° La nature de $x_1(t)$ et $x_2(t)$: signaux déterministe
car, on connait leur comportement à travers le temps et on peut les décrire mathématiquent.
(expression Analytique, formule).

3)° Energie du signal $x_1(t)$:

$$x_1(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)$$
$$= Rect\left(\frac{t-1}{2}\right)$$
$$= \begin{cases} 1 & si\ 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & \sim . \end{cases}$$

c'est un signal à Energie finie alors :

alors :
$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x_1(t)|^2 dt = \int_0^2 1\, dx = [x]_0^2$$

$$\boxed{E = 2}$$

4) Représentation du signal :
$x_3(t) = x_1(t) + x_2(t)$; on trace la résultante