Morphologie mathématique en niveaux de gris

1. Introduction

La morphologie mathématique a été développée a partir des années 70. Elle s'énonce et se comprend plus aisément sur des images binaires. Cette théorie peut être utilisée comme outil de :

- suppression des structures fines
- comblement des trous

Elément structurant :

La morphologie mathématique repose sur l'utilisation d'un élément structurant.

Un élément structurant est composé :

- d'un pixel central (en noir)
- d'un ensemble de pixels (en gris)

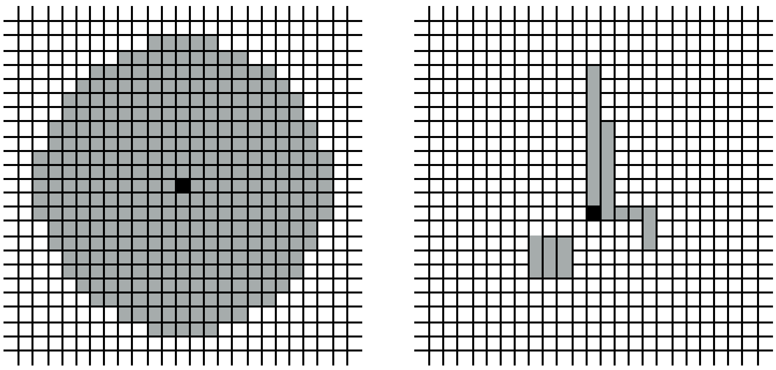


Fig.1. Exemples d’éléments structurants

Parcours de l'image :

Les algorithmes de morphologie mathématique parcourent l'image :

- en chaque pixel de départ P_d (i, j) on place l'élément structurant centré sur le pixel noir,
- un test est réalisé pour déterminer la couleur du pixel d'arrivé $P_s(i, j)$.

À partir de ce test, on définit les opérations de base (érosion et dilatation) et les autres opérations composée (ouverture et fermeture).

2. Opérations morphologique de base en niveaux de gris

a. Dilatation et érosion

Si on appelle 'voisins' $\nu \in V(i,j)$ d'un pixel (i,j) les pixels grise et noirs de l'élément structurant lorsque celui-ci est centré sur le pixel. On applique alors les algorithmes suivants pour obtenir la ***dilatation*** et ***l'érosion*** en niveaux de gris :

- Erosion : $P_s(i, j) = \min \{\nu \in V(i,j)\}$
- Dilatation : $P_s(i, j) = \max \{ \nu \in V(i,j)\}$

On se donne un élément structurant du même type que précédemment (type voisinage). Cette formulation permet d'étendre les outils de la morphologie mathématique aux images en niveaux de gris.

On note $D(u,b)$ l'image dilatée de u par l'élément structurant b et $E(u,b)$ l'érodée.

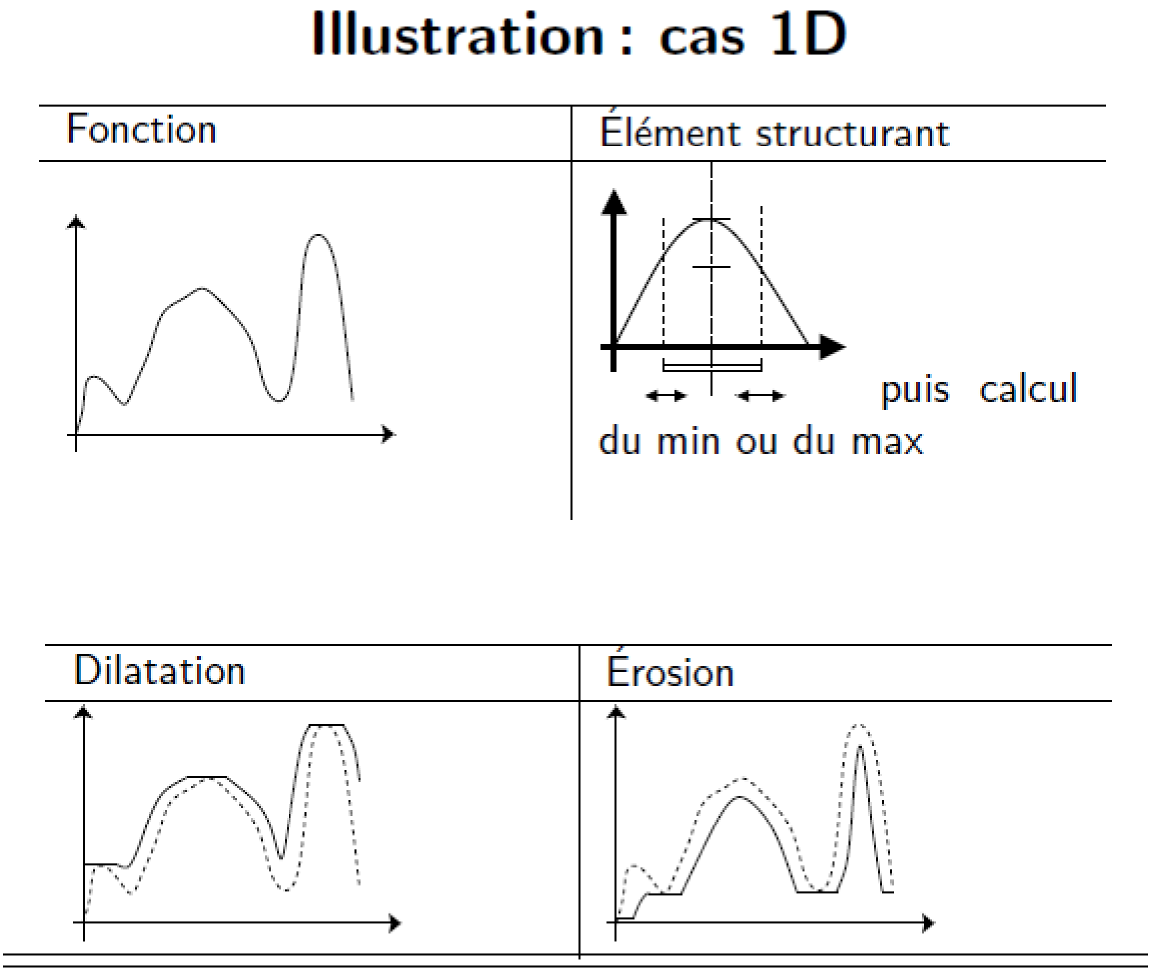


Fig.1. Dilatation et érosion

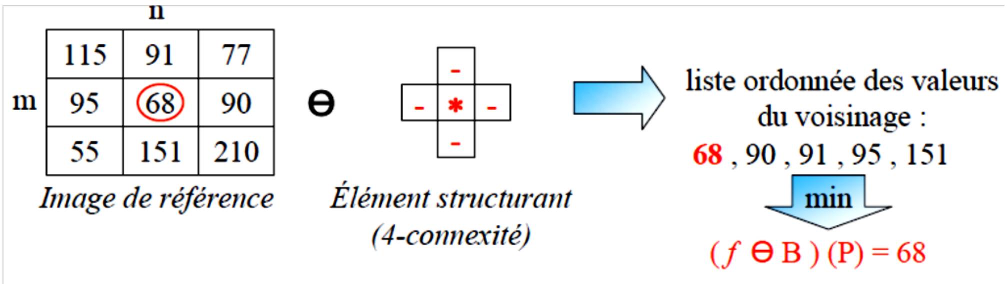
<u>*Observation sur des images :*</u>

- La dilatation en niveaux de gris accroît la luminance des pixels entourés de voisins plus lumineux.

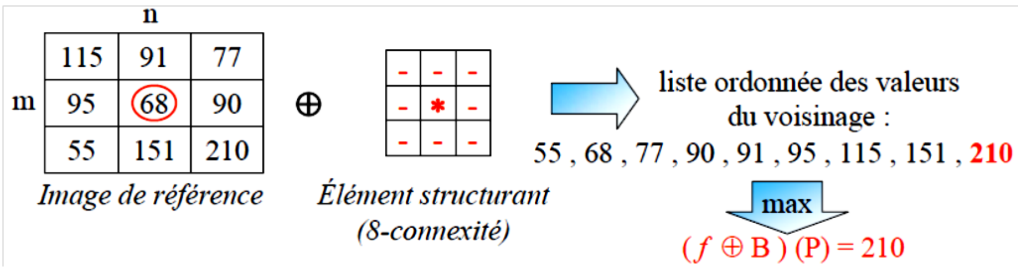
- L'érosion en niveaux de gris réduit la luminance des pixels qui sont entourés de voisins de moindre intensité.

Exemples :

Erosion :



Dilatation :



b. Ouverture et fermeture

On définit ces deux opérateurs de la même manière que pour les images binaires :

- ***L'ouverture*** est une érosion suivie d'une dilatation,
- ***La fermeture*** est une dilatation suivie d'une érosion.

On note $O(u,b)$ l'ouverture et $F(u,b)$ la fermeture d'une image u par un élément structurant b.

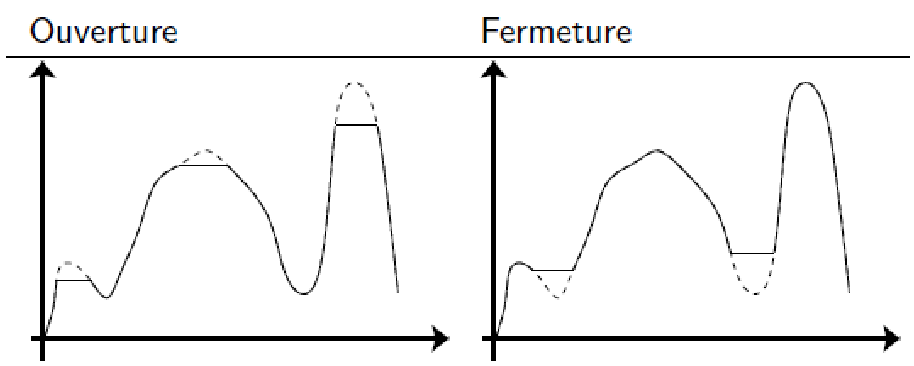


Fig.2. Ouverture et fermeture

Exemples :

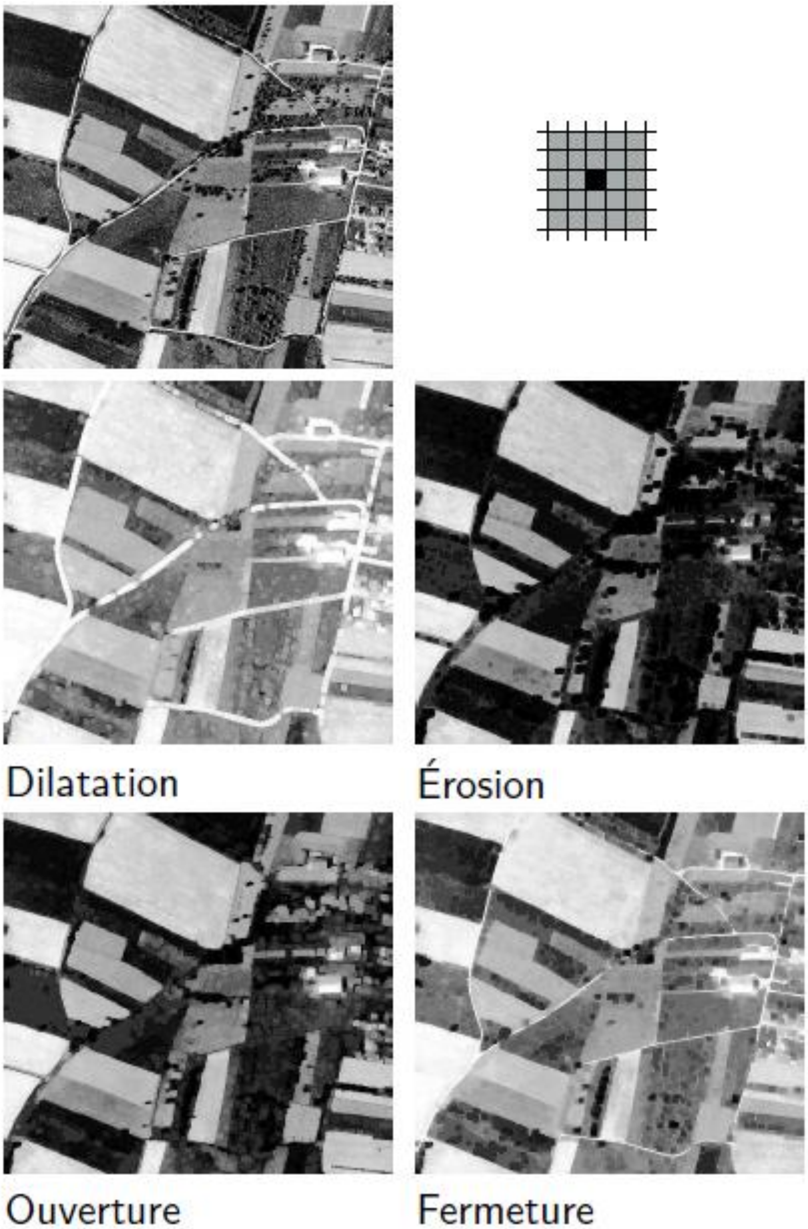


Fig.3. Effets des opérations morphologiques sur des images en NdG

3. Autres Opérateurs

a. Gradient morphologique

Le gradient morphologique est obtenu en soustrayant l'image érodée à l'image dilatée (avec un élément structurant carré):

$$G(u,b) = \frac{1}{2}(D(u,b) - E(u,b))$$

On peut définir également deux versions réduites du gradient morphologique :

Le gradient externe :

$$G^{+} = D(u,b) - u$$

et le gradient interne :

$$G^{-} = u - E(u,b)$$

b. Laplacien morphologique

Le Laplacien morphologique est définie comme :

$$\mathrm{L} = G^{+} - G^{-}$$

On peut combiner de différentes manières les filtres morphologiques. Par exemple, pour extraire les "*bosses*" de l'image en utilise le filtre ***top-hat*** suivant :

$$TH(u,b) = u - O(u,b)$$

L'opérateur conjugué (***Rolling-ball***) permet d'extraire les "*creux*"

$$TH^{*}(u,b) = F(u,b) - u$$