

Partie 1 :

Segmentation par Contours actifs

1. Introduction

1.1. Définition de la segmentation

La segmentation d'images peut être considérée comme un traitement de bas niveau. Elle a pour but de permettre l'extraction d'éléments de l'image. Elle n'est généralement qu'une première étape essentielle dans le processus d'interprétation d'une scène. Elle effectue une partition de l'image I en un certain nombre de régions disjointes.

De nombreux travaux ont été réalisés sur ce sujet, dans des domaines aussi variés que le domaine médical ou militaire. C'est toujours un sujet d'actualité et un problème qui reste ouvert.

Pour cette subdivision en régions distinctes homogènes, il est reconnu deux grandes approches, l'approche région et l'approche frontière. Ces deux approches sont duales car une région définit une ligne sur son contour et une ligne fermée définit une région intérieure. Nous précisons leurs caractéristiques.

1.2. Approche région

Dans l'approche région, c'est la similitude des points connexes qui est favorisée. Cela peut être vu comme une technique contextuelle. Les points connexes ayant des propriétés similaires (attributs) : intensité de gris, couleur, texture, vont être réunis dans le même ensemble. Cette technique consiste à regrouper des points voisins pour former des régions de plus en plus importantes.

1.3. Approche frontière

Cette approche, au contraire, est une technique non contextuelle qui ignore les relations pouvant exister entre les régions de l'image. Les pixels sont regroupés en fonction d'un attribut global.

Elle comprend les techniques de détection de contours, mais les contours obtenus ne conduisent pas toujours directement à la partition recherchée. En effet, les pixels contours mis en évidence pour une forme, généralement ne sont pas connexes. Il faut alors appliquer des algorithmes de fermeture de contours.

2. Techniques de segmentation

Cette classification des techniques de segmentation en deux grandes approches est, en particulier, celle présentée par *Cocquerez* [*Cocquerez et Philipp 1995*]. La segmentation est un problème ouvert et sa complexité et sa diversité justifient de nombreuses techniques.

2.1. Seuillage

Le seuillage est une technique simple, non contextuelle, globale, qui repose sur une mesure quantitative d'une grandeur. Il permet de classer les pixels en deux catégories, ceux dont la mesure est inférieure au seuil et ceux dont la mesure excède ou égale le seuil.

$$g(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{si } f(x,y) < S \\ 1 & \text{si } f(x,y) \geq S \end{cases} \quad (1)$$

La transformation produit une image binaire. Les techniques de seuillage présentent de nombreuses variantes. Le seuillage peut être double, adaptatif, optimal. Il peut être basé sur l'entropie, les moments ou l'erreur minimum.

2.2. Croissance de régions

La croissance de régions est une technique contextuelle ; elle prend en considération les attributs locaux des pixels. C'est une technique essentiellement ascendante.

Pour définir une région, on définit un germe dans la région d'intérêt. L'algorithme utilisera ce germe comme point de départ pour l'agrégation. La croissance peut être guidée par différents critères. Lorsque l'homogénéité guide la croissance, un pixel dont le niveau de gris est proche de celui de la région courante, est sélectionné. L'évaluation porte généralement sur une mesure de dispersion locale des niveaux de gris.

2.3. Quadtree

Dans ces techniques, on divise l'image par quatre à chaque fois. Trop de divisions amènent à travailler sur une image où les différences entre pixels ne sont plus significatives.

Le "Quadtree" est une représentation de l'image exploitant la récursivité du pavage carré [Chassery et Montanvert 1991]. C'est une arborescence dont la racine est l'image tout entière et dont les nœuds possèdent quatre fils. Chaque fils est un quadrant du nœud précédent.

2.4. Recherche de patrons

La méthode tente de retrouver dans l'image ou dans la zone d'intérêt, une forme géométrique connue a priori. Connaissant exactement ou presque la forme de ce patron (*template*), on parcourt l'image en cherchant la correspondance la plus parfaite. Il s'agit donc de mesurer la similarité entre le motif et toute portion de l'image en tenant compte des transformations de translation, de rotation, de changement d'échelle. Une forte similarité indique une forte probabilité d'avoir trouvé le motif.

Il existe plusieurs possibilités de mesurer la similarité entre deux images. Par exemple Heusch [Heusch 2002] teste la norme L1, la norme L2, la cross-corrélation normalisée et le ou « exclusif ». Il applique cette méthode à une recherche de visages dans une séquence vidéo.

2.5. Détection de contours

Un contour peut approximativement être défini comme une zone de l'image où l'intensité des pixels change brusquement. Cette discontinuité dans l'image est le passage d'un niveau de gris

à un autre, de manière plus ou moins rapide, donnant lieu à des interprétations d'échelon, de rampe, de toit ou de ligne.

La détection de contours peut être précédée par une phase de réduction du bruit. Ce prétraitement risque, par contre, d'adoucir, voire de faire disparaître certains bords. La détection de contours peut aussi être précédée d'une phase de renforcement de contours. Ce prétraitement peut également accentuer le bruit et faire apparaître des artefacts inutiles.

Les développements théoriques sont étudiés dans le domaine continu puis discrétisés pour la programmation. Dans le domaine continu, les approches dérivatives sont les plus intuitives pour détecter les variations d'amplitude.

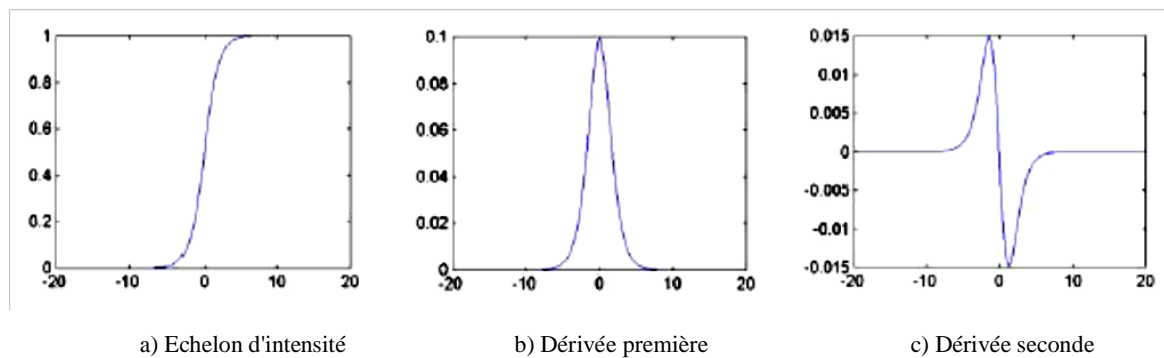


Figure 1. Détection de contours (exemple monodimensionnel)

Une dérivation du premier ordre présentera un maximum pour le contour ; une dérivée seconde présentera un passage par zéro comme sur l'exemple du signal monodimensionnel présenté sur la Figure 1. L'identification d'une transition peut être obtenue par seuillage de la norme du gradient.

3. Discussion

Les méthodes de segmentation présentées précédemment, présentent quelques inconvénients. L'approche contour, par exemple, nécessite souvent un algorithme de fermeture du contour. L'approche région est, quant à elle, généralement plus gourmande en calculs.

De nouvelles approches, regroupées sous le nom de modèles déformables, ont été proposées depuis 1987. Ces modèles déformables utilisent des connaissances a priori du contour. Ces connaissances peuvent être issues de bases d'apprentissage, de patrons ou des modes de déformation. Lorsque ces connaissances se bornent simplement à des propriétés de régularité et de continuité, on parle de contours actifs (surface active en 3D).

4. Contours actifs

Les contours actifs tirent leur origine des modèles élastiques [Burr 1981], mais la communauté s'accorde à les attribuer à l'équipe Kass, Witkin et Terzopoulos [Kass et al. 1987], [Kass et al. 1988] qui introduisirent les *snakes* ou courbes minimisantes. Les *snakes* tiennent leur nom de leur aptitude à se déformer comme des serpents. Depuis la publication de cette équipe, les modèles déformables sont devenus un sujet très important pour la communauté du traitement d'images.

Les domaines d'utilisation sont nombreux tant en 2D qu'en 3D tels : la reconnaissance de formes, la simulation, le suivi de scènes, la segmentation d'images. Dans ce chapitre, nous allons voir tout d'abord le principe des contours actifs en posant quelques définitions puis nous verrons quelques modèles.

4.1. Définitions

Les contours actifs sont définis par une courbe continue, fermée ou non, à extrémités fixes ou non. Ils se déforment à partir d'une position d'initialisation située près de l'objet d'intérêt. Le modèle est soumis à des forces qui le déforment et le déplacent dans l'image.

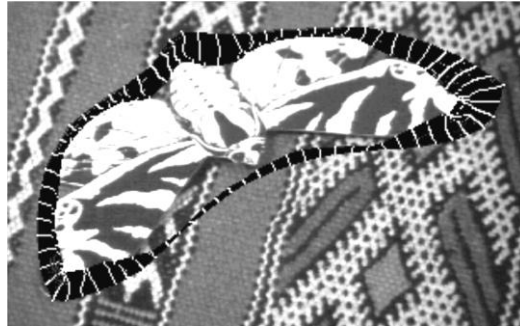


Figure 2. Exemple d'un contour actif

Soit C une courbe déformable spatialement et temporellement. Le domaine de définition de la courbe est normalisé à $[0,1]$ et le paramètre est l'abscisse curviligne. Avec s le paramètre de position spatiale le long de la courbe dans l'image et t l'évolution temporelle de la courbe dans l'image. La courbe se représente comme sur la Figure 3.

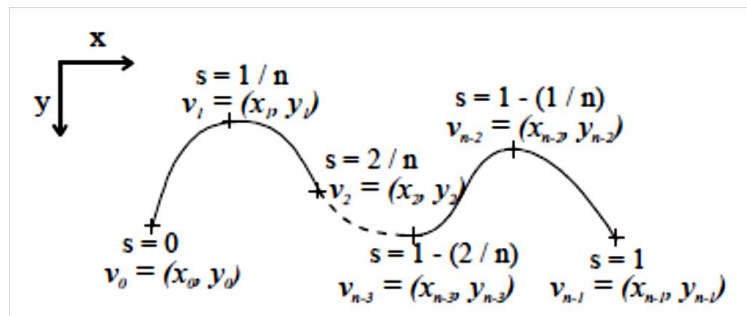


Figure 3. Exemples de coordonnées cartésiennes et abscisses curvilignes d'un contour actif.

Soient $v(s, t)$ la position d'un point de la courbe à un instant t et x, y les coordonnées cartésiennes d'un point de l'image.

$$v(s, t) = (x(s, t), y(s, t)) \quad \forall (s, t) \in [0, 1] \times [0, +\infty]$$

Nous venons de voir que les contours actifs permettent de résoudre un problème par minimisation d'une fonctionnelle d'énergie. Nous allons, maintenant, examiner les différentes énergies en jeu.

4.2. Energies

La fonctionnelle d'énergie attachée au contour actif est composée de trois énergies.

$$\phi(v) : v \rightarrow E_{\text{interne}}(v) + E_{\text{externe}}(v) + E_{\text{contexte}}(v) \quad (2)$$

Nous allons préciser ces trois types d'énergies.

4.2.1. Energie interne

L'énergie interne gère la cohérence de la courbe. Elle maintient la cohésion des points et la raideur de la courbe. C'est le modèle physique type « plaque - membrane mince ».

$$E_{\text{interne}}(v) = \int_0^1 \left(\frac{\alpha}{2}(s) \|v'(s)\|^2 + \frac{\beta}{2}(s) \|v''(s)\|^2 \right) ds \quad (3)$$

Les termes v' et v'' sont les dérivées première et seconde de v par rapport à s .

Le terme du 1^{er} ordre correspond à la tension (comportement comme une membrane mince). Il prend une valeur importante quand la courbe se distend. Lorsque $\alpha = 0$ la courbe peut présenter des discontinuités. Nous parlerons donc d'énergie de continuité.

Le terme du 2^{ème} ordre correspond à la courbure (comportement comme une plaque mince). Il prend une valeur importante lorsque la courbe s'incurve rapidement c'est-à-dire pour l'obtention de coins. Lorsque $0 = \beta$, la courbe peut prendre une forte convexité, par contre lorsque β est grand, la courbe tendra vers un cercle si elle est fermée ou une droite si elle est ouverte.

4.2.2. Energie externe

L'énergie interne que nous venons d'analyser, gère la régularisation du contour actif. L'énergie externe correspond à l'adéquation aux données. Cette énergie externe prend en compte les caractéristiques de l'image. Rappelons ici que ce sont les contours de formes qui sont recherchés donc les points de fort gradient ou des points ayant une propriété de position par rapport à une couleur donnée.

a. Gradient

Pour la recherche des zones de fort contraste dans l'image, la fonction suivante est introduite:

$$E_{\text{externe}}(v) = - \int_0^1 \|\nabla I(v(s))\|^2 ds \quad (4)$$

où $\nabla I(v(s))$ représente le gradient de l'image I en $v(s)$.

Très souvent, c'est le gradient gaussien qui est utilisé :

$$E_{\text{externe}}(v) = - \int_0^1 \|\nabla (g_\sigma * I)(v(s))\|^2 ds \quad (5)$$

où g_σ est la gaussienne centrée d'écart type σ .

b. Intensité

Cette énergie, au contraire, permet de sélectionner les zones sombres ou claires selon le signe choisi.

$$E_{\text{intensité}} = \pm \int_0^1 (I(v(s)) - i_0)^2 ds \quad (6)$$

La valeur i_0 introduit ou non, un certain seuillage. On peut ainsi favoriser la position du contour dans une zone donnée.

4.2.3. *Energie de contexte*

L'énergie de contexte, parfois appelée énergie de contrainte, permet d'introduire des connaissances a priori sur ce que nous cherchons. Les *snakes* ont une tendance naturelle à se rétracter. La minimisation de l'énergie implique une minimisation de distance. La force *ballon* va tendre à gonfler le contour actif ou accélérer sa rétraction selon le signe de la force introduite. De plus, cette force va permettre de dépasser les contours présentant un faible gradient et ainsi de sortir du bruit pour atteindre une frontière plus fortement marquée. Il s'agit d'une force normale au contour en chaque point.

$$F_{\text{ballon}}(v(s)) = kn(s) \quad (7)$$

où $n(s)$ est un vecteur unitaire normal à la courbe en $v(s)$. L'intensité de l'énergie ballon est un scalaire généralement négatif (expansion du ballon) proportionnel à l'aire intérieure du contour. Elle devient :

$$E_{\text{ballon}}(v) = \pm \delta \iint_{\Omega} dx dy \quad (8)$$

C'est à partir de ces différentes énergies et de leur combinaison que l'on peut définir un problème dont la solution est le contour recherché. La mise en œuvre d'une telle approche a donné lieu à de nombreuses implémentations.

5. Implémentations de la méthode

5.1. *Approche variationnelle*

Dans la méthode des contours actifs, il s'agit de minimiser une fonctionnelle d'énergie (Eq.2), composée d'une énergie interne, d'une énergie externe, éventuellement d'une énergie de contexte.

Comme nous l'avons déjà précisé, la recherche du contour est limitée au cas d'une courbe plane. Nous voulons minimiser l'énergie E .

$$E(v) = \int_{\Omega} \alpha |v'(s)|^2 + \beta |v''(s)|^2 + P(v(s)) ds \quad (9)$$

Un minimum vérifie les équations d'Euler

$$\begin{cases} -(\alpha v')' + (\beta v'')'' + \nabla P(v) = 0 \\ v(0), v'(0), v(1), v'(1) \text{ donnés} \end{cases} \quad (10)$$

La courbe subit, par exemple, deux types de forces :

- Des forces intérieures qui imposent une certaine régularité. Le coefficient α impose l'élasticité et le coefficient β impose la rigidité de la courbe.
- Une force extérieure - Force d'image (terme de potentiel) qui pousse la courbe vers les zones qui correspondent aux attributs recherchés. Elle est définie par un potentiel de forme :

$$P(v) = -\|\nabla I(v)\|^2 \quad (11)$$

où I est l'image. La courbe est attirée par le minimum local du potentiel, c'est à-dire les maxima locaux du gradient, donc des contours.

- D'autres forces, définies par l'utilisateur, peuvent être ajoutées.

Cette équation peut avoir plusieurs solutions puisque l'énergie peut avoir plusieurs minima locaux. La solution que l'on cherche est localisée dans une région donnée et on suppose posséder une valeur approchée de la solution v^0 .

Nous considérons l'équation d'évolution :

$$\gamma \frac{\partial v}{\partial t} - (\alpha v')' + (\beta v'')'' = \frac{\partial \|\nabla I\|^2}{\partial v} \quad (12)$$

La solution de l'équation (12), quand v se stabilise, est la solution du problème statique. Le coefficient γ est un coefficient d'amortissement (de viscosité).

Après avoir discrétisé la courbe avec un pas h du paramètre s , les dérivées figurant dans (Eq.10) sont remplacées par des différences finies.

Si $F(v) = (F_1(v), F_2(v)) = -\nabla P(v) + \dots$ est la somme des forces d'images et des forces externes, l'équation (10) peut se discrétiser.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h} (a_i(v_i - v_{i-1}) - a_{i+1}(v_{i+1} - v_i)) + \frac{b_{i-1}}{h^2} (v_{i-2} - 2v_{i-1} + v_i) \\ & - 2 \frac{b_i}{h^2} (v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}) + \frac{b_{i+1}}{h^2} (v_{i+2} - 2v_{i+1} + v_i) - (F_1(v_i), F_2(v_i)) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{où } v_i = v(ih), \quad a_i = \frac{\alpha(ih)}{h}, \quad b_i = \frac{\beta(ih)}{h^2}.$$

Ce système peut s'écrire :

$$AV = F \quad (14)$$

où A est une matrice "presque" penta-diagonale, V représente les vecteurs de positions v_i et F les forces $F(v_i)$ en ces points. V et F sont des matrices 2 colonnes, la première pour les composantes en x et la seconde pour y .

Le terme d'évolution est aussi remplacé par des différences finies, la discrétisation s'effectuant dans le domaine temporel. L'équation (12) au point d'indice i devient:

$$\begin{aligned} & \gamma(v_i(t) - v_i(t-1)) + \frac{1}{h^2} (\alpha_i(v_i(t) - v_{i-1}(t)) - \alpha_{i+1}(v_{i+1}(t) - v_i(t))) + \\ & \frac{1}{h^4} (\beta_{i-1}(v_{i-2}(t) - 2v_{i-1}(t) + v_i(t)) - 2\beta_i(v_{i-1}(t) - 2v_i(t) + v_{i+1}(t)) \\ & + \beta_{i+1}(v_i(t) - 2v_{i+1}(t) + v_{i+2}(t))) = \frac{\partial \|\nabla I\|^2}{\partial v} \end{aligned} \quad (15)$$

Ce qui peut s'écrire :

$$\begin{aligned} X_t &= (A + \gamma I)^{-1} (\gamma X_{t-1} + f_x(X_{t-1}, Y_{t-1})) \\ Y_t &= (A + \gamma I)^{-1} (\gamma Y_{t-1} + f_y(X_{t-1}, Y_{t-1})) \end{aligned} \quad (16)$$

où $f_x(X_{t-1}, Y_{t-1}) = F_1(x)$ et $f_y(X_{t-1}, Y_{t-1}) = F_2(y)$.

En prenant $\alpha_i = \alpha$ et $\beta_i = \beta$ constants et $h = 1$, A est une matrice circulante symétrique de taille $N \times N$. Elle n'est pas toujours réellement penta-diagonale en raison des diverses conditions aux limites adoptées. *Berger* présente les différents cas [*Berger* 1991] à extrémités fixes, à extrémités libres et dans le cas d'un modèle fermé, elle se présente sous la forme :

$$\begin{bmatrix} 2\alpha + 6\beta & -\alpha - 4\beta & \beta & 0 & \dots & 0 & \beta & -\alpha - 4\beta \\ -\alpha - 4\beta & 2\alpha + 6\beta & -\alpha - 4\beta & \beta & \dots & \dots & 0 & \beta \\ \beta & -\alpha - 4\beta & 2\alpha + 6\beta & -\alpha - 4\beta & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \beta & -\alpha - 4\beta & 2\alpha + 6\beta & \dots & \dots & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & -\alpha - 4\beta & \dots & \dots & \beta & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -\alpha - 4\beta & \beta \\ \beta & 0 & \dots & \dots & \dots & -\alpha - 4\beta & 2\alpha + 6\beta & -\alpha - 4\beta \\ -\alpha - 4\beta & \beta & 0 & \dots & 0 & \beta & -\alpha - 4\beta & 2\alpha + 6\beta \end{bmatrix}$$

Cette implémentation est la plus courante. Elle est la plus utilisée et la plus déclinée. Elle nécessite pour atteindre la solution, à chaque itération, l'inversion de la matrice, ainsi que le réglage du coefficient d'évolution γ .

5.2. Algorithme "greedy"

L'utilisation de l'algorithme *greedy* pour minimiser l'énergie d'un contour actif, comme l'ont proposé *Williams* et *Shah* [*Williams* et *Shah* 1992], est devenue une alternative assez fréquente à l'approche variationnelle. *Williams* et *Shah*, de manière classique, discrétisent l'expression :

$$E_{tot} = \int_0^1 E_{ext}(v(s)) + \frac{1}{2} \left(\alpha(s) |v'(s)|^2 + \beta(s) |v''(s)|^2 \right) ds \quad (17)$$

par différences finies et utilisent pour la continuité:

$$\left\| \frac{dv_i}{ds} \right\|^2 = \|v_i - v_{i-1}\|^2 = (x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2 \quad (18)$$

et pour la courbure:

$$\left\| \frac{d^2v_i}{ds^2} \right\|^2 = \|v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}\|^2 = (x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1})^2 + (y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1})^2 \quad (19)$$

Il est à remarquer que ces deux expressions supposent deux hypothèses. La première est que les points soient placés, le long de la courbe, à une distance unité les uns des autres. Si les points sont équi-répartis, alors l'équation (18) doit être divisée par d^2 et l'équation (19) par d^4 . La seconde hypothèse suppose que le paramètre soit une longueur d'arc, pour que la courbure soit donnée par $\|v''\|$.

L'algorithme est itératif. On examine, à chaque itération, le voisinage de chaque point. On choisit le point du voisinage qui donne la plus faible valeur de l'énergie totale.

Algorithme

Faire

Pour tous les points du snake

Pour tous les points du voisinage

Calculer les énergies

FinPour

Pour tous les points du voisinage

Normalisation

FinPour

Minimiser pour obtenir le nouveau point

FinPour

Jusqu'au Critère d'arrêt

Théorème

Soit x une variable à valeur dans l'intervalle $[0, 1]$, et soit y une fonction dépendant de la variable x .

Soit $F(x, y, y', y'', \dots)$ une fonction de classe C^2 par rapport à tous ses arguments.

Soit le problème de minimisation suivant:

Trouver y réalisant le minimum de la fonctionnelle $J(y)$ définie par:

$$J(y) = \int_0^1 F(x, y, y', y'', \dots) dx$$

où toutes les dérivées de y jusqu'à l'ordre $n-1$ aux extrémités sont fixées. Alors l'équation d'Euler est donnée par:

$$\sum_{i=0}^{i=n} (-1)^i \frac{d^i}{dx^i} F_{y(i)} = 0$$

Où $F_{y(i)}$ désigne la dérivée partielle de F par rapport à $y(i)$.

Références

1. Cocquerez, J.-P. Philipp, S. - *Analyse d'images : filtrage et segmentation*. Ed. Masson, 1995.
2. Chassery, J.M. Montanvert A. - *Géométrie discrète en analyse d'images*. Ed. Hermes, mai 1991.
3. Heusch, G. - *Détection automatique de visages dans une séquence vidéo*. Rapport SSC Semestre 5, VRLAB, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2002.
4. Burr, D.J. - Elastic Matching of Line Drawings. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI)*, vol. 3, n° 6, novembre 1981, p. 708-713.
5. Kass, M. Witkin, A. Terzopoulos, D. - *Snakes: Active Contour Models*, In Proceedings of the first International Conference on Computer Vision, juin 1987, p. 259-268.
6. Berger, M-O - *Les contours actifs : modélisation, comportement et convergence*. Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 1991.
7. Williams, D.J. and Shah, M. - A Fast Algorithm for Active Contours and Curvature Estimation, *CVIGP Computer Vision Graphics Image Process: Image Understanding*, vol. 55, n° 1, Janvier 1992, p. 14-26.
8. Rousselle, J.J - *les contours actifs, une méthode de segmentation : application à l'imagerie médicale*. Thèse de doctorat de l'université de Tours, 2003.